

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ**  
**ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ**

**ΥΠΕΡΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΣΚΟΤΕΙΝΗ ΥΛΗ**  
**ΚΑΙ Η ΠΑΡΑΒΙΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ CP**

*Διδακτορική Διατριβή*

*Μαρία Κ. Αργυρού*

**ΑΘΗΝΑ 2008**



*Στην μνήμη του Αν. Καθηγητή Άγγελου Πετρίδη*

# Πρόλογος

Το αντικείμενο της διατριβής ήταν η Σκοτεινή Ύλη και ιδιαίτερα η ερμηνεία της ως η εναπομένουσα περίσσεια των ελαφρύτερων ουδέτερων υπερσυμμετρικών σωματιδίων (LSPs) τα οποία προβλέπονται στα πλαίσια των υπερσυμμετρικών θεωριών. Τα κοσμολογικά δεδομένα ακρίβειας για την περίσσεια της Σκοτεινής Ύλης, ιδιαίτερα μετά την συλλογή δεδομένων από τον δορυφόρο WMAP3, θέτουν αυστηρούς περιορισμούς στις παραμέτρους που περιγράφουν τα υπερσυμμετρικά πρότυπα και μάλιστα σε κάποιες περιπτώσεις αυστηρότερα από αυτά που επιβάλλουν τα δεδομένα από τους επιταχυντές. Στην παρούσα διατριβή αναπτύχθηκε νέα μεθοδολογία για τον υπολογισμό της περισσειας της Σκοτεινής Ύλης που βασίζεται στην ανάπτυξη των πλατών μετάβασης σε μερικά κύματα ελικότητας. Η συγκεκριμένη μέθοδος εφαρμόστηκε σε υπερσυμμετρικά υποδείγματα στα οποία η συμμετρία CP παραβιάζεται από όρους που δεν εμπεριέχονται στον πίνακα ανάμειξης Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Η επέκταση αυτή είναι αναγκαία για την ερμηνεία της Βαρυονικής Ασυμμετρίας στο σύμπαν. Η παρουσία πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP τροποποιεί τις προβλέψεις των γνωστών υπερσυμμετρικών προτύπων, στα οποία αυτή διατηρείται και επιπλέον προβλέπει Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές οι οποίες υφίστανται πειραματικούς περιορισμούς. Μελετήθηκε η ενεργειακή εξέλιξη των μιγαδικών φάσεων που ευθύνονται για την παραβίαση της συμμετρίας CP μέσω των διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης, σε προσέγγιση 2-βρόχων. Η εξέλιξη αυτή είναι δυνατόν να επιφέρει σημαντικές αλλαγές στις υπολογιζόμενες Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές. Διερευνώνται περιοχές του παραμετρικού χώρου της θεωρίας στις οποίες ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι περιορισμοί από τα πρόσφατα κοσμολογικά δεδομένα, από τα πειραματικά όρια των Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών και τα υπόλοιπα πειραματικά δεδομένα. Η ανάλυση δείχνει ότι υπάρχουν περιοχές συμβατές με τα δεδομένα του WMAP3, τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του ηλεκτρονίου, Νετρονίου και Υδραργύρου και τους περιορισμούς που θέτουν τα πειράματα από τους επιταχυντές, για μεγάλες τιμές των φάσεων, όπως απαιτείται στα μοντέλα Βαρυογένεσης. Οι περιοχές αυτές μπορεί να είναι εντός των δυνατοτήτων του LHC.

Η εκπόνηση της διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε στα πλαίσια του ΕΠΕΑΕΚ από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και Εθνικούς πόρους (πρόγραμμα «Ηράκλειτος : Υποτροφίες Έρευνας με προτεραιότητα στη βασική έρευνα»).

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθ. κ. Α. Λαχανά ο οποίος υπήρξε ο κύριος επιβλέπων της εργασίας αυτής και του οποίου η συμβολή υπήρξε πολύτιμη και καθοριστική. Τον Επικ. Καθ. κ. Ξ. Μαϊνιά με την επίβλεψη του οποίου είχα εκπονήσει την εργασία για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης, και στον οποίο οφείλω ένα σημαντικό ποσοστό των προαπαιτούμενων γνώσεων για το θεωρητικό υπόβαθρο της διατριβής. Τον Επικ. Καθ. κ. Β. Γεωργαλά για τις χρήσιμες συμβουλές καθ' όλη την διάρκεια της προσπάθειας αυτής καθώς και για την εμπειρία που απέκτησα δουλεύοντας μαζί του στο εργαστήριο Πυρηνικής Φυσικής. Ένα μεγάλο "ευχαριστώ" οφείλω στα μέλη της επιταμελούς εξεταστικής επιτροπής, τον Επικ. Καθ. κύριο Γ. Διαμάντη, τον Καθ. κ. Γ. Ζουπάνο, Επικ. Καθ. κ. Α. Κεχαγιά, τον Καθ. κ. Π. Σφήκα, για τις διαφωτιστικές συζητήσεις που είχα μαζί τους το τελευταίο χρονικό διάστημα.

Ευχαριστώ τον Δρ. Β. Σπανό για την συνεργασία και την πολύτιμη βοήθειά του όλα αυτά τα χρόνια και τους συνεργάτες - συνοδοιπόρους στα ερευνητικά μονοπάτια, την κ. Κ. Κατσικάτσου και τον κ. Ι. Μαλάμο. Ευχαριστώ όλους τους συναδέλφους που με υποστήριξαν ηθικά σε όλη την διάρκεια της προετοιμασίας, τον Δρ. Χρήστο Παπαδημητρόπουλο και τον Ν. Κάπλη (για την υπολογιστική βοήθεια που μου παρείχαν), τον Δρ. Λίνο Παπαχρήστου, τον Χ. Τσαγκαράκη, τον Α. Καρλή, τον Ν. Μπρουζάκη και την Γ. Ζαχαρίου. Τέλος ευχαριστώ ιδιαίτερω τους γονείς μου, τον αδελφό μου και όλους τους φίλους μου οι οποίοι ήταν δίπλα μου και με ενθάρρυναν σε κάθε βήμα της πορείας αυτής.

# Περιεχόμενα

<b>Πρόλογος</b>	<b>ii</b>
<b>Εισαγωγή</b>	<b>vii</b>
<b>1 Το Καθιερωμένο Κοσμολογικό Πρότυπο</b>	<b>1</b>
1.1 Οι εξισώσεις Friedmann . . . . .	2
1.2 Η θερμική ιστορία του σύμπαντος . . . . .	4
1.3 Οι εξισώσεις Friedmann και η εξέλιξη του σύμπαντος . . . . .	7
1.4 Η διαδικασία της αποσύζευξης ενός είδους σωματιδίων από την θερμική ισορροπία . . . . .	9
1.5 Προσδιορισμός των κοσμολογικών παραμέτρων . . . . .	11
<b>2 Το πρόβλημα της Σκοτεινής Ύλης</b>	<b>17</b>
2.1 Σωματιδιακή ερμηνεία της Σκοτεινής Ύλης . . . . .	18
2.2 Υπολογισμός της υπολειπόμενης πυκνότητας του LSP - Η εξίσωση μεταφοράς Boltzmann . . . . .	20
2.3 Υπολογισμός των ενεργών βαθμών ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας	22
2.4 Ο υπολογισμός του θερμικού μέσου όρου . . . . .	24
2.5 Προσεγγιστικές λύσεις της εξ. Boltzmann . . . . .	27
<b>3 Το Υπερσυμμετρικό πρότυπο και η παραβίαση της συμμετρίας CP</b>	<b>32</b>
3.1 Εισαγωγή στην Υπερσυμμετρία . . . . .	33
3.2 Η παραβίαση της συμμετρίας CP στα πλαίσια του MSSM . . . . .	41
3.3 Οι Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του νετρονίου και των ατόμων του Θαλλίου και του Υδραργύρου . . . . .	44
3.4 Η Λαγκρανζιανή του MSSM με πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP . . .	47
3.4.1 Οι εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης με μιγαδικές φάσεις	51
3.4.2 Ελαχιστοποίηση του δυναμικού σε προσέγγιση 1 -βρόχου . . . . .	54

3.5	Επίλυση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης - Ο ρόλος των μαζών . . . . .	56
3.5.1	Κβαντικές διορθώσεις στις μάζες των top, bottom και gluino . . . . .	56
3.5.2	Κβαντικές διορθώσεις των μαζών των σωματιδίων Higgs . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Υπολογισμός των πλατών εξαϋλωσης με ανάπτυξη σε μερικά κύματα</b>	<b>63</b>
4.1	Ο φορμαλισμός των πλατών της ελικότητας . . . . .	64
4.2	Εφαρμογή για την διαδικασία $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow f\bar{f}$ . . . . .	70
4.3	Εφαρμογή της μεθόδου για την διαδικασία $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow W^+W^-$ . . . . .	74
4.4	Εφαρμογή για την διαδικασία $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow ZZ$ . . . . .	77
4.5	Εξαϋλωση των LSPs σε τελική κατάσταση με σωματί δια Higgs . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Αριθμητική επεξεργασία - Συμπεράσματα</b>	<b>81</b>
5.1	Εισαγωγή . . . . .	81
5.2	Η επίδραση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης στις φάσεις . . . . .	83
5.3	Διερεύνηση επιτρεπτών περιοχών από τις κοσμολογικές παρατηρήσεις και τα δεδομένα των ΗΔΡ . . . . .	89
5.4	Συζήτηση . . . . .	106
<b>6</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>109</b>
<b>Α'</b>	<b>Το Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο - Συμβάσεις</b>	<b>112</b>
<b>Β'</b>	<b>Οι μάζες των σωματιδίων Higgs</b>	<b>117</b>
B'.1	Συνεισφορές από τα sfermions και τα fermions. . . . .	118
B'.1.1	Συνεισφορές των Stops και top . . . . .	119
B'.1.2	Συνεισφορές των Sbottoms και bottom . . . . .	120
B'.1.3	Συνεισφορές των Staus και tau . . . . .	122
B'.2	Συνεισφορές των διανυσματικών μποζονίων $Z, W^\pm$ . . . . .	123
B'.2.1	Συνεισφορά του μποζονίου $Z$ . . . . .	123
B'.2.2	Συνεισφορά των μποζονίων $W^\pm$ . . . . .	123
B'.3	Συνεισφορές των charginos. . . . .	124
B'.4	Συνεισφορές των neutralinos . . . . .	125
B'.5	Συνεισφορές των Higgses . . . . .	128
B'.5.1	Συνεισφορές από τα φορτισμένα Higgses . . . . .	128
B'.5.2	Συνεισφορές από τα ουδέτερα Higgses . . . . .	130

<b>Γ' Αλληλεπιδράσεις που συμμετέχουν στην εξαύλωση των neutralinos</b>	<b>133</b>
Γ.1 Αλληλεπιδράσεις στην διαδικασία $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow f \bar{f}$ . . . . .	133
Γ.1.1 Κανάλι $s$ - Ανταλλαγή μποζονίου $Z$ . . . . .	133
Γ.1.2 Κανάλι $s$ - Ανταλλαγή βαθμωτών μποζονίων Higgs . . . . .	134
Γ.1.3 Κανάλια $t$ & $u$ : ανταλλαγή sfermions $\tilde{f}$ . . . . .	135
Γ.2 Αλληλεπιδράσεις στις διαδικασίες $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow W^+W^-, ZZ$ . . . . .	135
<b>Δ' Πλάτος σκέδασης σε σωματίδια με σπίν <math>s \leq 1</math> στα κανάλια <math>t, u</math></b>	<b>137</b>



# Εισαγωγή

Το αντικείμενο της διατριβής είναι η Σκοτεινή Ύλη και ιδιαίτερα η ερμηνεία της ως η εναπομένουσα περίσσεια των ελαφρύτερων ουδέτερων υπερσυμμετρικών σωματιδίων (LSP) τα οποία προβλέπονται στα πλαίσια των υπερσυμμετρικών θεωριών. Τα κοσμολογικά δεδομένα ακρίβειας για την περίσσεια της Σκοτεινής Ύλης, ιδιαίτερα μετά την συλλογή δεδομένων από τον δορυφόρο WMAP3, θέτουν αυστηρούς περιορισμούς στις παραμέτρους που περιγράφουν τα υπερσυμμετρικά πρότυπα και μάλιστα σε κάποιες περιπτώσεις αυστηρότερα από αυτά που επιβάλλουν τα δεδομένα από τους επιταχυντές. Στην παρούσα διατριβή αναπτύχθηκε νέα μεθοδολογία για τον υπολογισμό της περισσειας της Σκοτεινής Ύλης η οποία εφαρμόστηκε σε υπερσυμμετρικά υποδείγματα στα οποία η συμμετρία CP παραβιάζεται από όρους που δεν εμπεριέχονται στον πίνακα ανάμειξης Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Η επέκταση αυτή είναι αναγκαία για την ερμηνεία της Βαρυονικής Ασυμμετρίας στο σύμπαν. Η παρουσία πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP τροποποιεί τις προβλέψεις των γνωστών υπερσυμμετρικών υποδειγμάτων, στα οποία αυτή διατηρείται και επιπλέον προβλέπει Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές οι οποίες υφίστανται πειραματικούς περιορισμούς. Η συμφωνία των προτύπων που παραβιάζουν την συμμετρία CP με τα κοσμολογικά δεδομένα, τους περιορισμούς από τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές και τα υπόλοιπα δεδομένα από τους επιταχυντές θέτουν πολύ αυστηρά όρια που απαιτούν ενδελεχή μελέτη των προτύπων αυτών. Για τον σκοπό αυτό αναπτύχθηκε νέα μέθοδος και λογισμικό σε κώδικα Fortran προκειμένου να υπολογιστούν,

- i. οι μάζες και οι σταθερές σύζευξης όπως προβλέπονται από το MSSM στην περίπτωση που παραβιάζεται η συμμετρία CP λαμβάνοντας υπ' όψη την εξέλιξη των παραμέτρων του MSSM με την ενεργειακή κλίμακα μέσω του συστήματος διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης (RGEs) σε προσέγγιση δύο κβαντικών βρόχων για τα μέτρα και τις φάσεις αυτών
- ii. οι ενεργές διατομές εξαϋλώσης των LSPs και η περίσσεια των LSPs την σημερινή εποχή, αναπτύσσοντας νέα μεθοδολογία ανάλυσης σε μερικά κύματα

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων που αφορούν στις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του Θαλλίου, του νετρονίου και του Υδραργύρου, έγινε χρήση του κώδικα FeynHiggs με κατάλληλη προσαρμογή στο υπάρχον λογισμικό.

Στο **1ο κεφάλαιο** παρουσιάζονται οι βασικές αρχές του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Προτύπου που περιγράφει την εξέλιξη του Σύμπαντος το οποίο ξεκινά από μια συμπυκνωμένη κατάσταση ενέργειας και ύλης με την Μεγάλη Έκρηξη. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό μπορεί να ερμηνευθεί ικανοποιητικά η διαδικασία κατά την οποία δημιουργούνται θερμικά υπόλοιπα στο Σύμπαν τα οποία είναι δυνατόν να αποτελέσουν και τα συστατικά της Σκοτεινής Ύλης. Για τον σκοπό αυτό δίνονται οι βασικές έννοιες της Θερμοδυναμικής που είναι αναγκαίες για την κατανόηση της θερμικής εξέλιξης του Σύμπαντος αλλά και την ποσοτική ανάλυση που αφορά τον προσδιορισμό της περισσειας των θερμικών υπολοίπων η οποία αναλύεται στο 2ο κεφάλαιο. Ορίζονται επίσης οι σημαντικότεροι παράμετροι οι οποίες καθορίζονται από τα σύγχρονα παρατηρησιακά δεδομένα με μεγάλη ακρίβεια.

Στο **2ο κεφάλαιο** αναφέρονται τα δεδομένα κυρίως από τον δορυφόρο WMAP3 τα οποία επιβεβαιώνουν την ύπαρξη της Σκοτεινής Ύλης και Σκοτεινής Ενέργειας. Σύμφωνα με αυτά, η συνολική πυκνότητα ύλο-ενέργειας στο σύμπαν είναι κοντά στην κρίσιμη τιμή ( $\Omega_{total} = 1$ ) από την οποία μόνο το 4% αποτελείται από την συνηθισμένη ύλη που αντιλαμβανόμαστε. Το 73% αποδίδεται στην Σκοτεινή ενέργεια, η οποία έχει ως αποτέλεσμα την επιταχυνόμενη διαστολή του σύμπαντος ενώ το εναπομένον 23 % αποδίδεται στην ύπαρξη της Σκοτεινής Ύλης. Οι καταλληλότεροι υποψήφιοι για Σκοτεινή Ύλη είναι σωματίδια με μεγάλη μάζα που αλληλεπιδρούν ασθενώς με την ύλη (Weakly Interacting Massive Particles, WIMPs). Ένα τέτοιο σωματίδιο είναι το neutralino το οποίο προβλέπεται αβίαστα από την Υπερσυμμετρική προέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου των αλληλεπιδράσεων με την προϋπόθεση ότι είναι ευσταθές το Ελαφρύτερο Υπερσυμμετρικό Σωματίδιο (Lightest Supersymmetric Particle, LSP). Αυτό συμβαίνει για τιμές των παραμέτρων στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου και μάλιστα είναι σε μεγάλο ποσοστό ο υπερσυμμετρικός εταίρος του διανυσματικού μποζονίου της συμμετρίας  $U_1(1)$  του Καθιερωμένου Προτύπου, το λεγόμενο Bino. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά ο υπολογισμός της περισσειας του LSP μέσω της επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης Boltzmann. Για την επίλυσή της είναι αναγκαίος ο υπολογισμός των ενεργών βαθμών ελευθερίας ενέργειας και εντροπίας και του θερμικού μέσου όρου της συνολικής ενεργού διατομής των εξαϋλώσεων επί την σχετική ταχύτητα των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων. Κατά τον υπολογισμό γίνεται προσεκτικός χειρισμός του "θερμικού" ολοκληρώματος του οποίου η συμπεριφορά μπορεί να οδηγήσει σε αριθμητικές υπερχειλίσεις λόγω των συναρτήσεων Bessel από τις οποίες εξαρτάται. Επιπλέον αποφεύγεται το ανάπτυγμα της ενεργού διατομής σε δυνάμεις

της σχετικής ταχύτητας των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων. Η μη σχετικιστική προσέγγιση αν και οδηγεί σε απλούστερες εκφράσεις για τον θερμικό μέσο όρο δεν ισχύει όταν η ενέργεια των σωματιδίων που εξαϋλώνονται είναι κοντά στον συντονισμό παραγωγής του ενδιάμεσου σωματιδίου ή είναι κοντά στο κατώφλι παραγωγής των τελικών σωματιδίων. Και οι δύο περιπτώσεις αυτές έχουν ιδιαίτερο κοσμολογικό ενδιαφέρον διότι εξασφαλίζουν μικρές τιμές πυκνότητας του LSP , συμβατές με τα κοσμολογικά δεδομένα. Στην συνέχεια περιγράφεται η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης Boltzmann . Η ολοκλήρωση της εξίσωσης Boltzmann από την θερμοκρασία αποσύζευξης μέχρι την θερμοκρασία υποβάθρου ( $2.7^{\circ}K$ ) δίνει την σημερινή τιμή της περίσσειας των LSPs . Για τον υπολογισμό της ενεργού διατομής στα διάφορα κανάλια εξαϋλωσης γίνεται χρήση νέας μεθοδολογίας των πλατών ελικότητας που εξασφαλίζουν μεγαλύτερη ακρίβεια από τις προγενέστερες μεθόδους της βιβλιογραφίας. Ιδιαίτερα η μέθοδος αυτή επιτρέπει ακριβείς υπολογισμούς στην περιοχή εξαϋλωσης των LSPs μέσω των βαθμωτών σωματιδίων Higgs . Ο μηχανισμός αυτός καλύπτει μεγάλο μέρος του παραμετρικού χώρου και είναι από τους επικρατέστερους για την δημιουργία ψυχρής υπερσυμμετρικής Σκοτεινής Ύλης (CDM).

Το **3ο κεφάλαιο** έχει ως θέμα την περιγραφή του Περιορισμένου Υπερσυμμετρικού Καθιερωμένου Προτύπου (MSSM ) στην περίπτωση που οι παράμετροί του έχουν μιγαδικές φάσεις, ενδεικτικές της παραβίασης της συμμετρίας CP . Η κυριότερη αιτία για την αναζήτηση φάσεων πέραν του Καθιερωμένου Προτύπου είναι ότι αυτό περιέχει μόνο την φάση Cabibbo-Kobayashi-Maskawa η οποία είναι πολύ μικρή και αδυνατεί να εξηγήσει την παρατηρούμενη βαρυονική ασυμμετρία στο Σύμπαν. Η ύπαρξη μιγαδικών φάσεων στην υπερσυμμετρική θεωρία είναι υπεύθυνη όχι μόνο για την εμφάνιση νέων φαινομένων αλλά και την τροποποίηση φαινομενολογικών μεγεθών τα οποία είναι γνωστά από την περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP , όπως για παράδειγμα το φάσμα μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Περιγράφονται οι αλλαγές που επιφέρει η παραβίαση της συμμετρίας CP σε φαινομενολογικά ζητήματα του MSSM , όπως το φάσμα μαζών των σωματιδίων Higgs και τις διορθώσεις της Κβαντικής Χρωμοδυναμικής στα πλάτη διάσπασης τους καθώς και στις μάζες των κουάρκς  $t$  και  $b$ . Αυτές επηρεάζουν σημαντικά την υπολογιζόμενη περίσσεια του neutralino . Η παραβίαση της συμμετρίας CP έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μη μηδενικών **Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών, ΗΔΡ** (Electric Dipole Moments, EDMs) για τα φερμιόνια. Τα πειραματικά δεδομένα για τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του Θαλλίου, του νετρονίου και του Υδραργύρου περιορίζουν αυστηρά τις θεωρητικές παραμέτρους θέτοντας ισχυρούς περιορισμούς στα θεωρούμενα πρότυπα. Διερευνάται επίσης η εξέλιξη των μιγαδικών φάσεων που ευθύνονται για την παραβίαση της συμμετρίας CP συναρτήσει της ενέργειας μέσω των διαφορικών εξισώσεων της ομάδας

επανακανονικοποίησης (Renormalization Group Equations, RGEs). Η εξέλιξή τους με την ενέργεια είναι δυνατόν να επιφέρει σημαντικές αλλαγές στις υπολογιζόμενες Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές.

Στο **4ο κεφάλαιο** περιγράφεται ο υπολογισμός του πλάτους εξαϋλωσης και της ενεργού διατομής των *neutralinos* σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου, που είναι η κυρίαρχη διαδικασία στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου καθώς και σε άλλες τελικές καταστάσεις που περιλαμβάνουν τα μποζόνια *W, Z* και παρουσιάζονται οι τελικές εκφράσεις αυτών. Ακολουθείται η μέθοδος ανάλυσης του πλάτους εξαϋλωσης σε μερικά κύματα πλατών ελικότητας ως προς την ολική στροφορμή  $J$ . Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής έναντι της καθιερωμένης τακτικής υπολογισμού μέσω των ιχνών των πινάκων  $\gamma$  είναι σημαντικά. Κατ' αρχήν τα πλάτη με διαφορετικό  $J$  προστίθενται με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγεται το μεγάλο πλήθος των όρων συμβολής. Επίσης αποφεύγεται το προσεγγιστικό ανάπτυγμα της ενεργού διατομής στο μη σχετικιστικό όριο με αποτέλεσμα να γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η αριθμητική αντιμετώπιση του θερμικού μέσου της ενεργού διατομής ειδικά κοντά στους συντονισμούς γύρω από τις μάζες των *Higgses*. Επιπλέον, σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, στα πλάτη μετάβασης συνεισφέρουν μερικά κύματα οποιασδήποτε ολικής στροφορμής  $J$  με αποτέλεσμα το ανάπτυγμα σε μερικά κύματα να προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική τιμή του πλάτους μετάβασης. Στην τρέχουσα βιβλιογραφία συνηθίζεται ο τερματισμός του αναπτύγματος στα κύματα  $p$  της τροχιακής στροφορμής  $L$  της αρχικής κατάστασης τα οποία συμπεριλαμβάνονται σε πλάτη με ολική στροφορμή  $J \leq 2$ . Τέλος, η μέθοδος που ακολουθούμε διαρθρώνεται έτσι ώστε να επιτρέπει τον εύκολο χειρισμό της ύπαρξης μιγαδικών φάσεων στις παραμέτρους του *MSSM* κατά την μελέτη παραβίασης της συμμετρίας *CP*.

Στο **5ο κεφάλαιο** παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα με την χρήση της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε. Διερευνώνται οι περιοχές του παραμετρικού χώρου του *MSSM* που είναι συμβατές με τα κοσμολογικά δεδομένα για την πυκνότητα της Σκοτεινής Ύλης αν υποθεθεί ότι αυτή αποτελείται εξ' ολοκλήρου από *neutralinos*, σε συνδυασμό με τα πειραματικά δεδομένα των Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών και των άλλων δεδομένων από επιταχυντές. Ο υπολογισμός της περίσσειας των *neutralinos* βασίζεται στην εφαρμογή της ανάπτυξης σε μερικά κύματα όπως έχει περιγραφεί στο 4ο κεφάλαιο. Η μελέτη επικεντρώνεται στις περιοχές με μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\tan\beta$  όπου κυριαρχεί η εξαϋλωση των *neutralinos* μέσω του ψευδοβαθμωτού μποζονίου *Higgs*. Αξιολογείται η παρουσία φάσεων στον υπολογισμό της περίσσειας του *neutralino* και των Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών στην περίπτωση επιβολής καθολικών συνωριακών συνθηκών στις παραμέτρους του *CMSSM* (Constrained *MSSM*). Χρησιμοποιούμε τις διαφορικές εξισώσεις επανακανον-

ικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων για όλες τις εμπλεκόμενες παραμέτρους λαμβάνοντας υπ' όψη τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού σε προσέγγιση 1-βρόχου με την παρουσία φάσεων. Η εξέλιξη των φάσεων με την ενέργεια σε προσέγγιση 2-βρόχων επηρεάζει σημαντικά τις υπολογιζόμενες Διπολικές Ροπές γεγονός το οποίο δεν συμβαίνει σε προσέγγιση 1-βρόχου και δεν έχει μελετηθεί στην διεθνή βιβλιογραφία. Στις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές επάγονται διορθώσεις από την σχετική μετατόπιση φάσης μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών του κενού των πεδίων Higgs οι οποίες είναι σημαντικές όταν η παράμετρος  $\tan\beta$  πάρει μεγάλες τιμές. Στην αναζήτηση περιοχών που ικανοποιούν συγχρόνως τα κοσμολογικά δεδομένα και τα όρια των Ηλεκτρικών Διπολικών ροπών, βρίσκουμε ότι κάτι τέτοιο είναι εφικτό όταν οι φάσεις υποστούν λεπτή ρύθμιση στην κλίμακα ενοποίησης. Οι φάσεις αυτές μπορεί να έχουν αρκούτως μεγάλες τιμές όπως απαιτούν τα θεωρητικά πρότυπα Βαρυογένεσης.

Τέλος, στο **6ο κεφάλαιο**, παρατίθενται τα κύρια συμπεράσματα της διατριβής αυτής.



# Κεφάλαιο 1

## Το Καθιερωμένο Κοσμολογικό Πρότυπο

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι βασικές αρχές του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Προτύπου που περιγράφει την εξέλιξη του Σύμπαντος το οποίο ξεκινά από μια συμπυκνωμένη κατάσταση ενέργειας και ύλης με την Μεγάλη Έκρηξη. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό μπορεί να ερμηνευθεί ικανοποιητικά η διαδικασία κατά την οποία δημιουργούνται θερμικά υπόλοιπα στο Σύμπαν τα οποία είναι δυνατόν να αποτελέσουν και τα συστατικά της Σκοτεινής Ύλης. Για τον σκοπό αυτό περιγράφονται οι έννοιες της Θερμοδυναμικής που είναι αναγκαίες για την κατανόηση της θερμικής εξέλιξης του Σύμπαντος αλλά και την ποσοτική ανάλυση που αφορά τον προσδιορισμό της περισσειας των θερμικών υπολοίπων.

Τα παρατηρησιακά δεδομένα δείχνουν ότι το Σύμπαν είναι *ισότροπο* και *ομοιογενές* για υπεργαλακτικές κλίμακες, περίπου  $1000 Mpc^1$ . Η ισοτροπία σύμφωνα με την οποία το σύμπαν φαίνεται το ίδιο σε όλες τις κατευθύνσεις, αποδεικνύεται άμεσα από την ομαλότητα στην κατανομή της θερμοκρασίας της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου, στην οποία θα αναφερθούμε αργότερα. Η ομοιογένεια, το γεγονός δηλαδή ότι το σύμπαν φαίνεται το ίδιο σε κάθε σημείο, στηρίζεται σε καταμέτρηση των γαλαξιών. Οι ιδιότητες αυτές, γνωστές ως **Κοσμολογική Αρχή** σύμφωνα με τον Einstein [1], μας επιτρέπουν να προσεγγίσουμε το σύμπαν ως χωρικά ομοιογενή και ισότροπο τρισδιάστατο χώρο ο οποίος μεταβάλλεται με τον χρόνο.

Η μορφή της μετρικής που περιγράφει έναν χώρο με αυτή την γεωμετρία είναι η μετρική **Friedmann-Robertson-Walker** [2] (συντομογρ. μετρική FRW) που περιγράφει σε πρώτη προσέγγιση ένα σύμπαν με τα ανωτέρω χαρακτηριστικά. Το στοιχείο γραμμής

---

<sup>1</sup> $1 pc = 3,2615 \text{ light years} = 3,0856 \times 10^{13} \text{ km}$

δίνεται από την σχέση,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (1.1)$$

και συνεπώς οι μη μηδενικές συνιστώσες της μετρικής FRW είναι,

$$g_{tt} = -1, \quad g_{rr} = \frac{a^2(t)}{1 - k r^2}, \quad g_{\theta\theta} = a^2(t) r^2, \quad g_{\phi\phi} = a^2(t) r^2 \sin^2\theta, \quad (1.2)$$

Η μετρική (1.1) εκφράζεται ως προς τις σφαιρικές συντεταγμένες  $(t, r, \theta, \phi)$  οι οποίες χαρακτηρίζονται ως *ταυτόχρονα κινούμενες* (comoving): Με τον όρο αυτό εννοούμε ότι το χωρικό σύστημα αναφοράς προσαρμόζεται στις μέσες θέσεις των γαλαξιών. Η συνάρτηση  $a(t)$  ονομάζεται *παράγοντας κοσμικής κλίμακας* και έχει διαστάσεις μήκους ενώ η συντεταγμένη  $r$  είναι αδιάστατη. Η παράμετρος  $k$  παίρνει τις τιμές  $+1, 0, -1$ , ενδεικτικές για την χωρική καμπυλότητα του σύμπαντος, η οποία στον τρισδιάστατο χώρο εκφράζεται από την βαθμωτή συνάρτηση Ricci, που στην γεωμετρία (1.1) είναι  ${}^3\mathcal{R}(t) = \frac{k}{a^2(t)}$ .

Αναλυτικότερα λοιπόν, για  $k = +1$ , το σύμπαν είναι κλειστό με θετική χωρική καμπυλότητα και χωρικό όγκο  $2\pi a^3$ , για  $k = 0$  είναι επίπεδο με μηδενική χωρική καμπυλότητα ενώ για  $k = -1$ , είναι ανοιχτό με αρνητική χωρική καμπυλότητα και μοιάζει με την επιφάνεια σάγματος. Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις  $k = 0$  και  $k = -1$  ο χωρικός όγκος είναι άπειρος.

## 1.1 Οι εξισώσεις Friedmann

Προκειμένου να μελετήσουμε την δυναμική του σύμπαντος που περιγράφεται από την μετρική FRW χρειάζονται οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν την χρονική εξέλιξη του παράγοντα κοσμικής κλίμακας  $a(t)$ . Αυτές προκύπτουν από τις εξισώσεις Einstein ,

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu}}{2}\mathcal{R} = -8\pi G_N (T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda). \quad (1.3)$$

όπου έχουμε θεωρήσει την γενικότερη περίπτωση κατά την οποία υπάρχει μη μηδενική κοσμολογική σταθερά εν γένει.

Κάνουμε επίσης την παραδοχή -η οποία αποτελεί πολύ καλή προσέγγιση της πραγματικότητας - ότι το σύμπαν είναι ένα *ιδανικό* ρευστό από ύλη, ακτινοβολία και κάθε μορφή ενέργειας γενικότερα με πυκνότητα  $\rho$  και πίεση  $P$ . Τότε ο ταυνοστής ενέργειας -ορμής μπορεί να γραφτεί ως :

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P) U_\mu U_\nu + g_{\mu\nu} P, \quad (1.4)$$



όπου  $U^\mu$  είναι το κανονικοποιημένο τετράνυσμα της ταχύτητας του ρευστού στις *ταυτόχρονα κινούμενες* συντεταγμένες της εξ.(1.1):  $U^\mu = (1, 0, 0, 0)$ .

Από τον συνδυασμό των εξισώσεων (1.3) και (1.4) προκύπτουν δύο εξισώσεις,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\bar{\rho} - \frac{k}{a^2} \quad (1.5)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{4\pi G_N}{3}(\bar{\rho} + 3\bar{P}). \quad (1.6)$$

όπου  $\bar{\rho} = \rho + \Lambda$  και  $\bar{P} = P - \Lambda$ .

Η πρώτη εξ αυτών, δίνει για κάθε χρονική στιγμή τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος, που εκφράζεται από την παράμετρο του Hubble  $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ , ως συνάρτηση της πυκνότητας ύλης και ενέργειας. Η σημερινή τιμή της  $H_0$  ονομάζεται σταθερά του Hubble. Η δεύτερη διαφορική εξίσωση δίνει την επιτάχυνση με την οποία διαστέλλεται το σύμπαν. Από τις εξισώσεις (1.5) και (1.6) γίνεται κατανοητό ότι το σύμπαν μπορεί να διαστέλλεται ή να συστέλλεται επιταχυνόμενο ή επιβραδυνόμενο. Αυτό εξαρτάται από το είδος των σωματιδίων ή των μορφών ενέργειας που περιέχει (της πυκνότητας ύλης, ενέργειας και της πίεσης που ασκούν) και βέβαια από την ύπαρξη ή όχι της κοσμολογικής σταθεράς. Προσδιορίζοντας επομένως την ποσότητα και την ποιότητα των συστατικών του Σύμπαντος είναι δυνατόν στα πλαίσια του Καθιερωμένου Κοσμολογικού Προτύπου να κάνουμε προβλέψεις για την γεωμετρία και το μέλλον του.

Η εξίσωση συνέχειας για το κοσμικό ρευστό που εκφράζεται από τον μηδενισμό της συναλλοίωτης παραγώγου του τανυστή ενέργειας - ορμής  $T^{\mu\nu}{}_{;\mu} = 0$ , παίρνει την απλή μορφή,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0. \quad (1.7)$$

Η εξίσωση αυτή είναι δυνατόν να προκύψει και από τον συνδυασμό των (1.5) και (1.6) και εκφράζει το γεγονός ότι η διαστολή του σύμπαντος οδηγεί σε τοπικές μεταβολές της πυκνότητας της ύλης και της ενέργειας.

Ένα άλλο θέμα που μας απασχολεί προκειμένου να επιλύσουμε τις εξισώσεις Friedmann είναι ο τρόπος με τον οποίο συσχετίζεται η πίεση με την πυκνότητα μέσω της καταστατικής εξίσωσης. Στην προσέγγιση του ιδανικού ρευστού που υιοθετούμε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η μορφή αυτής της καταστατικής εξίσωσης είναι,

$$P = w\rho. \quad (1.8)$$

Η παράμετρος  $w$  είναι σταθερά και εξαρτάται από το είδος του συστατικού του κοσμικού ρευστού. Η τιμή  $w = 0$  αντιστοιχεί σε ρευστό που αποτελείται από μη σχετικιστικά

σωματίδια με μάζα τα οποία δεν ασκούν πίεση. Για τα σχετικιστικά σωματίδια ή την ακτινοβολία ισχύει  $w = 1/3$ . Σε ό,τι αφορά την κοσμολογική σταθερά  $\Lambda$ ,  $P_\Lambda = -\rho_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi G_N}$  οπότε  $w_\Lambda = -1$ .

Από την εξίσωση συνέχειας (1.7) και την καταστατική εξίσωση (1.8) προκύπτει η μεταβολή της πυκνότητας ύλης και ενέργειας σε σχέση με τον παράγοντα κοσμικής κλίμακας,

$$\rho(a) \propto \frac{1}{a(t)^{3(1+w)}}. \quad (1.9)$$

Επομένως κατά την χρονική περίοδο που κυριαρχούσε η ακτινοβολία, η πυκνότητά της μειωνόταν σύμφωνα με τη σχέση  $\rho \sim 1/a^4$ , όταν κυριαρχούσε η ύλη ίσχυε  $\rho \sim 1/a^3$  ενώ όταν επικρατεί η συνεισφορά της κοσμολογικής σταθεράς τότε η πυκνότητά της παραμένει σταθερή ( $\rho \sim$  σταθερό). Το γεγονός ότι η πυκνότητα ενέργειας της κοσμολογικής σταθεράς παραμένει σταθερή με το χρόνο, δικαιολογεί τον όρο *ενέργεια κενού* που της αποδίδουμε.

## 1.2 Η θερμική ιστορία του σύμπαντος

Στα πρώτα κλάσματα του δευτερολέπτου μετά την Μεγάλη Έκρηξη, οι πολύ υψηλές θερμοκρασίες πυροδότησαν θερμικές διαδικασίες μεταξύ των συστατικών του υπερπυκνού πλάσματος οι οποίες είχαν σαν αποτέλεσμα την αποσύζευξη της κοσμικής ακτινοβολίας από την ύλη και την σύνθεση των ελαφρών χημικών στοιχείων. Οι διαδικασίες αυτές ευθύνονται και για την ύπαρξη θερμικών υπολοίπων τα οποία αποσυζεύχθηκαν από το πλάσμα καθώς το σύμπαν ψυχόταν και συνεισφέρουν στις κοσμολογικές παραμέτρους της μάζας που υπάρχει στο σύμπαν σήμερα.

Για την κατανόηση τους, είναι αναγκαία η έννοια της *θερμοδυναμικής ισορροπίας* και της *χημικής ισορροπίας*. Ένα είδος σωματιδίων θεωρείται ότι ισορροπεί θερμικά και χημικά με τα υπόλοιπα σωματίδια όταν διατηρεί την ίδια πίεση και θερμοκρασία με αυτά κι επιπλέον όταν τα προϊόντα μιας αλληλεπίδρασης είναι δυνατόν να επανασυνδυαστούν ώστε να δώσουν τις αρχικές καταστάσεις. Αυτά συμβαίνουν όταν ο ρυθμός αλληλεπίδρασης  $\Gamma$  του συγκεκριμένου είδους με το σύνολο των υπολοίπων σωματιδίων είναι πολύ μεγαλύτερος από τον ρυθμό  $H$  με τον οποίο διαστέλλεται το σύμπαν ( $\Gamma \gg H$ ). Στο πρώιμο σύμπαν, στο οποίο κυριαρχούσε η ακτινοβολία, τα σωματίδια διατηρούνταν σε κατάσταση θερμικής και χημικής ισορροπίας με το κοσμικό περιβάλλον λόγω της υψηλής θερμοκρασίας.

Στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, ο αριθμός καταστάσεων ενός είδους

σωματιδίων με μέτρο ορμής από  $p$  έως  $p + dp$  ανά μονάδα όγκου δίνεται από την σχέση <sup>2</sup>:

$$dn(p) = \frac{g_s}{2\pi^2} f(p) p^2 dp, \quad (1.10)$$

όπου  $g_s$  είναι οι βαθμοί ελευθερίας λόγω spin. Συγκεκριμένα  $g_s = 1$  για τα ουδέτερα βαθμωτά,  $g_s = 2$  για φερμιόνια τύπου Majorana, αριστερόστροφα νετρίνα και άμαζα διανυσματικά μποζόνια (π.χ. φωτόνια),  $g_s = 3$  για έμμαζα διανυσματικά μποζόνια και  $g_s = 4$  για φερμιόνια τύπου Dirac. Η συνάρτηση κατανομής  $f(p)$  είναι  $f(p) = (e^{\frac{E(p)}{kT}} \pm 1)^{-1}$ . Το αρνητικό πρόσημο αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου τα σωματίδια ακολουθούν την στατιστική Bose-Einstein ενώ το θετικό, στην περίπτωση που ακολουθούν την Fermi-Dirac. Επομένως ο αριθμός σωματιδίων ανά όγκο  $n$ , η πυκνότητα  $\rho$  και η πίεση  $P$  του ρευστού των σωματιδίων, δίνονται από τα ολοκληρώματα :

$$n = \int_0^\infty \frac{dn}{dp} dp \quad (1.11)$$

$$\rho = \int_0^\infty E \frac{dn}{dp} dp \quad (1.12)$$

$$P = \frac{1}{3} \int_0^\infty \frac{|\vec{p}|^2}{E} \frac{dn}{dp} dp \quad (1.13)$$

Η εντροπία είναι ένα διατηρούμενο μέγεθος σε ένα σύμπαν που περιγράφεται από την μετρική FRW και η πυκνότητά της ισούται με  $s = \frac{\rho + P}{T}$ . Τα φυσικά αυτά μεγέθη μπορούν να εκφραστούν στην ακόλουθη μορφή :

$$n = T^3 N(T) \quad (1.14)$$

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} T^4 g(T) \quad (1.15)$$

$$s = \frac{2\pi^2}{45} T^3 h(T) \quad (1.16)$$

$$P = \frac{\pi^2}{90} T^4 [4h(T) - 3g(T)] \quad (1.17)$$

Με  $N$ ,  $g$ ,  $h$  συμβολίζονται αντίστοιχα οι *βαθμοί ελευθερίας αριθμού σωματιδίων*, *ενέργειας* και *εντροπίας* οι οποίοι είναι συναρτήσεις της θερμοκρασίας. Στην γενικότερη περίπτωση

---

<sup>2</sup>Θεωρούμε ότι  $\hbar = c = k = 1$

αυτές ορίζονται με τον ακόλουθο τρόπο :

$$N(T) = \frac{g_s}{2\pi^2} \frac{1}{x^3} \int_1^\infty \frac{u(u^2 - 1)^{1/2}}{e^{u/x} \mp 1} du \quad (1.18)$$

$$g(T) = g_s \frac{15}{\pi^4} \frac{1}{x^4} \int_1^\infty \frac{u^2(u^2 - 1)^{1/2}}{e^{u/x} \mp 1} du \quad (1.19)$$

$$h(T) = g_s \frac{15}{4\pi^4} \frac{1}{x^4} \int_1^\infty \frac{(4u^2 - 1)(u^2 - 1)^{1/2}}{e^{u/x} \mp 1} du \quad (1.20)$$

όπου  $u = \frac{E}{m}$ ,  $x = \frac{T}{m}$ . Το αρνητικό πρόσημο στον παρονομαστή της υπό ολοκλήρωση ποσότητας αντιστοιχεί στους μποζονικούς βαθμούς ελευθερίας ενώ το θετικό στους φερμιονικούς όπως προαναφέρθηκε.

Όταν επικρατούν υψηλές θερμοκρασίες, η ενέργεια ηρεμίας είναι αμελητέα  $T \gg m$ ,  $x \gg 10$  και η περίπτωση αυτή ισοδυναμεί με την περίπτωση σωματιδίων με μηδενική μάζα (υπερσχετικιστικό όριο). Οι εκφράσεις για τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας είναι απλές σε αυτή την περίπτωση <sup>3</sup>:

$$N(T) = g_s \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \begin{cases} 1, & \text{για μποζόνια} \\ 3/4, & \text{για φερμιόνια} \end{cases} \quad (1.21)$$

$$g(T) = g_s \begin{cases} 1, & \text{για μποζόνια} \\ 7/8, & \text{για φερμιόνια} \end{cases} \quad (1.22)$$

$$h(T) = g_s \begin{cases} 1, & \text{για μποζόνια} \\ 7/8, & \text{για φερμιόνια} \end{cases} \quad (1.23)$$

Εάν τα σωματίδια είναι μη σχετικιστικά ( $T \ll m$ ,  $x \ll 0.1$ ), η κινητική δηλαδή ενέργεια λόγω θερμικής κίνησης είναι πολύ μικρότερη της ενέργειας ηρεμίας, τότε φερμιόνια και μποζόνια έχουν τις ίδιες εκφράσεις για την πυκνότητα του αριθμού σωματιδίων (κατανομή Boltzmann), την πυκνότητα μάζας, την πίεση και την πυκνότητα εντροπίας.

Και στις δύο περιπτώσεις οι εκφράσεις για τα μεγέθη  $n$ ,  $\rho$ ,  $P$ ,  $s$  είναι εξαιρετικά απλές και παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί :

Μέχρι τώρα στις εκφράσεις που δώσαμε για τα διάφορα θερμοδυναμικά μεγέθη, αναφερθήκαμε στην περίπτωση ενός είδους σωματιδίων. Στην πραγματικότητα όμως και ειδικότερα όταν μελετάμε το θερμικό υπόβαθρο του σύμπαντος αντιμετωπίζουμε την περίπτωση

<sup>3</sup> $\zeta(3) = 1.202$  είναι η συνάρτηση ζήτα του Riemann με όρισμα 3

	Σχετικιστικά Μποζόνια	Σχετικιστικά Φερμιόνια	Μη σχετικιστικά μποζόνια και φερμιόνια
$n$	$\frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_s T^3$	$\left(\frac{3}{4}\right) \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_s T^3$	$g_s \left(\frac{m T}{2 \pi}\right)^{3/2} e^{-m/T}$
$\rho$	$\frac{\pi^2}{30} g_s T^4$	$\left(\frac{7}{8}\right) \frac{\pi^2}{30} g_s T^4$	$m n$
$P$	$\frac{1}{3} \rho_i$	$\frac{1}{3} \rho_i$	$n T \ll \rho$

Πίνακας 1.1: Η πυκνότητα αριθμού, ενέργειας και πίεσης, για μποζόνια και φερμιόνια σε θερμική ισορροπία.

πολλών διαφορετικών σωματιδίων, μποζονίων και φερμιονίων. Για τον λόγο αυτό ορίζουμε την πυκνότητα ενέργειας και εντροπίας με τον ακόλουθο τρόπο,

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30} g_{eff}(T) T^4 \quad (1.24)$$

$$s(T) = \frac{2 \pi^2}{45} h_{eff}(T) T^3. \quad (1.25)$$

Τα μεγέθη  $g_{eff}$  και  $h_{eff}$  είναι αντίστοιχα οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας ενέργειας και εντροπίας και είναι συναρτήσεις της θερμοκρασίας :

$$g_{eff}(T) = \sum_i g_i(x_i) \quad (1.26)$$

$$h_{eff}(T) = \sum_i h_i(x_i). \quad (1.27)$$

Ο δείκτης  $i$  αναφέρεται σε κάθε είδος σωματιδίου, φερμιόνιο ή μποζόνιο με μάζα  $m_i$ , ( $x_i = T/m_i$ ). Οι συναρτήσεις  $g_i(x_i)$ ,  $h_i(x_i)$ , δίνονται γενικά από τις σχέσεις (1.18) ή από τις αντίστοιχες εκφράσεις στο υπερασχετικιστικό όριο ( $x \gg 10$ ).

### 1.3 Οι εξισώσεις Friedmann και η εξέλιξη του σύμπαντος

Μελετώντας την ιστορία του σύμπαντος από την στιγμή της μεγάλης έκρηξης μέχρι σήμερα μπορεί να διακρίνει δύο εποχές στις οποίες επικρατούσαν η ακτινοβολία και η ύλη αντιστοίχως.

Στην εποχή που επικρατούσε η ακτινοβολία στην πυκνότητα ύλης και ενέργειας συνεισφέρονταν κυρίως σχετικιστικά σωματίδια των οποίων η θερμική κίνηση είναι παρόμοια με αυτή των φωτονίων. Όπως είδαμε, σύμφωνα με την εξ. (1.9) είναι  $\rho \simeq 1/a^4$ . Επιλύοντας την διαφορική εξίσωση (1.5) στην οποία κυριαρχεί ο όρος της πυκνότητας, βρίσκουμε ότι ο παράγοντας κοσμικής κλίμακας μεταβάλλεται ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα του χρόνου,  $a \sim t^{1/2}$  οπότε  $\rho \sim t^{-2}$  και από τον ορισμό (1.15)  $T \sim t^{-1/2}$ . Ο ρυθμός διαστολής εκείνη την εποχή βρίσκεται να είναι :

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{2t} = 1.66 \sqrt{g(t)} \frac{(kT)^2}{M_{Planck}}. \quad (1.28)$$

Θα πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι το περιεχόμενο των βαθμών ελευθερίας της ενέργειας  $g(T)$  είναι διαφορετικό σε κάθε χρονική στιγμή. Εξαρτάται από το είδος το σωματίδιων που βρίσκεται σε ισορροπία με το κοσμικό υπόβαθρο. Ένα σωματίδιο με μάζα  $m_i$  σε θερμοκρασία  $T \gg m_i$  είναι σχετικιστικό και συνεισφέρει στην συνάρτηση στους βαθμούς ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας  $7/8 g_s$  αν είναι φερμιόνιο ή  $g_s$  αν είναι μποζόνιο. Καθώς το σύμπαν διαστέλλεται, η θερμοκρασία του ελαττώνεται και όταν  $T \ll m_i$  η συνεισφορά του συγκεκριμένου είδους είναι αμελητέα αφού μειώνεται εκθετικά από τον παράγοντα Boltzmann  $e^{-\frac{m_i}{kT}}$ . Έτσι για παράδειγμα, όταν  $T < m_e$ , στους βαθμούς ελευθερίας της ενέργειας συμμετέχουν τα φωτόνια και τα νετρίνα των 3 οικογενειών με τα αντινετρίνα τους κατά  $2 + 6 \times \frac{7}{8} = \frac{29}{4}$ .

Μετά την εποχή της ακτινοβολίας το σύμπαν πέρασε στην περίοδο εκείνη όπου κυριαρχεί η ύλη. Η πίεση που ασκούν τα σωματίδια είναι αμελητέα ως προς την πυκνότητα μάζας τους. Η σχέση (1.9) δίνει ότι η πυκνότητα ύλης μεταβάλλεται ως  $\rho \simeq a^{-3}$  ενώ από την επίλυση της πρώτης από τις εξισώσεις Friedmann (1.5) προκύπτει ο κοσμικός παράγοντας συναρτήσει του χρόνου. Συνοψίζοντας, έχουμε ότι  $a \sim t^{2/3}$  ενώ για την πυκνότητα και την θερμοκρασία είναι  $\rho \sim t^{-2}$  και  $T \sim t^{-2/3}$ . Ο ρυθμός διαστολής του σύμπαντος είναι  $H = \frac{2}{3t}$ . Η μετάβαση του σύμπαντος από την εποχή της ακτινοβολίας στην εποχή που κυριαρχεί η ύλη γίνεται στην θερμοκρασία  $T_{EQ}$  εκείνη όπου η πυκνότητα της ακτινοβολίας εξισώνεται με την πυκνότητα της ύλης και υπολογίζεται ότι  $T_{EQ} \simeq 10^4 K \approx 1eV$ .

Καθώς το σύμπαν εξακολουθεί να διαστέλλεται, η θερμοκρασία μειώνεται ακόμη περισσότερο οπότε η συνεισφορά του όρου με την κοσμολογική σταθερά-αν αυτή υπάρχει- στην εξ. (1.5) είναι δυνατόν να γίνει σημαντική. Τα πρόσφατα παρατηρησιακά δεδομένα, τα οποία θα σχολιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο, δικαιολογούν τον ισχυρισμό αυτό καθώς δείχνουν ότι το 70 % περίπου της συνολικής μάζας και ενέργειας που υπάρχει στο σύμπαν αποτελείται από την ενέργεια του κενού η οποία μπορεί να αποδοθεί στην κοσμολογική σταθερά  $\Lambda$ .

Στην περίπτωση λοιπόν που στο σύμπαν κυριαρχεί η ενέργεια κενού, οι εξισώσεις Friedmann (1.5) και (1.6) παίρνουν την μορφή :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \simeq \frac{8\pi G_N}{3}\Lambda \quad (1.29)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\Lambda \quad (1.30)$$

Εάν  $\Lambda < 0$ , συμπεραίνουμε ότι το σύμπαν ουδέποτε θα εισέλθει στην φάση όπου θα κυριαρχεί η κοσμολογική σταθερά διότι όπως φαίνεται στην εξ. Friedmann (1.29), ο παράγοντας κοσμικής κλίμακας φτάνει σε μια μέγιστη τιμή λίγο πριν την φάση αυτή. Στην περίπτωση εντούτοις που η κοσμολογική σταθερά είναι θετική, η λύση της διαφορικής εξίσωσης (1.29) είναι  $a = \exp\sqrt{\frac{8\pi G_N \Lambda}{3}}t$  ενώ από την εξ. (1.30) προκύπτει ότι η επιτάχυνση με την οποία διαστέλλεται το σύμπαν είναι θετική και επομένως οι βαρυτικές δυνάμεις δρουν απωστικά με αρνητική πίεση  $P_{vac} = -\rho_{vac} = -\Lambda$ .

Βέβαια η ανάλυση αυτή προϋποθέτει ότι η κοσμολογική σταθερά είναι όντως σταθερά και δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο. Αν η ενέργεια του κενού οφείλεται σε κάποιο άλλου είδους πεδίο, όπως προτείνεται από διαφόρους συγγραφείς, τότε το σκηνικό αλλάζει και η εξέλιξη του σύμπαντος δεν επιδέχεται τόσο απλές περιγραφές.

## 1.4 Η διαδικασία της αποσύζευξης ενός είδους σωματιδίων από την θερμική ισορροπία

Στις προηγούμενες παραγράφους αναφερθήκαμε στην κατάσταση της θερμοδυναμικής ισορροπίας η οποία διατηρείται όσο ο ρυθμός με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα σωματίδια μεταξύ τους είναι πολύ μεγαλύτερος από τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος ( $\Gamma \gg H$ ). Ο ρυθμός αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωματιδίων είναι  $\Gamma = n\sigma v$  όπου  $\sigma$  είναι η ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης και  $n$  ο αριθμός σωματιδίων ανά μονάδα όγκου. Καθώς η θερμοκρασία μειώνεται, ο ρυθμός αλληλεπίδρασης ελαττώνεται σε σχέση με τον ρυθμό διαστολής. Σε κάποια θερμοκρασία  $T_f$ , που ονομάζεται *θερμοκρασία αποσύζευξης*, (*freeze-out temperature*) οι δύο ρυθμοί εξισώνονται με αποτέλεσμα τα σωματίδια να αποσυζεύγνυνται από το θερμικό υπόβαθρο (*decoupling*). Για θερμοκρασίες  $T < T_f$  τα σωματίδια παύουν ουσιαστικά να αλληλεπιδρούν με τα υπόλοιπα σωματίδια του υπόβαθρου που βρίσκονται σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας και διαδίδονται ελεύθερα μέσα στο διαστελλόμενο σύμπαν. Ο συνολικός τους αριθμός παραμένει σταθερός ενώ η

πυκνότητά τους ελαττώνεται σύμφωνα με την σχέση  $n \sim 1/a^3$ .

Η διαδικασία της αποσύζευξης είναι ιδιαίτερα σημαντική για την Αστροσωματιδιακή Φυσική, καθώς ερμηνεύει την ύπαρξη θερμικών υπολοίπων από την εποχή της Μεγάλης Έκρηξης, όπως π.χ. τα νετρίνα. Επιπλέον ορισμένα σωματιδιακά πρότυπα προβλέπουν την ύπαρξη ασθενώς αλληλεπιδρώντων σωματιδίων με μεγάλη μάζα (Weakly Interacting Massive Particles, **WIMPs**) τα οποία ακολουθώντας την διαδικασία της αποσύζευξης έχουν τέτοιες τιμές πυκνότητας στην σημερινή εποχή ώστε να δίνεται λύση στο πρόβλημα της Σκοτεινής Ύλης στο οποίο θα αναφερθούμε στο επόμενο κεφάλαιο. Εάν τα σωματίδια κατά την αποσύζευξή τους κινούνται με ταχύτητες κοντά στην ταχύτητα του φωτός τότε έχουμε την περίπτωση των λεγόμενων θερμών υπολοίπων ενώ αν κινούνται με μικρές σχετικά ταχύτητες αναφερόμαστε στην ύπαρξη ψυχρών υπολοίπων.

Παράδειγμα θερμών υπολοίπων αποτελούν τα νετρίνα τα οποία είναι σχεδόν άμαζα και συμμετέχουν στις Ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Σε θερμοκρασίες  $T < m_\mu$  οι βαθμοί ελευθερίας που συμμετέχουν στην ενέργεια και στην εντροπία του σύμπαντος προέρχονται από τα φωτόνια, τα νετρίνα και τα αντινετρίνα, τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια. Τα νετρίνα, τα ηλεκτρόνια καθώς και τα αντισωματίδιά τους είναι σχετικιστικά ( $v \simeq 1$ ) για θερμοκρασίες μεγαλύτερες από την μάζα του ηλεκτρονίου, επομένως σύμφωνα με την (1.14) η πυκνότητά τους είναι  $n \sim T^3$ . Η ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης των νετρίνων και αντινετρίνων με τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια είναι  $\sigma_\nu \sim (G_F/\sqrt{\pi})^2 T^2$  όπου  $G_F$  είναι η σταθερά Fermi. Βρίσκουμε λοιπόν ότι ο ρυθμός της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης είναι :

$$\Gamma \sim n \sigma_\nu v \simeq (G_F/\sqrt{\pi})^2 T^5 \quad (1.31)$$

ενώ ο ρυθμός με τον οποίο διαστέλλεται το σύμπαν δίνεται από την σχέση (1.28). Δεδομένου του ότι οι βαθμοί ελευθερίας της ενέργειας στην συγκεκριμένη περιοχή θερμοκρασιών είναι  $g(T) \simeq 43/4$  υπολογίζεται εύκολα ότι η θερμοκρασία στην οποία εξισώνονται οι δύο ρυθμοί και άρα αποσυνζεύγνυνται τα νετρίνα είναι  $T_f \simeq 2 \text{ MeV}$ . Για θερμοκρασίες κάτω από την θερμοκρασία αποσύζευξης αυτή, τα νετρίνα και τα αντινετρίνα παύουν να αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια, τα ποζιτρόνια και τα φωτόνια και ο συνολικός τους αριθμός παραμένει σταθερός. Την στιγμή της αποσύζευξής τους έχουν την ίδια θερμοκρασία με τα φωτόνια. Όταν η θερμοκρασία φτάσει σε τιμές τέτοιες ώστε  $T < 2 m_e$  ξεκινούν οι διαδικασίες εξαΰλωσης των ηλεκτρονίων με τα ποζιτρόνια,  $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ . Η αντίστροφη διαδικασία δεν συμβαίνει καθώς τα παραγόμενα φωτόνια δεν έχουν την απαιτούμενη ενέργεια για να παραχθούν ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια. Κατ' αυτόν τον τρόπο όμως το σύνολο των φωτονίων αναθερμαίνεται (*reheating*) ή, για να είμαστε πιο ακριβείς, κρύνει



με πιο αργό ρυθμό. Το σύνολο εντούτοις των νετρίνων δεν επηρεάζεται από την αναθέρμανση αυτή. Η τελική θερμοκρασία των φωτονίων μπορεί να υπολογιστεί από την διατήρηση της εντροπίας η οποία ισχύει σε ένα σύμπαν που περιγράφεται από την μετρική FRW . Εξισώνοντας τις εντροπίες πριν  $\left(\frac{11}{2}T_\nu^3\right)$  και μετά  $(2T_\gamma^3)$  την διαδικασία της αναθέρμανσης προκύπτει ότι  $T_\gamma = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} T_\nu$  όπου με  $T_\nu, T_\gamma$  συμβολίζουμε τις αντίστοιχες θερμοκρασίες των φωτονίων. Έτσι υπολογίζεται ότι η θερμοκρασία των νετρίνων είναι  $T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma$ . Λόγω της διαδικασίας της αναθέρμανσης οι βαθμοί ελευθερίας της ενέργειας για θερμοκρασίες πάνω από την μάζα του μιονίου δεν είναι πλέον  $2+6 \times \frac{7}{8} = 7.25$  όπως είχαμε επιχειρηματολογήσει σε προηγούμενη παράγραφο αλλά περίπου οι μισοί,  $2 + \frac{21}{4} \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^4 \simeq 3.36$ .

## 1.5 Προσδιορισμός των κοσμολογικών παραμέτρων

Μια από τις βασικότερες παραμέτρους που χρησιμοποιείται στην περιγραφή κοσμολογικών εννοιών είναι σημερινή τιμή της παραμέτρου του Hubble ,  $H_0$  η οποία συνδέει την ταχύτητα απομάκρυνσης ενός γαλαξία με την απόσταση του από εμάς,  $v = H_0 r$ . Συνήθως χρησιμοποιείται η αδιάστατη ποσότητα  $h_0 = \frac{H_0}{100 \text{ km/sec/Mpc}}$ . Το Hubble Space Telescope Key Project [3] έχει μετρήσει με πολύ καλή ακρίβεια την σταθερά του Hubble :  $H_0 = 72 \pm 3$ , (στατιστικό)  $\pm 7$  (συστηματικό)  $\text{km/sec/Mpc}$ . Το αποτέλεσμα αυτό βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με τα δεδομένα από άλλα ερευνητικά προγράμματα όπως για παράδειγμα το WMAP3 τα οποία βελτίωσαν τα πειραματικά σφάλματα ακόμη περισσότερο.

Από την εξίσωση Friedmann (1.5) προκύπτει ο συσχετισμός της πυκνότητας  $\bar{\rho}$  με την σταθερά Hubble ,

$$\bar{\rho} = \frac{3}{8\pi G_N} \left( H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \quad (1.32)$$

όπου  $k$  είναι ο δείκτης χωρικής καμπυλότητας και  $a$  ο παράγων κοσμικής κλίμακας. Εάν αγνοήσουμε την κοσμολογική σταθερά, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της πυκνότητας ύλης / ενέργειας που πρέπει να υπάρχει σήμερα στο σύμπαν ώστε να είναι χωρικά επίπεδο, ( $k = 0$ ) . Η κρίσιμη πυκνότητα όπως ονομάζεται η παράμετρος αυτή, ισούται με

$$\rho_c = \frac{3 H_0^2}{8\pi G_N} \quad (1.33)$$

και η σημερινή τιμή της είναι  $\rho_c = 1.88 \times 10^{-29} h_0^2 \text{ gr/cm}^3$ .

Η χωρική καμπυλότητα του σύμπαντος καθορίζεται από την σύγκριση της σημερινής τιμής της ποσότητας  $\bar{\rho}$  ως προς την κρίσιμη πυκνότητα  $\rho_c$ : Αν  $\bar{\rho} > \rho_c$ , τότε το σύμπαν είναι κλειστό ( $k > 0$ ), αν  $\bar{\rho} < \rho_c$ , τότε έχουμε ένα ανοιχτό σύμπαν ( $k < 0$ ) και για  $\bar{\rho} = \rho_c$ , το Σύμπαν είναι χωρικά επίπεδο ( $k = 0$ ).

Για πρακτικούς λόγους ορίζουμε το αδιάστατο μέγεθος  $\Omega$ ,

$$\Omega = \frac{\bar{\rho}}{\rho_c} \quad (1.34)$$

Στην παράμετρο αυτή συμμετέχουν όλα τα είδη συστατικών που υπάρχουν στο σύμπαν, ύλη ( $\Omega_M$ ), ακτινοβολία ( $\Omega_{rad}$ ) και η κοσμολογική σταθερά ( $\Omega_\Lambda$ ):

$$\Omega = \Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda. \quad (1.35)$$

Η τιμή της παραμέτρου  $\Omega$  σήμερα είναι δυνατόν να εκφραστεί συναρτήσει της σταθεράς Hubble με την βοήθεια των εξισώσεων (1.32) και (1.33),

$$\Omega_0 = 1 + \frac{k}{a_0^2 H_0^2} \quad (1.36)$$

όπου με τον κάτω δείκτη "0" συμβολίζουμε τις τιμές των αντίστοιχων μεγεθών στην σημερινή εποχή. Στην Αστροσωματιδιακή φυσική συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε την αδιάστατη παράμετρο  $\Omega_0 h_0^2$ . Το συμπέρασμα που προκύπτει από την εξίσωση (1.36) είναι ότι η γεωμετρία του σύμπαντος συσχετίζεται με την κοσμολογική παράμετρο  $\Omega_0$  η οποία ουσιαστικά εξαρτάται από το είδος και την αναλογία των συστατικών που υπάρχουν στο σύμπαν. Με την βοήθεια λοιπόν των πλέον πρόσφατων μετρήσεων που αφορούν τον προσδιορισμό της παραμέτρου  $\Omega_0$  γίνεται σαφές ότι είναι δυνατόν για πρώτη φορά να δοθούν απαντήσεις στα καίρια ερωτήματα σχετικά με την γεωμετρία του σύμπαντος αλλά και την μελλοντική του εξέλιξη όπως θα δούμε παρακάτω.

Μελετώντας το φάσμα της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου εκτιμήθηκε ότι η πυκνότητα συνολικής μάζας και ενέργειας σήμερα είναι πολύ κοντά στην κρίσιμη, δηλαδή  $\Omega_0 \sim 1$ . Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το σύμπαν στο οποίο ζούμε είναι *χωρικά επίπεδο* όπως προκύπτει από την σχέση (1.36). Η ακτινοβολία αυτή αποτελείται από τα φωτόνια που σκεδάστηκαν τελευταία από την ύλη, καθώς το σύμπαν περνούσε από την εποχή της ακτινοβολίας στην εποχή της ύλης. Είναι γνωστό δε μετά από τα δεδομένα του WMAP3, ότι ακολουθεί την κατανομή μέλανος σώματος θερμοκρασίας  $T = 2,726 \text{ }^\circ\text{K}$  και είναι σχεδόν ισότροπη σε κλίμακα  $10^{-5}$  του βαθμού Kelvin. Μικρές διακυμάνσεις της θερμοκρασίας αυτής ανιχνεύθηκαν στα τέλη του περασμένου αιώνα. Η κατανομή

του φάσματος αυτών των ανισοτροπιών ως προς τις γωνίες παρατήρησης ή ισοδύναμα ως προς τις πλειονοπολικές <sup>4</sup> ροπές  $l$ , εμφανίζει μέγιστα με ιδιαίτερη φυσική σημασία. Για παράδειγμα η θέση του πρώτου μεγίστου καθορίζει την χωρική καμπυλότητα του σύμπαντος. Εμφανίζεται δε σε τάξη  $l = 220 \Omega_0^{-1/2}$ . Τα πειράματα MAXIMA, BOOMERANG σε συνδυασμό με τα δεδομένα από τον δορυφόρο COBE [4], προσδιόρισαν θέση της κορυφής αυτής και από εκεί, την τιμή της παραμέτρου  $\Omega_0$ ,  $\Omega_0 = 1.0 \pm 0.1$ .

Τα τελευταία χρόνια, υπάρχουν νέα δεδομένα από τον δορυφόρο, το WMAP3 (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) ο οποίος μέτρησε ανισοτροπίες της ακτινοβολίας υποβάθρου με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια από τον COBE, περίπου ένα δισεκατομμυριοστό του βαθμού Kelvin. Σύμφωνα με τα δεδομένα του WMAP3 [5]- [7] και σε συνδυασμό με τις παρατηρήσεις του τηλεσκοπίου SDSS [8], η παράμετρος  $\Omega_0$  ισούται με

$$\Omega_0 = 1.02 \pm 0.02. \quad (1.37)$$

Ο ποσοτικός προσδιορισμός κάθε όρου της εξίσωσης (1.35) που συνεισφέρει στο συνολικό ισοζύγιο ύλης και ενέργειας του σύμπαντος παραμετροποιείται από το μέγεθος  $\Omega_0$ . Η συνεισφορά της ακτινοβολίας στην συνολική μάζα και ενέργεια του σύμπαντος σήμερα είναι αμελητέα. Πρόκειται ουσιαστικά για τα φωτόνια και τα νετρίνα. Πράγματι από τον ορισμό της πυκνότητας ενέργειας (1.15) προκύπτει για τα φωτόνια,  $\Omega_\gamma = 2.5 \times 10^{-5}/h_0^2 \sim 5.2 \times 10^{-5}$  όταν  $h_0 \approx 0.7$ , η πυκνότητά τους είναι δηλαδή 5 τάξεις μεγέθους μικρότερη από την κρίσιμη πυκνότητα. Σε ό,τι αφορά τα νετρίνα και τα αντινετρίνα, θεωρώντας ότι έχουν μηδενική μάζα η συνεισφορά τους είναι  $\Omega_\nu \simeq 0.115 N_\nu \Omega_\gamma$  όπου  $N_\nu$  ο συνολικός αριθμός των ειδών νετρίνων και αντινετρίνων. Στο Καθιερωμένο Πρότυπο υπάρχουν  $N_\nu = 6$  συνολικά νετρίνα και αντινετρίνα. Στην περίπτωση όμως που έχουν μάζα η συνεισφορά τους δίνεται από την σχέση  $\Omega_\nu = \sum_\nu m_\nu / (92.5 eV)$ . Τα αποτελέσματα από το SuperKamionkande το οποίο ανιχνεύει ταλαντώσεις μεταξύ των ιδιοκαταστάσεων μάζας των νετρίνων  $\nu_\mu, \nu_\tau$  δείχνουν ότι η διαφορά μάζας τους δεν μπορεί να ξεπερνά τα  $0.05 eV$  και κατά συνέπεια η μάζα του νετρίνο είναι της τάξης του  $eV$ . Επομένως η συνεισφορά των νετρίνων είναι επίσης πολύ μικρή,  $\Omega_\nu \simeq \mathcal{O}(10^{-2})$ .

Το ποσό της βαρυονικής ύλης που υπάρχει στο σύμπαν δεν είναι εύκολο να υπολογιστεί εξ ολοκλήρου από την ακτινοβολία που εκπέμπει. Γι' αυτό στηριζόμαστε στις θεωρίες της πρώιμης πυρηνοσύνθεσης για την δημιουργία των ελαφρών στοιχείων. Η κοσμική αφθονία των ισοτόπων (He,D,Li) καθορίζεται συναρτήσεως του λόγου  $\eta = n_B/n_\gamma$ , δηλαδή του λόγου των πυκνοτήτων του αριθμού των βαρυονίων ως προς τον αριθμό των φωτονίων. Ο λόγος  $\eta$

---

<sup>4</sup>Κρίνουμε ότι ο όρος "πλειονοπολικές" είναι πιο δόκιμος από τον όρο "πολυπολικές"

είναι της τάξης  $\eta \sim (4.7 - 6.5) \times 10^{-10}$ . Με την μέθοδο αυτή προκύπτει η πυκνότητα της βαρυονικής ύλης  $\Omega_B = 0.040 \pm 0.012$ .

Η βαρυονική ύλη επηρεάζει την γωνιακή κατανομή του φάσματος των ανισοτροπιών της θερμοκρασίας της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου. Η ανάλυση από τα δεδομένα του WMAP3 [5]- [7] δίνει την παράμετρο πυκνότητας της βαρυονικής ύλης,  $\Omega_B = 0.043 \pm 0.004$ . Η τιμή αυτή βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με την μέθοδο που στηρίζεται στις κοσμικές αφθονίες των ελαφρών ισοτόπων.

Η συνολική πυκνότητα ύλης στο σύμπαν καθορίζεται με σημαντική ακρίβεια από τις μετρήσεις του WMAP3,  $\Omega_M = 0.270 \pm 0.016$ . Συνεπώς η ύλη με την μορφή που γνωρίζουμε καταλαμβάνει μόνο ένα μικρό ποσοστό της συνολικής ύλης που υπάρχει στο σύμπαν. Το υπόλοιπο ( $\Omega_M - \Omega_B$ ), αποτελείται από μορφή ύλης άγνωστη σε μας μέχρι τώρα και γι' αυτό της αποδίδουμε τον χαρακτηρισμό "**Σκοτεινή Ύλη**".

Τα πρώτα ερωτήματα για την ύπαρξη μιας μορφής ύλης, ξεχωριστής από την ορατή ανέκυψαν πριν από αρκετές δεκαετίες όταν οι Zwicky [9] και Rubin [10] μελέτησαν την ταχύτητα περιστροφής του υλικού που βρίσκεται στα άκρα των σπειροειδών γαλαξιών. Εφαρμόζοντας τους νόμους του Νεύτωνα και υποθέτοντας ότι όλη η ύλη που βρίσκεται στον γαλαξία είναι αυτή που ακτινοβολεί, είναι εύκολο να δειχθεί ότι η ταχύτητα περιστροφής πέραν της έκτασης του οπτικού δίσκου ελαττώνεται ως  $1/\sqrt{r}$ , όπου  $r$  η απόσταση από το κέντρο του γαλαξία. Οι παρατηρήσεις όμως έδειξαν ότι η ταχύτητα περιστροφής στα άκρα του γαλαξία είναι σταθερή και θα έπρεπε η κατανομή της μάζας από το κέντρο προς τα άκρα του γαλαξία να είναι γραμμική. Το γεγονός αυτό δεν μπορεί να εξηγηθεί παρά μόνο με την υπόθεση ύπαρξης μιας μορφής ύλης που δεν αλληλεπιδρά ηλεκτρομαγνητικά ώστε να γίνει αντιληπτή, συμμετέχει όμως βαρυστικά στην γαλαξιακή δυναμική. Άλλες ενδείξεις για την ύπαρξη Σκοτεινής Ύλης υπάρχουν από τις παρατηρήσεις του φαινομένου της βαρυτικής εστίασης (gravitational lensing) απομακρυσμένων πηγών H/M ακτινοβολίας από τους πιο κοντινούς γαλαξίες και σμήνη γαλαξιών.

Τα σύγχρονα δεδομένα δείχνουν ότι η συνολική ύλη, βαρυονική και μη βαρυονική, που υπάρχει στο σύμπαν συνεισφέρει μόνο κατά 27% στο συνολικό ισοζύγιο ύλης και ενέργειας. Γίνονται υποθέσεις για το υπόλοιπο 73%. Σύμφωνα με αυτές αυτό μπορεί να αποδοθεί σε μια καινούρια μορφή ενέργειας, η οποία ονομάζεται **Σκοτεινή Ενέργεια**, ή ενέργεια του κενού, και η οποία μπορεί να οφείλεται στην ύπαρξη της κοσμολογικής σταθεράς. Σε αυτή την περίπτωση το κενό συμπεριφέρεται ως υλικό με αρνητική πίεση  $P_\Lambda = -\rho_\Lambda$  με αποτέλεσμα να επιταχύνει το σύμπαν. Αν ληφθεί υπ' όψη και η συμμετοχή της παραμέτρου μάζας  $\Omega_M$  προκύπτει ότι η τιμή της *παραμέτρου επιβράδυνσης* του

σύμπαντος σήμερα είναι αρνητική,  $q_0 = -(\ddot{a}/\dot{a}^2)_0 = \frac{\Omega_M}{2} - \Omega_\Lambda < 0$ , όπου  $a$  ο παράγοντας κοσμικής κλίμακας.

Στο πρόσφατο παρελθόν υπήρξαν δύο σημαντικές μελέτες, από τις ομάδες SCP, (Supernova Cosmology Project) [11] και HZSST, (High-z Supernova Search Team) [12] οι οποίες βασίστηκαν στις μετρήσεις της απόστασης φωτεινότητας υπερκαινοφανών αστέρων τύπου Ia οι οποίοι έχουν μεγάλη τιμή της παραμέτρου  $z$ . Η παράμετρος αυτή εκφράζει την μετατόπιση των οπτικών φασμάτων προς το ερυθρό. Τα συγκεκριμένα αστρονομικά αντικείμενα έχουν το χαρακτηριστικό ότι η φωτεινότητά τους είναι γνωστή και σχεδόν σταθερή οπότε προσφέρονται για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων που αφορούν την κοσμολογία (standard candles). Το μετρούμενο μέγεθος είναι η απόσταση φωτεινότητας  $d_L$  που εξαρτάται από τις κοσμολογικές παραμέτρους  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  μέσω της παραμέτρου επιβράδυνσης  $q_0$  :

$$d_L = c H_0^{-1} \left[ z + \frac{z^2}{2} \left( 1 + \Omega_\Lambda - \frac{\Omega_M}{2} \right) + \dots \right]. \quad (1.38)$$

Για την ακρίβεια ο συντελεστής του  $z^2$  είναι ακριβώς η ποσότητα  $1 - q_0$ . Τα δεδομένα από τους υπερκαινοφανείς αστέρες SNIa προσδιόρισαν το  $q_0 < 0$  και επίσης συσχέτισαν τα  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  από άλλες παρατηρήσεις. Για επίπεδο σύμπαν όπως δείχνουν τα τρέχοντα δεδομένα, η συσχέτιση αυτή δίνεται από τον εμπειρικό τύπο [13] :

$$\Omega_\Lambda = \frac{4}{3} \Omega_M + \frac{1}{3} \pm \frac{1}{6}, \quad (1.39)$$

με δεδομένη την τιμή της παραμέτρου πυκνότητας ύλης στο σύμπαν  $\Omega_M = 0.27 \pm 0.016$  και  $\Omega_\Lambda = 0.72 \pm 0.08$ .

Η Αστροφυσική με την βοήθεια της Τεχνολογίας έχει δώσει πληρέστερα από ποτέ την εικόνα του σύμπαντος στο οποίο ζούμε : ένα σύμπαν χωρικά επίπεδο και επιταχυνόμενο όπου κυριαρχεί η Σκοτεινή Ενέργεια και όπου το ποσοστό της Σκοτεινής Ύλης υπερσιχύει έναντι του ποσοστού της συνήθους βαρυονικής. Έρχεται λοιπόν η σειρά της Σωματιδιακής Φυσικής να συμπληρώσει ένα από τα κομμάτια που λείπουν από το κοσμικό παζλ : τα συστατικά από τα οποία αποτελείται η σκοτεινή ύλη και ενέργεια. Πιο συγκεκριμένα, μέσα από θεωρητικά πρότυπα έχει προταθεί ένα πλήθος σωματιδίων, τα οποία φιλοδοξούν όχι μόνο να δώσουν απαντήσεις ως προς το είδος των σωματιδίων που απαρτίζουν την σκοτεινή ύλη αλλά και να προβλέψουν με ακρίβεια την περίσσειά τους σε σχέση πάντοτε με τα σύγχρονα παρατηρησιακά δεδομένα. Έχουν γίνει επίσης προσπάθειες, σε πιο θεωρητικό επίπεδο, προκειμένου να εξηγηθεί η προέλευση της κοσμολογικής σταθεράς η οποία αν και έχει μικρή τιμή, περίπου  $10^{-120}$  σε ανηγμένες μονάδες Planck, καταλαμβάνει όπως είδαμε συντριπτικό ποσοστό της συνολικής ύλης και ενέργειας του σύμπαντος.

Στη διατριβή αυτή θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με το πρόβλημα της Σκοτεινής Ύλης ενώ στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε συνοπτικά τους σημαντικότερους υποψηφίους της, με έμφαση στην υπερσυμμετρική Σκοτεινή Ύλη.

## Κεφάλαιο 2

# Το πρόβλημα της Σκοτεινής Ύλης

Τα σύγχρονα παρατηρησιακά δεδομένα, ιδιαίτερα από τον δορυφόρο WMAP3, τα οποία οδήγησαν στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την γεωμετρία και την εξέλιξη του σύμπαντος αλλά και επιβεβαιώνουν την ύπαρξη Σκοτεινής Ύλης και Ενέργειας. Τα δεδομένα αυτά αφορούν τις τιμές των κοσμολογικών παραμέτρων οι οποίες σχετίζονται με το ποσοστό που καταλαμβάνει κάθε είδος ύλης και ενέργειας στο συνολικό ενεργειακό ισοζύγιο του σύμπαντος. Τα δεδομένα δείχνουν ότι η συνολική πυκνότητα ύλης και ενέργειας στο σύμπαν είναι κοντά στην κρίσιμη τιμή επομένως το σύμπαν είναι χωρικά επίπεδο. Από την ποσότητα αυτή μόνο το 4% αποτελείται από την συνηθισμένη ύλη που αντιλαμβανόμαστε και το 73% αποδίδεται στην Σκοτεινή ενέργεια, η οποία έχει ως αποτέλεσμα να επιταχύνει την διαστολή του σύμπαντος. Το 23 % που απομένει, θέτει το πρόβλημα ύπαρξης της Σκοτεινής Ύλης. Υπάρχουν αρκετά θεωρητικά πρότυπα τα οποία επιχειρούν να δώσουν λύση προτείνοντας υποψήφια σωματίδια ως συστατικά της Σκοτεινής Ύλης. Από τα σωματίδια αυτά φαίνεται ότι καταλληλότερα είναι βαριά σωματίδια που αλληλεπιδρούν ασθενώς με την ύλη (Weakly Interacting Massive Particles, WIMPs). Ένα τέτοιο σωματίδιο είναι το *neutralino* το οποίο προβλέπεται αβίαστα από την Υπερσυμμετρική προέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου των αλληλεπιδράσεων με την προϋπόθεση ότι είναι ευσταθές και επιπλέον είναι το Ελαφρύτερο Υπερσυμμετρικό Σωματίδιο (Lightest Supersymmetric Particle, LSP). Αυτό συμβαίνει για τιμές των παραμέτρων στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου και μάλιστα είναι σε μεγάλο ποσοστό ο υπερσυμμετρικός εταίρος του διανυσματικού μποζονίου της συμμετρίας  $U_Y(1)$  του Καθιερωμένου Προτύπου, το λεγόμενο *Bino*.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε αναλυτικά τον υπολογισμό της πυκνότητας αριθμού των LSPs που είναι μεταξύ των επικρατέστερων υποψηφίων συστατικών της Σκοτεινής Ύλης. Με δεδομένα τα όρια από το WMAP3 είναι δυνατόν να τεθούν περιορισμοί στις

παραμέτρους της υπερσυμμετρικής θεωρίας. Ο ρυθμός μεταβολής της πυκνότητας των LSPs συσχετίζεται με την ταχύτητα διαστολής του σύμπαντος, τον ρυθμό εξαϋλώσής τους σε άλλα σωματίδια και τον ρυθμό της αντίστροφης διαδικασίας παραγωγή τους από τα προϊόντα εξαϋλώσης. Ποσοτικοποιείται δε μέσω της διαφορικής εξίσωσης Boltzmann. Αναλύονται οι επιμέρους υπολογισμοί φυσικών μεγεθών που είναι αναγκαία για την επίλυση της όπως οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας ενέργειας και εντροπίας και ο θερμικός μέσος όρος της συνολικής ενεργού διατομής των εξαϋλώσεων επί την σχετική ταχύτητα των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων. Κατά τον υπολογισμό η προσοχή επικεντρώνεται στον χειρισμό του "θερμικού" ολοκληρώματος του οποίου η συμπεριφορά μπορεί να οδηγήσει σε αριθμητικές υπερχειλίσεις. Στην συνέχεια περιγράφεται η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης Boltzmann με χρήση προσεγγιστικής μεθόδου. Η ολοκλήρωση της εξίσωσης Boltzmann από την θερμοκρασία αποσύζευξης του LSP από το θερμικό υπόβαθρο μέχρι την θερμοκρασία υποβάθρου ( $2.7^{\circ}K$ ) δίνει την σημερινή τιμή της περίσσειας των LSPs.

Για τον υπολογισμό της ενεργού διατομής στα διάφορα κανάλια εξαϋλώσης γίνεται χρήση των πλατών ελικότητας που εξασφαλίζουν μεγαλύτερη ακρίβεια από τις προγενέστερες μεθόδους τις βιβλιογραφίας.

## 2.1 Σωματιδιακή ερμηνεία της Σκοτεινής Ύλης

Σύμφωνα με αναλύσεις σχετικές με την μορφή και την εξέλιξη του σύμπαντος είναι αποδεκτό ότι η Σκοτεινή Ύλη πρέπει να αποτελείται από σωματίδια μη βαρυονικού τύπου, τα οποία κατά την στιγμή της αποσύζευξής τους από το θερμικό υπόβαθρο ήταν μη σχετικιστικά. Πρέπει επίσης τα σωματίδια να είναι ευσταθή σε κοσμολογικές χρονικές κλίμακες, διαφορετικά θα είχαν ήδη διασπασθεί, να μην αλληλεπιδρούν ηλεκτρομαγνητικά με την ύλη, ώστε να δικαιολογείται η δυσκολία ανίχνευσής τους, και βέβαια η περίσσειά τους να είναι συνεπής με τα σύγχρονα κοσμολογικά δεδομένα.

Στο πλαίσιο του Καθιερωμένου Προτύπου των αλληλεπιδράσεων, οι σημαντικότεροι υποψήφιοι, εκτός από τα νετρίνα, τα οποία αν και αλληλεπιδρούν ασθενώς δίνουν πολύ μικρή περίσσεια, είναι τα αξιόνια. Πρόκειται για σωματίδια των οποίων η ύπαρξη προτείνεται προκειμένου να εξηγηθεί το πρόβλημα της συμμετρίας CP στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Τα εργαστηριακά πειράματα και η δυναμική των υπερκαινοφανών από πρόσφατες παρατηρήσεις υποχρεώνουν τα αξιόνια να είναι πολύ ελαφριά, με μάζες κάτω από  $10^{-5} eV$ . Ο υπολογισμός της περίσσειάς τους απαιτεί αρκετές υποθέσεις σχετικά με τον μηχανισμό παραγωγής τους. Εντούτοις είναι δυνατόν να βρεθεί μια περιοχή παραμέτρων όπου τα αξιόνια ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς που επιβάλλουν τα σύγχρονα δεδομένα, με



αποτέλεσμα να μην αποκλείονται ως υποψήφια συστατικά της Σκοτεινής Ύλης [14], [15].

Ένας άλλος υποψήφιος είναι οι πρωτογενείς μελανές οπές. Πρόκειται για αστροφυσικά αντικείμενα τα οποία θα πρέπει να έχουν δημιουργηθεί πριν από την εποχή της πυρηνοσύνθεσης που ακολούθησε την Μεγάλη Έκρηξη. Η δημιουργία όμως ενός μεγάλου αριθμού αυτών των αντικειμένων και μάλιστα τόσο πρόωγα είναι εφικτή μόνο σε κάποια εξεζητημένα κοσμολογικά πρότυπα.

Αναχωρώντας από το Καθιερωμένο Πρότυπο εμφανίζονται καινούριες κατηγορίες υποψηφίων [16] όπως τα WIMPs και άλλα σωματίδια όπως τα cryptons [17], τα branons [18] και καταστάσεις Kaluza-Klein [19] που προκύπτουν από θεωρίες που περιλαμβάνουν επιπλέον διαστάσεις. Θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τα WIMPs, δηλαδή τα Ασθενώς Αλληλεπιδρώντα Βαριά Σωματίδια. Πρόκειται για σωματίδια που έχουν μάζα τέτοια ώστε η πυκνότητά τους σήμερα να είναι κοσμολογικά αποδεκτή και τα οποία αλληλεπιδρούν ασθενώς με την ύλη. Τα σωματίδια αυτά προβλέπονται στις θεωρίες της Υπερσυμμετρίας και της Υπερβαρύτητας οι οποίες ενδέχεται να αποτελούν εκδηλώσεις σε χαμηλές ενέργειες, πιο θεμελιωδών θεωριών, των θεωριών των Υπερχορδών.

Μια από τις σημαντικότερες ιδιότητες της Υπερσυμμετρίας, η διατήρηση της ομοτιμίας -  $R_p$  (βλ. κεφάλαιο 3) επιτρέπει την ύπαρξη ενός σωματιδίου που είναι το ελαφρύτερο και άρα ευσταθές. Το σωματίδιο αυτό γνωστό ως *Ελαφρύτερο Υπερσυμμετρικό Σωματίδιο* (Lightest Supersymmetric Particle, **LSP**) είναι συνήθως η ελαφρύτερη ιδιοκατάσταση των neutralinos,  $\tilde{\chi}_1^0$ . Το neutralino ως συστατικό Σκοτεινής Ύλης είναι δυνατόν να ανιχνευθεί είτε με άμεσο είτε με έμμεσο τρόπο. Η άμεση ανίχνευση γίνεται μέσω της ελαστικής σκέδασης των neutralinos με τους πυρήνες  $\tilde{\chi} + N \rightarrow \tilde{\chi} + N$ . Η ανάδραση του πυρήνα είναι ανιχνεύσιμη σε κρυσταλλικά υλικά. Τα υλικά αυτά, όπως για παράδειγμα το Ge, έχουν πολύ μικρή θερμοχωρητικότητα. Τα WIMPs έχουν ενέργειες της τάξης των μερικών keV οι οποίες αρκούν ώστε να ανεβάσουν αισθητά την θερμοκρασία των κρυσταλλικών υλικών και να καταγραφεί η ενέργεια που αποτέθηκε. Το τμήμα της ενεργού διατομής για την παραπάνω αλληλεπίδραση το οποίο είναι ανεξάρτητο από τα σπιν υπολογίζεται ότι είναι περίπου ίσο με  $10^{-7} - 10^{-8} pb$  για  $m_{\tilde{\chi}} \sim 100 GeV$  και είναι κοντά στην διακριτική ικανότητα του πειράματος CDMS II [20] - [21]. Η μελέτη της ενεργού διατομής αυτής παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον για τα μελλοντικά πειράματα που σχετίζονται με την αναζήτηση Σκοτεινής Ύλης, CDMS, EDELWEISS, ZEPLIN, GENIUS [22]. Βελτιώνοντας τα όρια ευαισθησίας των πειραμάτων αυτών έχουμε την δυνατότητα να ανιχνεύσουμε άμεσα τα neutralinos και επομένως θα είμαστε σε θέση να επιβεβαιώσουμε τις Υπερσυμμετρικές θεωρίες. Ασφαλώς η λειτουργία του LHC θα αποτελέσει εργαστήριο παραγωγής υπερσυμμετρικών σωματιδίων, αν η Υπερσυμμετρία είναι υπαρκτή και θα επιβεβαιωθεί η ύπαρξη (ή όχι) του LSP. Η

έμμεση ανίχνευση των neutralinos μπορεί να γίνει από την παρατήρηση των προϊόντων εξαϋλώσής τους όπως των νετρίνων, των ακτίνων- $\gamma$ , των ποζιτρονίων και των αντιπρωτονίων [23]. Η μέθοδος αυτή η οποία συμπληρώνει την άμεση ανίχνευση των WIMPS βασίζεται κυρίως στην ανίχνευση νετρίνων που προέρχονται από το κέντρο του Ηλίου ή της Γης καθώς και φωτονίων από την άλω τα οποία έχουν καθορισμένη ταχύτητα.

Προφανώς κανείς δεν μπορεί να αποκλείσει την υποψηφιότητα και άλλων υπερσυμμετρικών σωματιδίων όπως το gravitino, το axino και τα sneutrinos αν και η τελευταία περίπτωση αμφισβητείται από πειραματικά και αστροφυσικά δεδομένα. Είναι απαραίτητη προϋπόθεση βέβαια, η περίσσεια των υποψηφίων να βρίσκεται εντός του εύρους που καθορίζουν οι σύγχρονες παρατηρήσεις από WMAP3 κλπ. Αυτή υπολογίζεται από την εξίσωση μεταφοράς του Boltzmann , η οποία θα παρουσιαστεί ακολούθως.

## 2.2 Υπολογισμός της υπολειπόμενης πυκνότητας του LSP - Η εξίσωση μεταφοράς Boltzmann

Η πυκνότητα  $n$  κάποιου είδους σωματιδίων μέσα στο σύμπαν μεταβάλλεται με τον χρόνο, λόγω α) της διαστολής του σύμπαντος, β) της εξαϋλώσής τους σε άλλα σωματίδια και γ) λόγω της αντίστροφης διαδικασίας παραγωγής τους : όταν βρίσκονται σε θερμική και χημική ισορροπία με τα υπόλοιπα σωματίδια του κοσμικού "χυλού" είναι δυνατόν τα παραγόμενα από τις εξαϋλώσεις σωματίδια να έχουν αρκετή ενέργεια ώστε να συνδυαστούν και να δώσουν τις αρχικές καταστάσεις.

Για την περίπτωση των LSPs , αγνοώντας τις διαδικασίες β) και γ), ο αριθμός  $n a^3$  παραμένει σταθερός. Επομένως ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η πυκνότητα των LSPs λόγω διαστολής του σύμπαντος είναι  $\dot{n} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n$  και συνεπώς το ρευστό των σωματιδίων αυτών αραιώνει. Λαμβάνοντας τώρα υπ' όψιν τις αλληλεπιδράσεις των LSPs , αν αυτά εξαϋλώνονται με ρυθμό  $\Gamma_{ann} = \langle \sigma v_{rel} \rangle n$  τότε ο ρυθμός μεταβολής της πυκνότητας είναι  $\dot{n} = - \langle \sigma v_{rel} \rangle n^2$  ενώ λόγω των διαδικασιών παραγωγής σε συνθήκες θερμικής ισορροπίας η πυκνότητα αυτή αυξάνεται με ρυθμό  $\dot{n} = \langle \sigma v_{rel} \rangle n_{eq}^2$ . Μπορούμε λοιπόν να συγκεντρώσουμε τους παραπάνω παράγοντες που επηρεάζουν την πυκνότητα του αριθμού των LSPs σε μία διαφορική εξίσωση, την εξίσωση μεταφοράς Boltzmann .

$$\dot{n} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n - \langle \sigma v_{rel} \rangle (n^2 - n_{eq}^2) , \quad (2.1)$$

όπου  $\sigma$  είναι η ενεργός διατομή εξαϋλώσης των LSPs ,  $v_{rel}$  η σχετική τους ταχύτητα (ταχύτητα Möller) και  $n_{eq}$  η πυκνότητά τους στην κατάσταση ισορροπίας. Ο θερμικός μέσος όρος  $\langle \sigma v_{rel} \rangle$  ορίζεται όπως όλα τα θερμοδυναμικά μεγέθη.

Η θερμοκρασία  $T_f$  για την οποία ο ρυθμός αλληλεπίδρασης  $\Gamma_{ann} = v_{rel}\sigma n$  γίνεται ίσος με τον ρυθμό διαστολής του σύμπαντος  $H = \dot{a}/a$  ονομάζεται *θερμοκρασία αποσύζευξης*. Για το LSP το οποίο υποθέτουμε ότι είναι το ελαφρύτερο από τα neutralinos θα συμβολίζουμε αυτή με  $T_{\tilde{\chi}}$ . Για θερμοκρασίες  $T \gg T_{\tilde{\chi}}$  τα LSPs αυτά βρίσκονται σε θερμοδυναμική και χημική ισορροπία,  $n = n_{eq}$  και μόνο ο πρώτος όρος συμμετέχει στην εξίσωση Boltzmann (2.1). Επομένως ο συνολικός τους αριθμός  $n a^3$  παραμένει σταθερός. Καθώς η θερμοκρασία ελαττώνεται και φτάνει κοντά στην μάζα τους  $T \sim m_{\tilde{\chi}}$  αυτά εξαυλώνονται σε σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου αλλά δεν παράγονται διότι δεν έχουν αρκετή θερμική ενέργεια ώστε να ξαναδώσουν τα αρχικά σωματίδια ενώ ο αριθμός τους μειώνεται κατά τον παράγοντα Boltzmann,  $\exp(-\frac{m_{\tilde{\chi}}}{T})$ . Κατά αυτόν τον τρόπο η αντίστροφη διαδικασία παραγωγής τους είναι ουσιαστικά ανενεργή. Ο συνολικός τους αριθμός βαίνει μειούμενος μέχρι το σημείο αποσύζευξης  $T_{\tilde{\chi}}$ . Για θερμοκρασίες  $T < T_{\tilde{\chi}}$  ισχύει  $\Gamma \ll H$  και κυριαρχεί ο πρώτος όρος στην εξίσωση Boltzmann (2.1). Άρα για  $T < T_{\tilde{\chi}}$  ο συνολικός αριθμός των LSPs παραμένει σταθερός ή ισοδύναμα, η πυκνότητά τους αραιώνει κατά τον παράγοντα  $a^3$  λόγω της διαστολής του σύμπαντος.

Για τον καθορισμό της περισσειας του LSP πρέπει να επιλύσουμε την εξίσωση (2.1) ώστε να υπολογίσουμε την πυκνότητα αριθμού των LSPs στην σημερινή εποχή, στην θερμοκρασία  $T_0 = 2.7 \text{ }^0K$ , με αρχική συνθήκη  $n = n_{eq}$  πολύ πριν την αποσύζευξη. Για τον σκοπό αυτό είναι χρήσιμο να εκφράσουμε την εξίσωση όχι προς τον χρόνο αλλά ως προς κάποια άλλη μεταβλητή που περιέχει θερμοδυναμικά μεγέθη όπως η θερμοκρασία. Ορίζουμε λοιπόν τις μεταβλητές  $x = \frac{T}{m_{\tilde{\chi}}}$  και  $q = \frac{n}{T^3 h_{eff}(T)}$ . Ο παρονομαστής στον ορισμό του  $q$ , με εξαίρεση ένα συνολικό παράγοντα  $2\pi^2/45$ , είναι η πυκνότητα εντροπίας (πρβλ. εξ. (1.16)). Επειδή σε ένα σύμπαν που περιγράφεται από την μετρική  $FRW$  η συνολική εντροπία είναι διατηρήσιμο μέγεθος προκύπτει ότι

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{\dot{T}}{T} - \frac{1}{3} \frac{h'_{eff}}{h_{eff}} \dot{T}, \quad (2.2)$$

όπου  $h'_{eff} = \frac{dh_{eff}(T)}{dT}$ . Λαμβάνοντας δε υπ' όψη και την εξ. (1.5), η εξίσωση (2.1) μπορεί να πάρει την μορφή

$$\frac{dq}{dx} = \lambda(x) (q^2 - q_{eq}^2), \quad (2.3)$$

όπου

$$\lambda(x) = \left( \frac{4\pi^3 G_N g_{eff}}{45} \right)^{-1/2} m_{\tilde{\chi}} \left( h_{eff} + \frac{x}{3} \frac{dh_{eff}}{dx} \right) \langle \sigma v_{rel} \rangle. \quad (2.4)$$

Ο παράγοντας αυτός είναι γενικά ένας πολύ μεγάλος αριθμός διότι περιέχει την βαρυτική σταθερά  $G_N^{-1/2}$  και μάλιστα μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές

μέθοδοι ανάλογοι της WKB προκειμένου να επιλυθεί η εξίσωση (2.3) [24]. Βρίσκοντας την λύση  $q(T_0)$  της διαφορικής αυτής εξίσωσης υπολογίζουμε την πυκνότητα αριθμού των LSPs σήμερα  $n(T_0)$  και τελικά την πυκνότητα μάζας τους,  $\rho_{\tilde{\chi}} = m_{\tilde{\chi}} n(T_0)$ . Συγκεκριμένα βρίσκεται ότι  $n(T_0) = q(T_0) h_{eff}(T_0) T_0^3$  [25] οπότε

$$\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 = h^2 \frac{\rho_{\tilde{\chi}}}{\rho_c} = (1.56 \times 10^8) \frac{m_{\tilde{\chi}}}{\text{GeV}} h_{eff}(T_0) q(T_0). \quad (2.5)$$

Είναι σαφές ότι για την λύση της εξ. (2.3) θα πρέπει να γνωρίζουμε τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας ενέργειας  $g_{eff}(T)$  και εντροπίας  $h_{eff}(T)$  αλλά και τον θερμικό μέσο όρο  $\langle \sigma v_{rel} \rangle$  της ενεργού διατομής των εξαϋλώσεων των neutralinos (βλ. παραγράφους 2.3 και 2.4). Από όλα τα πιθανά κανάλια  $\tilde{\chi} + \tilde{\chi} \rightarrow A + B$  θα επικεντρωθούμε στην περίπτωση που οι τελικές καταστάσεις είναι ζεύγος φερμιονίου και αντιφερμιονίου, διότι είναι η κυρίαρχη διαδικασία στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου του MSSM. Επειδή δε, η ακριβής αριθμητική επίλυση της εξίσωσης αυτή απαιτεί αρκετό χρόνο και υπολογιστική μνήμη συνηθίζεται η χρήση προσεγγιστικών λύσεων (παράγραφος 2.5).

## 2.3 Υπολογισμός των ενεργών βαθμών ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας

Σε συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας οι ενεργοί βαθμοί ενέργειας και εντροπίας δίνονται από τις σχέσεις (1.26) και (1.27) όπου  $T$  είναι η θερμοκρασία των φωτονίων. Όταν όμως ένα συγκεκριμένο είδος αποσυζεύγνυται από το σύνολο των υπολοίπων, σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράψαμε στην παράγραφο 1.4, η εντροπία του καθώς και η εντροπία των υπολοίπων σωματιδίων διατηρούνται ξεχωριστά. Για παράδειγμα, η διαδικασία των εξαϋλώσεων έχει ως αποτέλεσμα την μεταφορά ενέργειας στο κοσμικό υπόβαθρο. Το είδος όμως των σωματιδίων που αποσυζεύγνυται δεν μοιράζεται την ενέργεια αυτή οπότε η θερμοκρασία του διαφέρει από των υπολοίπων. Υπολογίζεται δε από την την διατήρηση της εντροπίας και στην συνέχεια χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των  $g_{eff}(T)$  και  $h_{eff}(T)$ .

Συγκεκριμένα, έστω ότι κάποιο είδος σωματιδίων αποσυζεύγνυται σε θερμοκρασία  $T_f$ , τότε από την επιμέρους διατήρηση της εντροπίας για αυτό και τα υπόλοιπα σωματίδια σε θερμοκρασίες χαμηλότερες από την θερμοκρασία αποσύζευξης προκύπτει [25] :

$$h_{eff}(T) = \left[ 1 + \frac{h_i(T_f)}{h_o(T_f)} \right] h_o(T) \quad (2.6)$$

$$g_{eff}(T) = g_o(T) + g_i(T_i) \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 \quad (2.7)$$

Στις εκφράσεις αυτές τα θερμοδυναμικά μεγέθη με τον δείκτη  $i$  αναφέρονται στο είδος που έχει αποσυζευχθεί ενώ αυτά με τον δείκτη  $o$  στα υπόλοιπα σωματίδια που συνεχίζουν να αλληλεπιδρούν.

Η θερμοκρασία  $T_i$  του αποσυζευγμένου είδους τελικά δίνεται από την σχέση,

$$\frac{T_i}{T} = \left[ \frac{h_i(T_f) h_o(T)}{h_o(T_f) h_i(T)} \right]^{1/3} \quad (2.8)$$

Στην περίπτωση μας προκειμένου να υπολογίσουμε τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας χωρίζουμε την κλίμακα θερμοκρασιών σε τέσσερις περιοχές (πρβλ. J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and K. Yuan, Nucl. Phys. B [25]):

- i.  $0 < T < T_f^\nu \simeq 2 \text{ MeV}$ , όπου  $T_f^\nu$  είναι η θερμοκρασία όπου αποσυζεύγνυνται τα νετρίνα (πρβλ. ανάλυση της παραγράφου 1.4). Όπως είχαμε τονίσει στην παράγραφο αυτή η θερμοκρασία των νετρίνων διαφέρει από την θερμοκρασία των φωτονίων του υποδάθρου διότι αυτά αναθερμαίνονται από τις εξαυλώσεις ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων.

Από την σχέση (2.8) προκύπτει ότι  $\frac{T_\nu}{T} = \left( \frac{h_o(T)}{h_o(T_f^\nu)} \right)^{1/3} = \left( \frac{4}{11} + \frac{8}{11} h_f(x_e) \right)^{1/3}$ . Για

θερμοκρασίες τέτοιες ώστε  $T \ll m_e$ , είναι πρακτικά  $h_f(x_e) = 0$ , συνεπώς τότε βρίσκουμε ότι η θερμοκρασία των νετρίνων δίνεται από την γνωστή σχέση  $T_\nu = (4/11)T$ . Οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας ενέργειας και εντροπίας δίνονται από τις σχέσεις (2.7) και (2.6) λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι  $g_\nu(T) = h_\nu(T) = h_\nu(T_f^\nu) = \frac{21}{4}$ ,

$g_o(T) = 2 + 4 g_f(x_e)$ ,  $h_o(T) = 2 + 4 h_f(x_e)$ ,  $h_o(T_f^\nu) = 2 + 4 h_f(x_e^\nu) \simeq \frac{11}{2}$ ,

όπου  $x_e \equiv T/m_e$ ,  $x_e^\nu \equiv T_f^\nu/m_e$ :

$$h_{eff}(T) = \left( \frac{43}{22} \right) [2 + 4 h_f(x_e)] \quad (2.9)$$

$$g_{eff}(T) = [2 + 4 g_f(x_e)] + \frac{21}{4} \left( \frac{T_\nu}{T} \right)^4 \quad (2.10)$$

- ii.  $T_f^\nu < T < 40 \text{ MeV}$  Στην περιοχή αυτή εκτός από τα φωτόνια, τις τρεις οικογένειες των νετρίνων, τα ηλεκτρόνια και τα ποζιτρόνια συμμετέχουν τα μίονια και τα μεσόνια  $\pi^\pm, \pi^0$ . Όλα τα υπόλοιπα σωματίδια έχουν μάζες τέτοιες ώστε να ισχύει  $x < 0.1$  και επομένως δεν συνεισφέρουν στους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας. Οι εκφράσεις για την περίπτωση αυτή είναι,

$$g_{eff}(T) = \left[ \frac{29}{4} + 4 g_f(x_e) \right] + 4 g_f(x_\mu) + 2 g_b(x_\pi^\pm) + g_b(x_\pi^0) \quad (2.11)$$

$$h_{eff}(T) = g_{eff}(T) \{g_{b,f} \rightarrow h_{b,f}\} \quad (2.12)$$

iii.  $40 \text{ MeV} < T < 2.5 \text{ GeV}$  : Η περιοχή παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς σε θερμοκρασίες  $T_C = 100 - 400 \text{ MeV}$  συμβαίνει η αλλαγή φάσης από κουάρκς σε αδρόνια. Η πυκνότητα του αριθμού σωματιδίων είναι τόσο υψηλή ώστε δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι τα αδρόνια αποτελούν ιδανικό αέριο. Πολύ νωρίτερα όταν η θερμοκρασία είναι κατά πολύ υψηλότερη τα κουάρκς είναι ασυμπτωτικά ελεύθερα οπότε μπορεί το κοσμικό ρευστό να προσεγγιστεί ως ιδανικό αέριο αποτελούμενο από κουάρκς, γλουόνια, λεπτόνια κλπ (πρβλ. iv). Επειδή λοιπόν δεν υπάρχει αξιόπιστο θεωρητικό πρότυπο από το οποίο να υπολογίζονται οι τιμές των συναρτήσεων  $g_{eff}$ ,  $h_{eff}$  κοντά στην θερμοκρασία αδρονποίησης χρησιμοποιούνται τα δεδομένα από την αναφορά [25].

iv.  $T \geq 2.5 \text{ GeV}$  : Συμπεριλαμβάνονται εκτός από τους ελαφρούς και οι βαρείς βαθμοί ελευθερίας οι οποίοι ενεργοποιούνται σε υψηλές θερμοκρασίες. Στην θερμοκρασία  $T = 2.5 \text{ GeV}$  κάνουμε την αντιστοίχιση με την περιοχή iii) αφαιρώντας από την τελευταία τιμή  $g_{eff}(2.5 \text{ GeV})$  την συνεισφορά από τα charm, bottom και top κουάρκς. Στην συνέχεια προσθέτουμε τις συνεισφορές που εξαρτώνται από την θερμοκρασία, αυτών των κουάρκς αλλά και των μποζονίων  $W^\pm$ ,  $Z$ , των Higgses και των υπερσυμμετρικών σωματιδίων.

$$g_{eff}(T) = 61.7082 + 12 [g_f(x_c) + g_f(x_b) + g_f(x_t) + g_f(x_\tau)/3] + 6 g_b(x_W) + 3 g_b(x_Z) \\ + 2 g_f(x_{LSP}) + g_b(x_{h_1}) + g_b(x_{h_2}) + g_b(x_{h_3}) + 2 g_b(x_H^\pm) + g_{SUSY}(T) \quad (2.13)$$

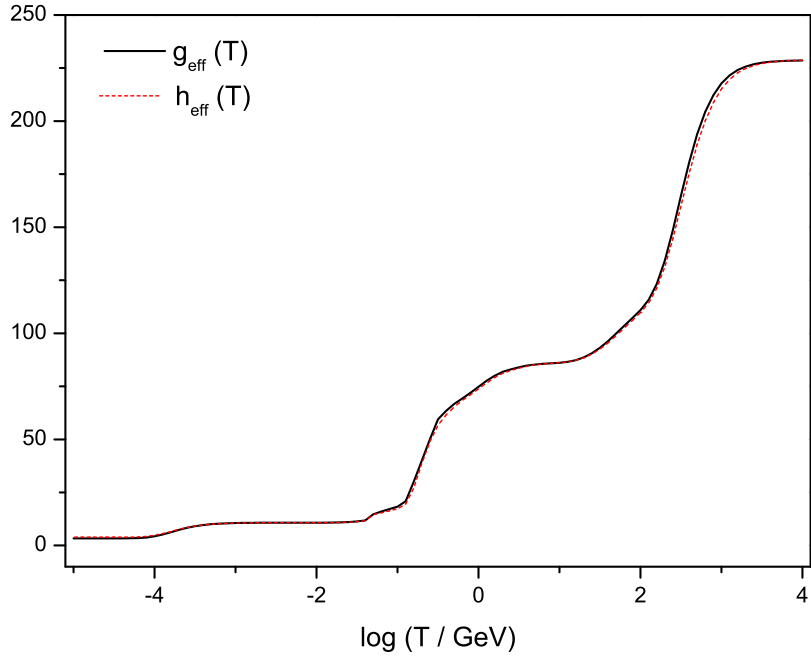
$$h_{eff}(T) = g_{eff}(T) \{g_{b,f} \rightarrow h_{b,f}\} \quad (2.14)$$

Στην σχέση (2.13) έχουμε διαχωρίσει την συνεισφορά του LSP,  $g_f(x_{LSP})$  και των Higgses  $g_b(x_{h_{1,2,3}})$ ,  $g_b(x_H^\pm)$  από τις συνεισφορές των υπόλοιπων υπερσυμμετρικών σωματιδίων οι οποίες εκφράζονται από τον όρο  $g_{SUSY}(T)$ . Για θερμοκρασίες πολύ μικρότερες της κλίμακας παραβίασης της Υπερσυμμετρίας οι συνεισφορές  $g_f(x_{LSP})$ ,  $g_b(x_{h_{1,2,3}})$ ,  $g_b(x_H^\pm)$  και  $g_{SUSY}(T)$  είναι αμελητέες. Στην περίπτωση του Καθιερωμένου Προτύπου οι συνεισφορές αυτές είναι μηδενικές για κάθε θερμοκρασία και η ποσότητα  $g_b(x_{h_1})$  υποδηλώνει την συνεισφορά του Higgs του Καθιερωμένου Προτύπου.

Στο σχήμα 2.1 δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των  $g_{eff}$  και  $h_{eff}$  συναρτήσεων του λογαρίθμου της θερμοκρασίας για τυπικές τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων.

## 2.4 Ο υπολογισμός του θερμικού μέσου όρου

Το πρώτο βήμα για τον προσδιορισμό της υπολειπόμενης πυκνότητας είναι ο υπολογισμός του θερμικού μέσου όρου της ενεργού διατομής αλληλεπίδρασης των LSPs επί την σχετική



Σχήμα 2.1: Οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας της ενέργειας και της εντροπίας συναρτήσει του λογαρίθμου της θερμοκρασίας για τυπικές τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων  $m_0 = 700$  GeV,  $M_{1/2} = 300$  GeV,  $A_0 = 0$  GeV,  $\tan\beta = 20$ ,  $\mu = 750$  GeV,. Οι τιμές των μαζών για τα εμπλεκόμενα σωματίδια είναι  $m_{\tilde{\chi}} = 110$  GeV,  $m_{h_1} = 100$  GeV,  $m_{h_2} = m_{h_3} = m_{H^\pm} = 300$  GeV,  $m_t = 171.4$  GeV.

τους ταχύτητα. Στην γενική περίπτωση όπου εξαϋλώνονται δύο σωματίδια με διαφορετικές μάζες  $m_1, m_2$  τα οποία στην περιοχή θερμοκρασιών  $T \leq m_{1,2}$  ακολουθούν την στατιστική κατανομή Boltzmann ο θερμικός μέσος όρος έχει την μορφή ,

$$\langle v\sigma_{12} \rangle = \frac{\int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} ds K_1(\sqrt{s}/T) p_{cm} W(s)}{2 m_1^2 m_2^2 T K_2(m_1/T) K_2(m_2/T)} \quad (2.15)$$

όπου  $p_{cm}$  είναι το μέτρο της ορμής καθενός από τα σωματιδίων που εξαϋλώνονται στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας τους και  $K_{1,2}$  είναι οι συναρτήσεις Bessel . Το μέγεθος  $W$  σχετίζεται με την συνολική ενεργό διατομή  $\sigma(s)$  :

$$W(s) = \frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2) \sigma(s)}{4 p_{cm} \sqrt{s}} \quad (2.16)$$

με  $\lambda(s, m_1^2, m_2^2) = s^2 + m_1^4 + m_2^4 - 2(s m_1^2 + s m_2^2 + m_1^2 m_2^2)$  .

Η έκφραση (2.15) μπορεί να απλοποιηθεί στην περίπτωση που η σχετική ταχύτητα των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων είναι πολύ μικρότερη της ταχύτητας του φωτός οπότε ισχύει η μη σχετικιστική προσέγγιση κατά την οποία η ενεργός διατομή αναπτύσσεται σε δυνάμεις της σχετικής ταχύτητας

$$\sigma v = a + \frac{b}{6} v^2 . \quad (2.17)$$

Τότε ο θερμικός μέσος όρος για την εξαϋλωση των LSPs δίνεται από την απλή σχέση,

$$\langle \sigma v \rangle = a + \left(b - \frac{3}{2} a\right) \frac{T}{m_{\tilde{\chi}}} . \quad (2.18)$$

Η προσέγγιση αυτή είναι έγκυρη για ενέργειες μακριά από τους πόλους και κατώφλια παραγωγής οι οποίες έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον από άποψη Φυσικής (βλ. Gondolo & Gelmini, Arnowitt & Nath, [26]). Καθώς πλησιάζουμε τα σημεία αυτά το ανάπτυγμα αυτό καταρρέει οδηγώντας σε λάθος φυσικά συμπεράσματα. Συνεπώς είναι πολύ ορθότερο να χρησιμοποιούμε την ακριβή έκφραση (2.15) για τον υπολογισμό του θερμικού μέσου όρου.

Στην περίπτωση λοιπόν όπου μελετούμε την εξαϋλωση μεταξύ των ελαφρύτερων neutralinos μάζας  $m_{\tilde{\chi}}$  ο ορισμός (2.15) για τον θερμικό μέσο όρο παίρνει την μορφή,

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle (T) = \frac{1}{2 m_{\tilde{\chi}}^4 T} \frac{1}{(K_2(m_{\tilde{\chi}}/T))^2} \int_{4m_{\tilde{\chi}}^2}^{\infty} ds p_{cm} W(s) K_1(\sqrt{s}/T) , \quad (2.19)$$

όπου  $W(s) = \sigma(s) p_{cm} \sqrt{s}$  [25]. Το μέτρο της ορμής  $p_{cm}$  σχετίζεται με την ενέργεια των εισερχομένων σωματιδίων στο κέντρο μάζας και της μάζας  $m_{\tilde{\chi}}$  του LSP ,  $s = 4(p_{cm}^2 + m_{\tilde{\chi}}^2)$ . Με  $K_{1,2}$  συμβολίζουμε τις συναρτήσεις Bessel 2ου είδους.

Αν βαθμονομήσουμε την θερμοκρασία ως προς  $m_{\tilde{\chi}}$  μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ως θερμική μεταβλητή την  $x = \frac{T}{m_{\tilde{\chi}}}$ . Εισάγοντας μια νέα μεταβλητή  $y$ ,

$$y = \frac{1}{x} \left( \frac{\sqrt{s}}{m_{\tilde{\chi}}} - 2 \right) , \quad (2.20)$$

Η εξ. (2.19) μπορεί να πάρει την μορφή,

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle (x) = \frac{1}{2 m_{\tilde{\chi}}^2} \frac{1}{(K_2(1/x))^2} \int_0^{\infty} dy (xy + 2) \sqrt{xy(xy + 4)} W(y) K_1(y + 2/x) . \quad (2.21)$$

Στην εξίσωση αυτή η ποσότητα  $W(y)$  είναι ουσιαστικά η  $W(s)$  όπου η ενέργεια  $s$  έχει αντικατασταθεί από την τιμή της που δίνει η εξ. (2.20), δηλαδή  $\sqrt{s} = m_{\tilde{\chi}} (xy + 2)$ .



Το πρόβλημα που ανακύπτει είναι η ιδιόμορφη συμπεριφορά των συναρτήσεων Bessel που υπεισέρχονται στις εξ. (2.19) ή (2.21) και δεν σχετίζεται με την ανάπτυξη σε μερικά κύματα που χρησιμοποιούμε προκειμένου να υπολογίσουμε τις ενεργές διατομές. Η ύπαρξη της  $K_2(1/x)$  στον παρονομαστή της εξ. (2.19) είναι πιθανόν επικίνδυνη διότι για  $x < x_c$ , όπου  $x_c$  ένας μικρός αριθμός της τάξεως του 0.003 περίπου, είναι  $K_2 \simeq 0$ , οδηγώντας σε αριθμητική υπερχειλίση. Εντούτοις, το ασυμπτωτικό ανάπτυγμα των συναρτήσεων αυτών για μεγάλα όρια είναι

$$K_n(z) \xrightarrow{z>c} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} P_n(z), \quad (2.22)$$

όπου  $c = 1/x_c$  και

$$P_n(z) = 1 + \frac{4n^2 - 1}{1!8z} + \frac{(4n^2 - 1)(4n^2 - 3^2)}{2!(8z)^2} + \dots \quad (2.23)$$

Εκμεταλλευόμαστε λοιπόν την εξ. (2.22) στον αριθμητικό μας κώδικα και φέρνουμε την εξ. (2.21) σε μορφή απαλλαγμένη από τέτοιου είδους υπερχειλίσεις στην περιοχή  $x < x_c$

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle (x) \xrightarrow{x < x_c} \frac{1}{m_{\tilde{\chi}}^2} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{1}{P_2(1/x)^2} \int_0^\infty dy \sqrt{y(xy+2)(xy+4)} W(y) e^{-y} P_1(y+2/x). \quad (2.24)$$

Αντίστοιχες δυσκολίες παρουσιάζονται για  $x > x_c$  στην  $K_1$  μέσα στην περιοχή ολοκλήρωσης διότι τότε το όρισμά της είναι μεγαλύτερο από  $1/x_c$ . Στην συγκεκριμένη περιοχή για να αποφύγουμε την περίπτωση όπου η συνάρτηση  $K_1$  είναι μικρότερη από την αριθμητική ακρίβεια του υπολογιστή, προσεγγίζουμε την  $K_1$  από την εξ. (2.22) μέσα στο ολοκλήρωμα. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να εφαρμοστούν για μια επακριβή αριθμητική αξιολόγηση του ολοκληρώματος της εξ. (2.21) που ισχύει για οποιοδήποτε  $x$ .

## 2.5 Προσεγγιστικές λύσεις της εξ. Boltzmann

Για να υπολογίσουμε την υπολειπόμενη πυκνότητα του LSP πρέπει να λύσουμε την εξ. Boltzmann αριθμητικά. Λεπτομέρειες για την αριθμητική επίλυση δίνονται από τους Edsjo και Gondolo και από τους Gelmini και Gondolo [26]. Σοβαρό μειονέκτημα των αριθμητικών μεθόδων αποτελεί το γεγονός ότι απαιτείται πολύς χρόνος και υπολογιστική μνήμη.

Υπάρχουν υπολογιστικά πακέτα στην διεθνή βιβλιογραφία όπως το DarkSUSY [27] και το micrOMEGAs [28] όπου μπορεί κανείς να δει πώς αντιμετωπίζεται αριθμητικά η

εξίσωση Boltzmann αλλά και πώς γίνεται ο υπολογισμός της υπολειπόμενης πυκνότητας του LSP .

Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε προσεγγιστική λύση η οποία δεν δι-αφέρει περισσότερο από 5-10% από την ακριβή λύση με το πλεονέκτημα να επιτρέπει γρήγορους υπολογισμούς και την εξαγωγή συμπερασμάτων με μεγαλύτερη σαφήνεια από άποψη Φυσικής. Αναλυτική περιγραφή της μεθόδου αυτής που χρησιμοποιείται ευρέως στην βιβλιογραφία μπορεί να βρει κανείς στις αναφορές [2, 29, 30].

Σύμφωνα με αυτή, θα πρέπει πρώτα να προσδιοριστεί η θερμοκρασία αποσύζευξης  $T_{\tilde{\chi}}$ . Λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η πυκνότητα αριθμού των  $\tilde{\chi}$  σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες της θερμοκρασίας αποσύζευξης ( $x \geq x_f$ ,  $x_f \equiv \frac{T_{\tilde{\chi}}}{m_{\tilde{\chi}}}$ ) είναι πρακτικά ίση με την πυκνότητα στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας ενώ για  $x < x_f$  ισχύει  $q \gg q_{eq}$ , ο όρος  $q_{eq}^2$  μπορεί να παραληφθεί σε σχέση με τον αντίστοιχο  $q^2$  στο δεξί μέλος της εξ. (2.3). Θέτοντας λοιπόν  $q = q_{eq}$  όταν  $x = x_f$  στην εξίσωση αυτή προσδιορίζουμε το σημείο αποσύζευξης, (βλ. Griest, [30]).

$$x_f = \left[ \ln \left( \frac{0.038 g_s M_{Planck} m_{\tilde{\chi}} \langle \sigma v_{rel} \rangle c(c+2)}{g_*^{1/2}} x_f^{1/2} \right) \right]^{-1}. \quad (2.25)$$

Στην εξ. (2.25) όλες οι ποσότητες που αποτελούν το όρισμα του λογαρίθμου, υπολογίζονται στην θερμοκρασία αποσύζευξης. Ο παράγοντας  $c(c+2)$  είναι κοντά στην μονάδα. Εμπειρικά έχει βρεθεί ότι μια πολύ καλή προσέγγιση της θερμοκρασίας αποσύζευξης επιτυγχάνεται όταν  $c \simeq 1/2$  γι' αυτό και εμφανίζουμε τον παράγοντα αυτό στην έκφραση 2.25 . Με  $g_*$  συμβολίζουμε την ποσότητα  $g_{eff}(x_f)$  σύμφωνα με την σχέση (2.13) και  $g_s$  είναι οι βαθμοί ελευθερίας σπιν ( $g_s = 2$  για τα neutralinos). Το σημείο αποσύζευξης υπολογίζεται από την εξ.(2.25) με επαναληπτικό τρόπο. Τα σωματίδια WIMPS όπως το neutralino υπολογίζεται ότι αποσυζεύγνυνται όταν η θερμοκρασία τους μειωθεί περίπου στο 1/20 της μάζας τους ( $x_f = 1/20$ ).

Στη συνέχεια πρέπει να ολοκληρώσουμε την εξ. (2.3) από  $x_f$  ως  $x_0$  ( $T_0 = 2.7 \text{ }^0K$ ) για τον υπολογισμό του  $q_0$ . Είναι πιο εύκολο όμως η ολοκλήρωση να γίνει μέχρι το  $x = 0$ . Το σφάλμα που επάγεται είναι εξαιρετικά μικρό διότι ο αριθμός  $n a^3$  των LSPs παραμένει σχεδόν σταθερός καθώς πλησιάζουμε την θερμοκρασία  $T_0$ . Από την λύση της εξίσωσης (2.3) προκύπτει η πυκνότητα του αριθμού των neutralinos ,

$$\rho_{\tilde{\chi}} = \left( \frac{4\pi^3}{45} \right)^{1/2} \left( \frac{T_{\tilde{\chi}}}{T_\gamma} \right)^3 \frac{T_\gamma^3}{M_{Planck}} \frac{\sqrt{g^*}}{J}, \quad (2.26)$$

όπου η ποσότητα  $J_*$  έχει μονάδες  $\text{GeV}^{-2}$  και δίνεται από το ολοκλήρωμα,

$$J_* = \int_0^{x_f} \langle \sigma v_{rel} \rangle (x) dx . \quad (2.27)$$

Στην εξίσωση (2.26) έχει ληφθεί υπ' όψη ότι η θερμοκρασία  $T_{\tilde{\chi}}$  των neutralinos είναι διαφορετική, λόγω της αποσύζευξής τους, από αυτή των φωτονίων σήμερα και μάλιστα ισχύει

$$\frac{T_{\tilde{\chi}}}{T_\gamma} = \frac{g_{eff}(1 \text{ MeV})}{g_{eff}(T_{\tilde{\chi}})} \frac{4}{11} \simeq \frac{43}{g_*} \quad (2.28)$$

Σύμφωνα λοιπόν με τις προσεγγίσεις που προαναφέραμε, βρίσκεται τελικά ότι η υπολειπόμενη πυκνότητα των neutralinos ισούται με  $\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 = \rho_{\tilde{\chi}} / (8.1 \times 10^{-47} \text{ GeV}^4)$  και δίνεται από την σχέση,

$$\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 = \frac{1.07 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1}}{g_*^{1/2} M_{Planck} J_*} , \quad (2.29)$$

Για να έχουμε μια εκτίμηση της υπολειπόμενης πυκνότητας του neutralino που υπολογίζεται με αυτόν τον τρόπο κάνουμε τις προσεγγίσεις :  $J \approx x_f \langle \sigma v_{rel} \rangle_f$  και  $\langle \sigma v_{rel} \rangle \sim \alpha / m_{\tilde{\chi}}^2$  όπου  $\alpha$  μια παράμετρος που παίρνει τις τυπικές τιμές της ηλεκτρασθενούς σταθεράς σύζευξης. Με δεδομένα ότι η παράμετρος αποσύζευξης  $x_f$  είναι της τάξης μεγέθους του 0.1 και  $g^* \simeq 100$  όταν η μάζα του ελαφρύτερου neutralino βρίσκεται στην περιοχή τιμών από 20 GeV έως 1 TeV τότε από την σχέση (2.29) προκύπτει για την υπολειπόμενη πυκνότητα ότι  $\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 \sim 0.1$  (συγκεκριμένα για  $m_{\tilde{\chi}} = 100 \text{ GeV}$ ). Είναι αξιοσημείωτο ότι αυτή η τιμή είναι εντός των επιτρεπτών ορίων που θέτουν οι σύγχρονες κοσμολογικές παρατηρήσεις για την Σκοτεινή Ύλη και είναι σημαντικό το ότι επιτυγχάνεται με φυσικό τρόπο στα πλαίσια των Υπερσυμμετρικών θεωριών με την προϋπόθεση βέβαια ότι η Σκοτεινή Ύλη αποτελείται αποκλειστικά από neutralinos .

Για τον προσδιορισμό της περισσειας των neutralinos είναι αναγκαίος ο υπολογισμός των πλατών μετάβασης και της ενεργού διατομής για την εξαϋλωση των neutralinos σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου και σε άλλες τελικές καταστάσεις. Αυτός ο υπολογισμός παρουσιάζεται στο 5ο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής με χρήση της μεθόδου ανάπτυξης σε μερικά κύματα ελικότητας.

Στην μέχρι τώρα ανάλυση δεν λάβαμε υπ' όψη μας την περίπτωση κατά την οποία το η μάζα του LSP  $m_{\tilde{\chi}}$  προσεγγίζει τις μάζες  $m_i$  άλλων βαρύτερων σωματιδίων που διασπώνται σε αυτό,  $\delta m_i \equiv m_i - m_{\tilde{\chi}} \sim T_f$ . Στην περίπτωση αυτή στον προσδιορισμό της περισσειας του LSP συμμετέχουν σε μεγάλο βαθμό και οι εξαϋλώσεις του LSP με τα βαρύτερα αυτά σωματίδια, οι οποίες είναι γνωστές με τον όρο *συνεξαϋλώσεις*. Η εξίσωση μεταφοράς του

Boltzmann γενικεύεται με τον ακόλουθο τρόπο σύμφωνα με τον Griest [26],

$$\frac{dn}{dt} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n - \sum_{i,j}^N \langle v_{ij} \sigma_{ij} \rangle (n_i n_j - n_i^{eq} n_j^{eq}) . \quad (2.30)$$

Στην εξίσωση αυτή η πυκνότητα του LSP συμβολίζεται με  $n = \sum_i n_i$  όπου  $n_i$  είναι η πυκνότητα του σωματιδίου  $i$  και η άθροιση γίνεται στον δείκτη  $i = 1, \dots, N$ . Με  $i = 1$  συμβολίζεται το LSP και με  $i = 2, \dots, N$  τα υπόλοιπα σωματίδια που έχουν παραπλήσια μάζα και διασπώνται σε αυτό. Με δεδομένο ότι  $\delta m \sim T_f$  και  $T_f \simeq m_{\tilde{\chi}}/20$  τα σωματίδια που συμμετέχουν στην διαδικασία της συνεξαύλωσης είναι αυτά για τα οποία ισχύει  $\delta m_i \simeq 5\% m_{\tilde{\chi}}$ . Οι πυκνότητές τους στην κατάσταση ισορροπίας δίνονται από την σχέση  $n_i^{eq} = g_i \frac{T}{2\pi} m_i^2 K_2(m_i/T)$  όπου  $g_i$  είναι οι βαθμοί ελευθερίας του σπιν.

Ακολουθώντας την προσέγγιση  $n_i/n \simeq n_i^{eq}/n^{eq}$  η εξίσωση (2.30) παίρνει την μορφή,

$$\frac{dn}{dt} = -3 \frac{\dot{a}}{a} n - \sum_{i,j}^N \langle v \sigma_{eff} \rangle (n^2 - n_{eq}^2) . \quad (2.31)$$

Ο ενεργός θερμικός μέσος όρος  $\langle v \sigma_{eff} \rangle$  είναι γενίκευση της σχέσης (2.15) και ορίζεται με τον ακόλουθο τρόπο,

$$\langle v \sigma_{eff} \rangle = \sum_i^N \frac{n_i^{eq} n_j^{eq}}{n_{eq}^2} \langle v_{ij} \sigma_{ij} \rangle . \quad (2.32)$$

Ισοδύναμα, η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί (βλ. Gondolo & Gelmini, [26])

$$\langle v \sigma_{eff} \rangle = \frac{\int_2^\infty da K_1(a/x) \sum_{i,j} \lambda(a^2, b_i^2, b_j^2) g_i g_j \sigma_{ij}(a)}{4x \left( \sum_i g_i b_i^2 K_2(b_i/x) \right)^2} , \quad (2.33)$$

όπου  $b_i \equiv m_i/m_{\tilde{\chi}}$  με το  $\tilde{\chi}$  να συμβολίζει το LSP,  $i = 1$ .

Το σημείο αποσύζευξης δίνεται από την σχέση

$$x_f^{-1} = \ln \left[ 0.038 g_{eff} \frac{M_{Planck} m_{\tilde{\chi}}}{\sqrt{g^*}} \langle v \sigma_{eff} \rangle c(c+2) x_f^{1/2} \right] . \quad (2.34)$$

Οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας της ενέργειας είναι

$$g_{eff} \equiv \sum_i g_i (1 + \Delta_i)^{3/2} \exp(-\Delta_i/x_f) , \quad (2.35)$$

όπου  $\Delta_i \equiv (m_i - m_{\tilde{\chi}})/m_{\tilde{\chi}}$ . Η περίσσεια του LSP δίνεται από την σχέση (2.29) όπου η ποσότητα  $J$  ορίζεται ως το ολοκλήρωμα  $J \equiv \int_0^{x_f} \langle v \sigma_{eff} \rangle dx$ . Για τους συγκεκριμένους υπολογισμούς λαμβάνουμε υπόψη ότι όλα τα σωματίδια που είναι εκφυλισμένα ως

προς την μάζα με το LSP τελικά διασπώνται και επομένως η τελική τιμή της πυκνότητας του LSP προκύπτει από την σχέση  $n = \sum_i n_i$ . Στις υπερσυμμετρικές θεωρίες οι διαδικασίες συνεξαύλωσης που επικρατούν είναι μεταξύ των neutralinos, των charginos και των sfermions.

Ο ρόλος των συνεξαύλωσης είναι σημαντικός διότι έχουν ως αποτέλεσμα να αυξηθεί το όριο στην μάζα του LSP (neutralino) σε σχέση με την περίπτωση των εξαύλωσης μεταξύ των neutralinos προκειμένου να ικανοποιούνται οι περιορισμοί που θέτουν τα κοσμολογικά δεδομένα. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι λαμβάνοντας υπ' όψη μόνο τις εξαύλωσης μεταξύ των ελαφρύτερων neutralinos τότε το όριο στην μάζα των neutralinos είναι τα 200 GeV ενώ στην περίπτωση των συνεξαύλωσης μεταξύ neutralinos και staus το όριο αυξάνεται στα 600 GeV και στην περιοχή του παραμετρικού χώρου όπου κυριαρχούν οι συνεξαύλωσης μεταξύ των neutralinos και των charginos το όριο αυτό φτάνει και το 1.5 TeV καθιστώντας δύσκολη την ανακάλυψη των υπερσυμμετρικών σωματιδίων από τους επιταχυντές υψηλών ενεργειών.

## Κεφάλαιο 3

# Το Υπερσυμμετρικό πρότυπο και η παραβίαση της συμμετρίας CP

Η Υπερσυμμετρική θεωρία αποτελεί έναν από τους βασικούς πόλους έλξης του ενδιαφέροντος της θεωρητικής Φυσικής τις τελευταίες δεκαετίες. Ο κύριος λόγος είναι ότι στις υπερσυμμετρικές προεκτάσεις του Καθιερωμένου Προτύπου η υπεριώδης συμπεριφορά των αποκλίσεων είναι ήπια, επιλύοντας το πρόβλημα της ιεραρχίας και επιπλέον είναι επανακανονικοποιήσιμες θεωρίες στις οποίες είναι δυνατόν να ελεγχθούν οι κβαντικές διορθώσεις και άρα να οδηγηθούμε σε ασφαλείς προβλέψεις. Τα υπερσυμμετρικά πρότυπα εντούτοις, ακόμη και στην πιο απλή εκδοχή τους, περιγράφονται από πολλές αυθαίρετες παραμέτρους οι οποίες μπορούν να ελαττωθούν αν γίνουν επιπλέον θεωρητικές υποθέσεις, όπως για παράδειγμα υποθέσεις που στηρίζονται σε θεωρίες της Υπερβαρύτητας και αφορούν την επιβολή καθολικών συνοριακών τιμών στην κλίμακα ενοποίησης σε κάποιες από τις παραμέτρους. Στην πλειοψηφία τους οι μελέτες των υπερσυμμετρικών προτύπων εξετάζουν την περίπτωση όπου οι μοναδικές μιγαδικές φάσεις ενδεικτικές της παραβίασης της συμμετρίας CP είναι οι φάσεις στον πίνακα Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Τα κίνητρα για την αναζήτηση νέων πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP πέραν του Καθιερωμένου Προτύπου είναι η ανάγκη ερμηνείας της Βαρυογένεσης και Λεπτογένεσης στο σύμπαν καθώς και η ύπαρξη συγκεκριμένων πειραματικών ορίων στις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές κάποιων ατόμων. Οι μιγαδικές φάσεις στις υπερσυμμετρικές παραμέτρους εμπλουτίζουν την φαινομενολογία των υπερσυμμετρικών προτύπων και τροποποιούν τις προβλέψεις τους αλλά επηρεάζουν και τους υπολογισμούς της περίσσειας της Σκοτεινής Ύλης.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται κατ' αρχάς μια σύντομη εισαγωγή στους λόγους που οδήγησαν στην διατύπωση των υπερσυμμετρικών θεωριών και παρουσιάζεται συνοπτικά το **Περι-**

**ορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο, MSSM** . Παρουσιάζεται το πρόβλημα της παραβίασης της συμμετρίας CP στο Καθιερωμένο Πρότυπο και στην Υπερσυμμετρική του προέκταση. Ειδικότερα εξετάζεται η τροποποίηση της Λαγκρανζιανής του Περιορισμένου Υπερσυμμετρικού Καθιερωμένου Προτύπου και του αριθμού των παραμέτρων του όταν αυτές είναι μιγαδικές ανάλογα με το αν επιβάλλονται ή όχι καθολικές συνοριακές συνθήκες. Στην συνέχεια περιγράφονται οι αλλαγές που επιφέρει η παραβίαση της συμμετρίας CP σε φαινομενολογικά ζητήματα του MSSM όπως το φάσμα μαζών των σωματιδίων Higgs και τις κβαντικές διορθώσεις στα πλάτη διάσπασής τους καθώς και στις μάζες των κουάρκ  $t$  και  $b$ . Αυτές επηρεάζουν σημαντικά την υπολογιζόμενη περίσσεια του neutralino . Η παραβίαση της συμμετρίας CP έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μη μηδενικών **Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών, ΗΔΡ** (Electric Dipole Moments, EDMs) στα φερμιόνια και τα πειραματικά δεδομένα για τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του Θαλλίου, του νετρονίου και του Υδραργύρου περιορίζουν αυστηρά τις θεωρητικές παραμέτρους. Διερευνάται η εξέλιξη των μιγαδικών φάσεων συναρτήσει της ενέργειας μέσω των διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης (Renormalization Group Equations, RGEs) και βρίσκεται ότι ο τρόπος που μεταβάλλονται οι τιμές τους είναι δυνατόν να επιφέρει σημαντικές αλλαγές στις υπολογιζόμενες Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές. Στην μελέτη μας θεωρούμε ως δεδομένες τις τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων στην κλίμακα ενοποίησης. Η προσέγγιση αυτή είναι έγκυρη εφ' όσον η φυσική σε χαμηλές ενέργειες αποτελεί εκδήλωση μιας πιο θεμελιώδους θεωρίας η οποία ισχύει σε ενέργειες της τάξης της μάζας του Planck.

### 3.1 Εισαγωγή στην Υπερσυμμετρία

Το Καθιερωμένο Πρότυπο των αλληλεπιδράσεων δίνει μια πολύ καλή ερμηνεία σε ένα πλήθος φυσικών φαινομένων της σωματιδιακής φυσικής. Υπάρχουν όμως θέματα στα οποία αδυνατεί να δώσει απάντηση. Τα βασικότερα είναι το πρόβλημα της *ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων* και η *έλλειψη φυσικότητας* στην μάζα του Higgs .

Το πρόβλημα της *ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων* αναφέρεται στην τεράστια διαφορά μεταξύ της κλίμακας του Planck,  $M_{Pl} \sim 10^{19}$  GeV των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων και της Ηλεκτρασθενούς κλίμακας  $M_W \sim 100$  GeV. Λογικά θα αναμενόταν η εκδήλωση κάποιας καινούριας Φυσικής σε μια ενδιάμεση ενέργεια. Η ενοποίηση των ζεύξεων των τριών θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων - εκτός της βαρύτητας - εισάγει μια νέα κλίμακα περί τα  $10^{16}$  GeV η οποία ονομάζεται *κλίμακα ενοποίησης*  $M_{GUT}$ . Με αυτή την εικόνα το Καθιερωμένο Πρότυπο μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μια ενεργός θεωρία που ισχύει για

ενέργειες κοντά στα 100 GeV, μπορεί να αποτελέσει δηλαδή την προσέγγιση στο όριο των χαμηλών ενεργειών μιας γενικότερης θεωρίας η οποία εκδηλώνεται σε πολύ υψηλότερες ενέργειες. Η τεράστια διαφορά μεταξύ  $M_W$  και  $M_{GUT}$  δημιουργεί προβλήματα ευστάθειας στα σχήματα επανακανονικοποίησης και επιφέρει στα βαθμωτά σωματίδια Higgs μάζες  $\mathcal{O}(M_{GUT})$  που ορολογείται ως *πρόβλημα της ιεραρχίας*.

Συναφές με το πρόβλημα της ιεραρχίας είναι η έλλειψη "φυσικότητας" στην μάζα του Higgs. Οι κβαντικές διορθώσεις στην μάζα του παρουσιάζουν τετραγωνικές αποκλίσεις  $\delta m_H^2 \sim g^2 \Lambda^2$  όπου η κλίμακα αποκοπής  $\Lambda$  χαρακτηρίζει την ενέργεια πάνω από την οποία αρχίζει να εκδηλώνεται η νέα Φυσική. Για να ισχύει το διαταρακτικό ανάπτυγμα στην θεωρία πρέπει η μάζα του Higgs να μην ξεπερνά το 1 TeV. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο θα πρέπει να γίνουν "λεπτές ρυθμίσεις" στις παραμέτρους της θεωρίας,  $g^2 \sim \mathcal{O}(10^{-28})$  και αυτό ακριβώς είναι αφύσικο σε ό,τι αφορά το μποζόνιο Higgs. Στο παρελθόν υπήρξαν προσπάθειες για την αντιμετώπιση του προβλήματος όπως η διατύπωση θεωρητικών προτύπων στα οποία το Higgs είναι σύνθετο σωματίδιο ή των τεχνοχρωματικών προτύπων [31] από τα οποία απουσιάζει το βαθμωτό πεδίο Higgs και η συμμετρία βαθμίδας παραβιάζεται μέσω συμπυκνωμάτων φερμιονίων. Εκτός των προβλημάτων που παρουσιάζουν, τα πρότυπα αυτά δεν επαληθεύονται από τα σύγχρονα πειράματα [32–34].

Αναζητήθηκε λοιπόν η ύπαρξη μια νέας συμμετρίας η οποία θα περιοριζε την ύπαρξη των τετραγωνικών αποκλίσεων: η **Υπερσυμμετρία** εισάγει την συμμετρία μεταξύ μποζονίων και φερμιονίων [35–37] προτείνοντας νέα σωματίδια με ίσες μάζες με τα γνωστά σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου και σπιν που διαφέρει κατά 1/2. Στην φύση βέβαια σήμερα δεν επαληθεύεται ένας τέτοιος εκφυλισμός μάζας μεταξύ μποζονίων και φερμιονίων. Επομένως αν ισχύει η Υπερσυμμετρία θα πρέπει να είναι παραβιασμένη και οι μάζες των υπερσυμμετρικών σωματιδίων να είναι αρκετά μεγαλύτερες από τις μάζες των σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου. (Στο ζήτημα της παραβίασης της Υπερσυμμετρίας θα επανέλθουμε αργότερα). Στις κβαντικές διορθώσεις της μάζας του Higgs θα συμμετέχουν και φερμιόνια, εκτός από τα μποζόνια, και λόγω της στατιστικής Fermi - Dirac οι συνεισφορές τους θα έχουν αντίθετο πρόσημο με αυτές των μποζονίων. Κατ' αυτόν τον τρόπο οι διορθώσεις στην μάζα του Higgs σε επίπεδο ενός βρόχου θα είναι  $\delta m_H^2 \sim (m_{boson}^2 - m_{fermion}^2)$ , όπου οι μάζες μποζονίων και φερμιονίων διαφέρουν λόγω παραβίασης της Υπερσυμμετρίας κατά  $M_S$ . Επομένως εάν η διαφορά των τετραγώνων των μαζών μποζονίων και φερμιονίων,  $M_S^2$  είναι λίγο μικρότερη από 1 TeV η τετραγωνική απόκλιση στην μάζα του Higgs απαλείφεται και μάλιστα σε κάθε τάξη της θεωρίας διαταραχών.

Η Υπερσυμμετρία δίνει λύση στο πρόβλημα της ιεραρχίας όχι μόνο γιατί ελέγχει τις



ενεργειακές αποκλίσεις της μάζας του Higgs χωρίς την επιβολή λεπτών ρυθμίσεων αλλά και γιατί εξηγεί με φυσικά επιχειρήματα το μέγεθος της Ηλεκτρασθενούς κλίμακας  $M_Z$  και επιτυγχάνεται η ενοποίηση των συζεύξεων βαθμίδας της Ασθενούς, της Ηλεκτρομαγνητικής και της Ισχυρής αλληλεπίδρασης σε κλίμακα της τάξης των  $10^{16}$  GeV για  $M_S \sim 1$  TeV, κάτι που ήταν αδύνατο να επιτευχθεί στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου [38, 39].

Η συμμετρία μεταξύ μποζονίων και φερμιονίων δεν επιτυγχάνεται με τετριμμένο τρόπο καθώς πρέπει να σχηματιστούν πολλαπλές σωματιδίων που είναι αναπαραστάσεις μιας ορισμένης ομάδας συμμετρίας αλλά τα μέλη τους είναι σωματίδια με διαφορετικό σπιν. Σύμφωνα με το θεώρημα των Coleman και Mandula η μέγιστη ομάδα συμμετρίας σε μια σχετικιστική θεωρία πεδίου αποτελείται από την ομάδα Poincaré των χωροχρονικών μετατοπίσεων και στροφών και την ομάδα των καθολικών εσωτερικών συμμετριών που σχετίζονται με την διατήρηση κβαντικών αριθμών και τις διακριτές συμμετρίες C,P,T. Οι γεννήτορες των συμμετριών αυτών είναι στοιχεία *άρτια*, ικανοποιούν δηλαδή σχέσεις μετάθεσης μεταξύ τους και έτσι είναι αδύνατον να φτιάξει κανείς αναπαραστάσεις με σωματίδια διαφορετικού σπιν με χρήση των ομάδων Lie. Το εμπόδιο αυτό ξεπερνιέται όταν υποθεθεί ότι υπάρχουν *περιττοί* γεννήτορες συμμετρίας οι οποίοι ικανοποιούν σχέσεις αντιμετάθεσης. Η Υπερσυμμετρία καθορίζεται από την εισαγωγή τέτοιων γεννητόρων οι οποίοι μετασχηματίζονται ως σπινόρες κάτω από τους μετασχηματισμούς Lorentz. Οι Haag, Lopuszanski και Sohnius [40] απέδειξαν ότι η Υπερσυμμετρία είναι η μοναδική πρόσθετη συμμετρία της σωματιδιακής φυσικής που εμπεριέχει την ομάδα Poincaré και που επιτρέπεται όταν εισαχθούν αντιμετατιθέμενοι τελεστές. Οι σπινორιακοί αυτοί τελεστές  $Q, \bar{Q}$  μετασχηματίζουν καταστάσεις ακέραιου σπιν σε άλλες με ημιακέραιο σπιν και αντίστροφα.

$$\bar{Q} |\mu\text{ποζόνιο}\rangle = |\text{φερμιόνιο}\rangle, \quad Q |\text{φερμιόνιο}\rangle = |\mu\text{ποζόνιο}\rangle$$

Το πλήθος  $N$  των αντιμετατιθέμενων τελεστών που χρειάζεται να προστεθούν καθορίζει και το είδος της υπερσυμμετρίας. Το θεωρητικό υπόβαθρο της διατριβής αφορά αποκλειστικά την υπερσυμμετρία με *ένα* σπινორιακό τελεστή  $Q$  και τον συζυγή του  $\bar{Q}$  ( $N = 1, \text{SUSY}$ ). Οι σπινორιακοί τελεστές  $Q, \bar{Q}$  μετατιθενται με την υπερσυμμετρική χαμιλιτονιανή με αποτέλεσμα φερμιόνια και μποζόνια να έχουν την ίδια μάζα. Κατ' αυτόν τον τρόπο η υπερσυμμετρία περιλαμβάνει εκτός από τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου και τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους με την ίδια μάζα. Περισσότερες πληροφορίες για την άλγεβρα των τελεστών αυτών αλλά και μια επισκόπηση των θεμελιωδών αρχών της Υπερσυμμετρίας μπορούν να αναζητηθούν στις αναφορές [35], [36] και [41].

Η Υπερσυμμετρία εκδηλώνεται στον λεγόμενο *υπερχώρο* κατ' αναλογία με την συμμετρία των μετασχηματισμών Lorentz η οποία εκδηλώνεται στον χωρόχρονο Minkowski.

Ο υπερχώρος καθορίζεται από τις συντεταγμένες  $\{ x^\mu, \theta, \bar{\theta} \}$  όπου  $x^\mu$  είναι η συντεταγμένη του τετραδιάστατου χώρου Minkowski και  $\theta, \bar{\theta}$  είναι σπίνορες τύπου Weyl οι οποίες υπακούουν σχέσεις αντιμετάθεσης. Αναπαραστάσεις της άλγεβρας της υπερσυμμετρίας αποτελούν τα *υπερπεδία* που είναι συναρτήσεις των μεταβλητών του υπερχώρου. Τα πεδία ύλης αναπαρίστανται με τα *χειραλικά υπερπεδία* ενώ τα πεδία βαθμίδας με τα *διανυσματικά υπερπεδία*. Τα χειραλικά υπερπεδία φιλοξενούν βαθμωτά σωματίδια με σπιν  $s = 0$  και φερμιόνια με σπιν  $s = 1/2$  με ίδιες μάζες ενώ τα διανυσματικά υπερπεδία περιέχουν τα διανυσματικά μποζόνια με σπιν  $s = 1$  και τους συνοδούς τους με σπιν  $s = 1/2$  που επίσης έχουν την ίδια μάζα.

Στα πειράματα που έχουν διεξαχθεί μέχρι τώρα δεν έχει φανεί καμιά ένδειξη που να συνηγορεί υπέρ του εκφυλισμού μάζας μεταξύ μποζονίων και φερμιονίων, δεν έχουν παρατηρηθεί καινούρια σωματίδια που θα μπορούσαν να είναι οι υπερσυμμετρικοί εταίροι των έως τώρα γνωστών σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου. Αυτό σημαίνει ότι εάν η Υπερσυμμετρία είναι υπαρκτή, πρέπει να είναι παραβιασμένη. Η παραβίαση είναι δυνατόν να γίνεται είτε *ρητά* είτε *αυθόρμητα* ή ακόμα και *δυναμικά* μέσα από την δημιουργία συμπυκνωμάτων (condensates).

Η αυθόρμητη παραβίαση γίνεται με τρόπο ανάλογο προς την περίπτωση των συμμετριών βαθμίδας του Καθιερωμένου Προτύπου. Θεωρούμε ότι η Λαγκρανζιανή παραμένει αναλλοίωτη σε υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς ενώ δεν συμβαίνει το ίδιο με την κατάσταση του κενού. Έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι ώστε να παραβιαστεί αυθόρμητα η Υπερσυμμετρία όπως το πρότυπο του O' Raifertagh (F-type breaking) και το πρότυπο των Ηλιόπουλου και Fayet (D-type breaking) χωρίς όμως ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Η ρητή παραβίαση χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή. Αν υπάρχουν όροι στην Λαγκρανζιανή που παραβιάζουν έντονα την Υπερσυμμετρία κινδυνεύουν να χαθούν όλα τα ωφέλη της υπερσυμμετρικής θεωρίας. Γι' αυτό και προτείνεται η παραβίαση να γίνεται με την παρουσία όρων που παραβιάζουν *ήπια* την Υπερσυμμετρία (**Soft Supersymmetry Breaking**) ώστε να διατηρούνται οι καλές ιδιότητες της απουσίας των τετραγωνικών αποκλίσεων στις κβαντικές διορθώσεις της μάζας των βαθμωτών. Η ήπια παραβίαση της Υπερσυμμετρίας προκύπτει με φυσικό τρόπο από τις θεωρίες της Υπερβαρύτητας παρ' όλο που ο μηχανισμός είναι πολύ εξειδικευμένος ανάλογα με το πρότυπο που ακολουθείται.

Η **Υπερβαρύτητα** είναι ουσιαστικά η βαθμιδοποίηση της Υπερσυμμετρίας από συνολική σε τοπική. Περιλαμβάνει την πολλαπλέτα του γκραβιτονίου με συνιστώσες το πεδίο βαθμίδας του γκραβιτονίου που είναι υπεύθυνο για τις τοπικές μετατοπίσεις και του υπερσυμμετρικού του εταίρου gravitino  $s = 3/2$  του πεδίου βαθμίδας των τοπικών υπερσυμμετρικών μετασχηματισμών. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό η Υπερσυμμετρία παραβιάζεται

σε ένα κρυμμένο τμήμα της Υπερβαρύτητας, η πολυπλέτα του γκραβιτονίου διαχωρίζεται, το gravitino αποκτά μάζα,  $m_{3/2} \sim \frac{M_S^2}{M_{\text{Planck}}}$ , όπου  $M_S$  είναι η ενεργειακή κλίμακα όπου παραβιάζεται η Υπερσυμμετρία. Ακολουθώντας η παραβίαση της Υπερσυμμετρίας διαδίδεται στο ορατό τμήμα της θεωρίας μέσω της βαρύτητας. Η Λαγκρανζιανή παίρνει γενικά την μορφή

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SUSY}} + \mathcal{L}_{\text{soft}} \quad (3.1)$$

Το μέρος  $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$  διατηρεί την Υπερσυμμετρία ενώ το κομμάτι  $\mathcal{L}_{\text{soft}}$  την παραβιάζει με ήπιο τρόπο. Το κομμάτι  $\mathcal{L}_{\text{soft}}$  πρέπει να μην οδηγεί σε τετραγωνικές αποκλίσεις, να είναι επανακανονικοποιήσιμο και οι όροι που επιτρέπονται είναι γενικά  $m_{\text{soft}}^2 |A|^2$ ,  $m_{\text{soft}}^2 (A^2 + h.c)$ ,  $m_{\text{soft}} (A^3 + h.c)$ ,  $m_{\text{soft}} \lambda \lambda$ . Η παράμετρος  $m_{\text{soft}}$  είναι ανάλογη της μάζας του gravitino,  $m_{\text{soft}} \sim c m_{3/2}$ . Θέλοντας να ικανοποιήσουμε το αίτημα για την ιεραρχία των μαζών πρέπει  $m_{\text{soft}} \simeq 10^2 - 10^3$  GeV οπότε ανάλογα με το πρότυπο παραβίασης καθορίζεται η τιμή για την σταθερά  $c$  και από εκεί η τιμή της μάζας του gravitino [42].

Τα υπερσυμμετρικά πρότυπα -ακόμη και τα απλούστερα - χαρακτηρίζονται από ένα μεγάλο αριθμό παραμέτρων. Χρειάζονται επομένως επιπλέον θεωρητικές υποθέσεις σχετικά με την προέλευση των παραμέτρων τους ώστε να βελτιωθεί η προβλεψιμότητα τους. Το Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο MSSM το οποίο έχει το ελάχιστο σωματιδιακό περιεχόμενο, περιλαμβάνει 124 παραμέτρους [37], [43] οι οποίες ελαττώνονται α) όταν γίνουν υποθέσεις βασισμένες στην Υπερβαρύτητα όπου επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες (Minimal Supergravity, mSUGRA), β) όταν απουσιάζουν τα ουδέτερα ρεύματα που επιτρέπουν την αλλαγή γεύσης μεταξύ των κουάρκς (FCNC) σε επίπεδο δένδρου και γ) όταν μηδενίζονται οι μιγαδικές φάσεις των παραμέτρων αυτών. Το σωματιδιακό περιεχόμενο του MSSM είναι μεγαλύτερο από αυτό του Καθιερωμένου Προτύπου. Με κάθε γνωστό φερμιόνιο συνυπάρχει και ο εταίρος του με σπιν  $s = 0$  που ονομάζεται sfermion. Επίσης σε κάθε μποζόνιο βαθμίδας αντιστοιχεί ένα σωματίδιο με σπιν  $s = 1/2$ , το ονομαζόμενο gaugino.

Το *Καθολικά Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο*, (**Constrained MSSM**, **CMSSM**) είναι από τα πιο ευρέως διαδεδομένα και μελετημένα υπερσυμμετρικά πρότυπα. Η διαφορά του από το MSSM είναι ότι επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες (universal boundary conditions) στις μάζες των gauginos, των βαθμωτών σωματιδίων καθώς και στις τριγραμμικές σταθερές ζεύξης στην κλίμακα ενοποίησης. Αυτές είναι και οι μόνες πηγές ήπιας παραβίασης της Υπερσυμμετρίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το CMSSM να περιγράφεται από 5 παραμέτρους, την μάζα των βαθμωτών  $m_0$ , των gauginos  $m_{1/2}$ , την τριγραμμική σταθερά  $A_0$ , τον λόγο των μέσων αναμενομένων τιμών στο κενό (v.e.v 's)

των δύο πεδίων Higgs που απαιτούνται ( $\tan \beta \equiv \langle H_2 \rangle / \langle H_1 \rangle$ ) καθώς και το πρόσημο της παραμέτρου  $\mu$ ,  $sign(\mu)$  [44].

Στο MSSM υπάρχει προσθέτως η διατήρηση του κβαντικού αριθμού της ομοτιμίας  $-R_p$ , η οποία ορίζεται ως :

$$R_p = (-1)^{3(B-L)+2s}$$

όπου  $B$ ,  $L$  είναι ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός αντίστοιχα και  $s$  είναι το σπιν του σωματιδίου. Στο MSSM είναι δυνατόν να υπάρχουν αλληλεπιδράσεις οι οποίες δεν διατηρούν τους κβαντικούς αριθμούς  $B$  και  $L$  με αποτέλεσμα να είναι εφικτή η διάσπαση του πρωτονίου σε χρονικό διάστημα μικρότερο από την ηλικία του σύμπαντος. Επιβάλλοντας την διατήρηση της ομοτιμίας  $-R_p$ , ουσιαστικά απαγορεύουμε τις αλληλεπιδράσεις αυτές εξασφαλίζοντας την σταθερότητα του πρωτονίου.

Η ομοτιμία  $-R_p$  είναι πολλαπλασιαστικός κβαντικός αριθμός. Ισούται με  $+1$  για τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου και  $-1$  για τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους. Μια από τις συνέπειες της διατήρησής της παρουσιάζει ιδιαίτερο κοσμολογικό ενδιαφέρον: Τα προϊόντα διάσπασης ενός υπερσυμμετρικού σωματιδίου πρέπει να περιλαμβάνουν περιττό αριθμό άλλων υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Κατ' αυτόν τον τρόπο εκείνο το υπερσυμμετρικό σωματίδιο που έχει την μικρότερη μάζα (Lightest Supersymmetric Particle, LSP) είναι ευσταθές και μπορεί να εξαφανιστεί σε σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου μόνο μέσω εξαυλώσεων με άλλα υπερσυμμετρικά σωματίδια. Εάν επιπλέον δεν φέρει φορτίο (ηλεκτρικό και χρωματικό) και αλληλεπιδρά ασθενώς με την ύλη, μπορεί να χαρακτηριστεί ως WIMP και αποτελεί έναν εξαιρετικό υποψήφιο για σκοτεινή ύλη. Ένα τέτοιο σωματίδιο μπορεί να είναι το πιο ελαφρύ neutralino.

Τα neutralinos είναι γραμμικοί συνδυασμοί των ουδέτερων συνιστωσών των Higgsinos  $\tilde{H}_{1,2}^0$ , του Wino  $\tilde{W}$  και του Bino  $\tilde{B}$  (βλ. πίνακα Α.1). Πρόκειται για φερμιόνια τύπου Majorana, έχουν δηλαδή τους μισούς βαθμούς ελευθερίας (2) απ' ότι τα φερμιόνια τύπου Dirac, π.χ. το ηλεκτρόνιο (4). Υπάρχουν 4 τέτοιες ιδιοκαταστάσεις μάζας  $\tilde{\chi}_i^0$ ,  $i = 1, \dots, 4$  από τις οποίες η ελαφρύτερη είναι δυνατόν να είναι το LSP. Για το ελαφρύτερο neutralino  $\tilde{\chi}$  θα ισχύει

$$\tilde{\chi} = a_1 \tilde{H}_1^0 + a_2 \tilde{H}_2^0 + a_3 \tilde{B} + a_4 \tilde{W}$$

όπου για τις σταθερές  $a_i$  ισχύει η συνθήκη κανονικοποίησης  $\sum_i |a_i|^2 = 1$ . Ανάλογα με τις τιμές των σταθερών αυτών διακρίνουμε τις περιπτώσεις α)  $|a_1|^2 + |a_2|^2 \gg |a_3|^2 + |a_4|^2$  οπότε το LSP είναι βασικά Higgsino και β)  $|a_1|^2 + |a_2|^2 \ll |a_3|^2 + |a_4|^2$  οπότε το LSP είναι κυρίως gaugino (Bino ή Wino). Στο θεωρητικό πρότυπο CMSSM το neutralino είναι gaugino και μάλιστα Bino στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου. Τα πειραματικά δεδομένα

δεν επιτρέπουν στην μάζα του neutralino να είναι μικρότερη από 47 GeV στο MSSM ενώ στα πλαίσια της mSUGRA το κάτω όριο στην μάζα του neutralino μετατοπίζεται ελαφρώς στα 50 GeV [45].

Η τιμή της παραμέτρου ανάμειξης  $\mu$  προσδιορίζεται από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού των πεδίων Higgs . Σε επίπεδο ενός βρόχου στην θεωρία διαταραχών η συνθήκη ελαχιστοποίησης είναι [46],

$$\mu_{loop}^2 = \mu_{tree}^2 + \frac{\Sigma_1 - \tan^2 \beta \Sigma_2}{\tan^2 \beta - 1}, \quad (3.2)$$

όπου  $\mu_{tree}^2$  είναι η τιμή της παραμέτρου ανάμειξης στο τετράγωνο, σε επίπεδο δένδρου :

$$\mu_{tree}^2 = -\frac{\hat{M}_Z^2}{2} + \frac{m_{H_1}^2 - \tan^2 \beta m_{H_2}^2}{\tan^2 \beta - 1}. \quad (3.3)$$

Με  $\hat{M}_Z$  συμβολίζεται η τρέχουσα μάζα του μποζονίου  $Z$  που συνδέεται με την φυσική μάζα μέσω της σχέσης  $\hat{M}_Z^2 = M_Z^2 + \Pi_{ZZ}(M_Z)$ , όπου  $\Pi_{ZZ}(M_Z)$  είναι οι κβαντικές διορθώσεις του εγκάρσιου διαδότη του μποζονίου  $Z$ . Στις εκφράσεις (3.2,3.3) με  $\Sigma_{1,2}$  συμβολίζονται οι συνεισφορές από τις κβαντομηχανικές διορθώσεις ενός βρόχου στο ενεργό δυναμικό [46], με  $m_{H_{1,2}}^2$  οι ήπιες μάζες των σωματιδίων Higgs που προκύπτουν από τους όρους ήπιας παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Οι συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού των Higgses καθορίζουν τις τιμές των παραμέτρων του CMSSM που επιτρέπουν την παραβίαση της Ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Συγκεκριμένα, η ανάλυση της (3.2) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι τιμές των παραμέτρων  $m_0, m_{1/2}$  βρίσκονται είτε σε μια ελλειψοειδή είτε σε μια υπερβολοειδή επιφάνεια, ανάλογα με τις τιμές της παραμέτρου  $\tan \beta$  [46] - [48]. Για μικρές τιμές  $\tan \beta \leq 7$ , οι τιμές των  $m_0, m_{1/2}$  βρίσκονται στον **Ελλειψοειδή κλάδο** της παραβίασης της Ηλεκτρασθενούς συμμετρίας ενώ για  $\tan \beta > 7$  βρίσκονται στον **Υπερβολοειδή κλάδο**. Ορισμένες από τις περιοχές αυτές παρουσιάζουν ιδιαίτερο κοσμολογικό ενδιαφέρον όπως περιγράφεται παρακάτω.

Στον Ελλειψοειδή κλάδο ( $\tan \beta \leq 7$ ) η παράμετρος  $\mu$  είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις  $m_0, m_{1/2}$ . Το neutralino (LSP) είναι κυρίως Bino εκτός από μια περιοχή με μικρό  $m_{1/2}$  στην οποία έχει μια σημαντική πρόσμειξη Higgsino. Εντούτοις η περιοχή αυτή αποκλείεται από τα πειραματικά δεδομένα που σχετίζονται με τον λόγο διακλάδωσης της διαδικασίας  $b \rightarrow s \gamma$  καθώς και την ανίχνευση του ελαφρού chargino. Μια ενδιαφέρουσα από κοσμολογική άποψη περιοχή είναι αυτή όπου το neutralino είναι λίγο βαρύτερο από το ελαφρύ stau (το οποίο σε αυτή την περίπτωση είναι το LSP). Αν συμβαίνει αυτό, στους υπολογισμούς για τον προσδιορισμό της περίσσειας της Σκοτεινής Ύλης χρειάζεται να ληφθούν υπ' όψιν οι συν-εξαυλώσεις  $\tilde{\chi} - \tilde{\tau}, \tilde{\tau} - \tilde{\tau}$  του ελαφρύτερου neutralino με

το ελαφρύ  $\tilde{\tau}$ . Μια άλλη σημαντική περιοχή για την κοσμολογία χαρακτηρίζεται από μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\tan \beta$  ( $\tan \beta > 45$ ) και ιδιαίτερα όταν συμβαίνει να ισχύει  $2m_{\tilde{\chi}} \approx m_A$ . Τότε στο κανάλι  $s$  κυριαρχούν οι εξαυλώσεις των neutralinos  $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow b \bar{b}, \tau \bar{\tau}$  ελαττώνοντας την υπολειπόμενη πυκνότητα του LSP σε επίπεδα συμβατά με τα δεδομένα του WMAP3. Επιπλέον σε αυτή την περίπτωση, η ενεργός διατομή της ελαστικής σκέδασης του ελαφρύτερου neutralino με τον πυρήνα αυξάνεται, κοντά στα διακριτικά όρια των σύγχρονων πειραμάτων που αφορούν την ανίχνευση Σκοτεινής Ύλης.

Στον Υπερβολοειδή κλάδο ( $\tan \beta > 7$ ) είναι δυνατόν οι παράμετροι  $m_0, m_{1/2}$  να πάρουν πολύ μεγάλες τιμές και η παράμετρος  $\mu$  να παραμένει μικρή. Ειδικότερα, ένα υποσύνολο του Υπερβολοειδούς κλάδου ονομάζεται **Υψηλή Ζώνη (High Zone)**. Εκεί η Ηλεκτρασθενής συμμετρία παραβιάζεται για τιμές  $m_0, m_{1/2}$  της τάξης έως 10 TeV. Την ίδια στιγμή η παράμετρος  $\mu$  είναι κατά πολύ μικρότερη αλλά πάντα μεγαλύτερη από  $M_Z$ . Στην περιοχή αυτή, το ελαφρύτερο από τα neutralinos είναι ουσιαστικά Higgsino έχοντας μάζα ίση περίπου με  $\mu$ . Συμβαίνει δηλαδή το φαινόμενο της αναστροφής αφού όπως έχουμε πει το ελαφρύτερο neutralino είναι κυρίως Bino στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου του CMSSM. Το ελαφρύτερο neutralino είναι σχεδόν εκφυλισμένο με το ελαφρύ chargino, μάλιστα λόγω κβαντικών διορθώσεων ισχύει  $m_{\tilde{\chi}} < m_{\tilde{\chi}_1^+} < m_{\tilde{\chi}_2^0}$ . Λόγω της συνιστώσας του Higgsino στους υπολογισμούς σχετικά με την πυκνότητα της Σκοτεινής Ύλης πρέπει να ληφθούν οι συν-εξαυλώσεις του neutralino:  $\tilde{\chi} - \tilde{\chi}_1^+, \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  κλπ. Επειδή όμως οι παράμετροι  $m_0, m_{1/2}$  υπερβαίνουν τα 10 TeV, οι μάζες των squarks και sleptons είναι πάνω από μερικά TeV, δυσχεραίνοντας έτσι την ανίχνευση τους από τους σύγχρονους επιταχυντές.

Υπάρχει και μια άλλη περιοχή του Υπερβολοειδούς κλάδου όπου κάποιες από τις τροχιές που προκύπτουν από τις διαφορικές εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης τέμνονται. Η περιοχή αυτή είναι γνωστή ως **Σημείο Εστίασης (Focus Point)** [49, 50] και χαρακτηρίζεται από μικρές τιμές  $m_{1/2}, \mu$  της τάξης  $M_Z$  και  $m_0$  κάποιων TeV. Το ελαφρύτερο neutralino εδώ είναι ανάμειξη Bino και Higgsino. Η συνιστώσα του Higgsino είναι υπεύθυνη για γρήγορες εξαυλώσεις στο κανάλι  $s$  οπότε η υπολειπόμενη πυκνότητα του LSP μειώνεται σε επίπεδα αποδεκτά από τα παρατηρησιακά δεδομένα. Η μάζα του ελαφρού chargino είναι κάτω από τα 500 GeV διότι το  $\mu$  είναι μικρό και αυτό κάνει την περιοχή του Σημείου Εστίασης προσιτή στους επιταχυντές με ενέργειες στο κέντρο μάζας της τάξης του TeV. Τα gluinos παράγονται σε ζεύγη με υψηλούς ρυθμούς στην συγκεκριμένη περιοχή των παραμέτρων γιατί το  $m_{1/2}$  είναι σχετικά μικρό.

Οι πειραματικοί περιορισμοί που σχετίζονται με την διαδικασία  $b \rightarrow s \gamma$  και την ανώμαλη μαγνητική ροπή του μιονίου  $(g - 2)_\mu$  ικανοποιούνται είτε στην περιοχή του

Σημείου Εστίασης του Υπερβολοειδούς κλάδου είτε στην περιοχή με μεγάλες τιμές  $\tan \beta$  του Ελλειψοειδούς κλάδου όπου συμβαίνουν οι εξαυλώσεις των LSPs κοντά στον συντονισμό  $2m_{\tilde{\chi}} \approx m_A$ .

### 3.2 Η παραβίαση της συμμετρίας CP στα πλαίσια του MSSM

Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου, στον τομέα των Ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων η παραβίαση της συμμετρίας CP υποδηλώνεται από την ύπαρξη μιγαδικών φάσεων στις συζεύξεις Yukawa των βαθμωτών πεδίων Higgs με τα κουάρκ. Με κατάλληλους μετασχηματισμούς οι φάσεις αυτές μπορούν να απορροφηθούν εκτός από μία. Η μιγαδική αυτή παράμετρος εμφανίζεται στον  $3 \times 3$  πίνακα ανάμειξης Cabibbo-Kobayashi-Maskawa  $V_{CKM}$ , εκπεφρασμένο ως προς την βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας των κουάρκ, ο οποίος δίνει τις σταθερές σύζευξης του φορτισμένου μποζονίου  $W$  με ένα αντικουάρκ τύπου up και ένα κουάρκ τύπου down. Η μοναδιακότητα του  $V_{CKM}$  μπορεί να αναπαρασταθεί γεωμετρικά στο μιγαδικό επίπεδο ως τρίγωνο του οποίου οι γωνίες  $\hat{\alpha} \equiv \arg(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*})$ ,  $\hat{\beta} \equiv \arg(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*})$ ,  $\hat{\gamma} \equiv \arg(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*})$ , αποτελούν φυσικές ποσότητες που μπορούν να μετρηθούν με ανεξάρτητο τρόπο από ασυμμετρίες CP στις διασπάσεις των μεσονίων  $B$ . Με  $V_{ij}$  συμβολίζουμε το στοιχείο ανάμειξης του κουάρκ  $i$  με το αντικουάρκ  $j$ . Ο μηχανισμός Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) είναι επαρκής στο να εξηγήσει τρία μεγέθη που έχουν μετρηθεί με εξαιρετική ακρίβεια από τα πειράματα και σχετίζονται με την παραβίαση της συμμετρίας CP. Τα μεγέθη αυτά αφορούν (βλέπε [51] με τις σχετικές παραπομπές):

- i. Το σύστημα του ουδέτερου καονίου. Πρόκειται για τις παραμέτρους  $\varepsilon$  και  $\varepsilon'/\varepsilon$  που προκύπτουν από την έμμεση και άμεση αντίστοιχα παρατήρηση της παραβίασης της CP στις διασπάσεις του ουδέτερου καονίου  $K^0 \rightarrow \pi\pi$ ,  $K^0 \rightarrow \pi l \nu$ , [52]

$$\varepsilon = (2.28 \pm 0.02) \times 10^{-3}, \quad \varepsilon'/\varepsilon = (1.72 \pm 0.18) \times 10^{-3}.$$

- ii. το σύστημα του ουδέτερου μεσονίου  $B^0$  κατά τις διασπάσεις του  $B^0 (\bar{B}^0) \rightarrow J/\Psi, K_s$ . συγκεκριμένα πρόκειται για την γωνία  $\hat{\beta}$  που περιγράψαμε παραπάνω. Τα δεδομένα από τα πειράματα **BABAR** [53] και **BELLE** [54] δίνουν αντίστοιχα  $\sin 2\hat{\beta} = (0.75 \pm 0.10)$   $\sin 2\hat{\beta} = (0.99 \pm 0.15)$ .

Στις παραπάνω παραμέτρους προστίθενται και όσες προκύπτουν από την μελέτη των διασπάσεων του  $B^0$  και σε άλλες τελικές καταστάσεις που έγιναν στο πρόσφατο παρελθόν.

Εντούτοις, η παρατηρούμενη βαρυονική ασυμμετρία στο σύμπαν [55, 56]  $n_B/n_\gamma = (1.5 - 6.3) \times 10^{-10}$  η οποία συνιστά ένδειξη της παραβίασης της συμμετρίας CP δεν μπορεί να ερμηνευθεί με βάση τον μηχανισμό CKM που περιγράψαμε.

Σε ό,τι αφορά την Κβαντική Χρωμοδυναμική (**ΚΧΔ**), η Λαγκρανζιανή που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κουάρκς και των γλουονίων περιέχει τον όρο

$$\mathcal{L}_\theta = \theta_{QCD} \frac{a_s}{8\pi} F^{a\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}^a, \text{ που παραβιάζει την συμμετρία CP, όπου } \tilde{F}^{\mu\nu} \equiv (1/2) \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma},$$

$F_{\mu\nu}$  ο ταυσιτής του πεδίου των γλουονίων και  $\theta_{QCD}$  είναι ελεύθερη παράμετρος. Η διαγωνιοποίηση των μιγαδικών πινάκων μάζας των up και down κουάρκς επάγει μία πρόσθετη συνεισφορά από την δυναμική των γεύσεων (Flavor Dynamics) μέσω της παραμέτρου  $\theta_{QFD} = \arg \det(M_u M_d)$ . Έτσι, η ενεργή παράμετρος είναι  $\bar{\theta} = \theta_{QCD} + \theta_{QFD}$ , χαρακτηριστική της ισχυρής παραβίασης της συμμετρίας CP. Η ηλεκτρική διπολική ροπή του νετρονίου είναι ανάλογη της παραμέτρου αυτής με αποτέλεσμα τα πειραματικά δεδομένα για το συγκεκριμένο φυσικό μέγεθος να εξαναγκάζουν την παράμετρο  $\bar{\theta}$  να είναι πολύ μικρή,  $\bar{\theta} < 10^{-10}$ . Αυτό είναι το λεγόμενο *ισχυρό πρόβλημα CP* (strong CP problem). Για την επίλυσή του έχουν προταθεί διάφορα σχήματα όπως οι αξονικές συμμετρίες των Peccei - Quinn [57, 58] με την χρήση των οποίων η παράμετρος  $\bar{\theta}$  μηδενίζεται φυσιολογικά με αναπόφευκτο επακόλουθο την πρόβλεψη άμαζων ή περίπου άμαζων βαθμωτών σωματιδίων, των αξιονίων.

Ακόμη κι αν επιλυθεί το *ισχυρό πρόβλημα CP* η ανάγκη για αναζήτηση νέων πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP, πέραν του Καθιερωμένου Προτύπου, παραμένει για την ερμηνεία της βαρυονικής ασυμμετρίας του Σύμπαντος. Στο παρελθόν έχουν μελετηθεί υπερσυμμετρικά πρότυπα τα οποία περιέχουν και άλλες φάσεις παραβίασης της συμμετρίας CP εκτός από αυτή του πίνακα CKM [59–64]. Στα πρότυπα που έχουν ως αφετηρία την θεωρία της Υπερβαρύτητας (mSUGRA) με εφαρμογή καθολικών συνοριακών συνθηκών υπάρχουν δύο τέτοιες παρατηρήσιμες φάσεις οι οποίες όμως περιορίζονται δραστικά από τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ. Στην γενική περίπτωση εντούτοις κατά την οποία αναχωρούμε από τις καθολικές συνοριακές συνθήκες, ο αριθμός των παρατηρήσιμων φάσεων αυξάνεται με αποτέλεσμα η φαινομενολογία να επηρεάζεται πολύ περισσότερο. Η ύπαρξη μιγαδικών φάσεων στις υπερσυμμετρικές παραμέτρους εκτός από την δημιουργία νέων φαινομένων, όπως για παράδειγμα η εμφάνιση μη μηδενικών ΗΔΡ, επηρεάζει φυσικές ποσότητες που είναι γνωστές στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP αλλά και διαδικασίες μεταξύ των στοιχειωδών σωματιδίων που διερευνώνται στους σύγχρονους επιταχυντές [65]. Στην κατεύθυνση αυτή και με την βοήθεια των πειραματικών δεδομένων είναι δυνατόν να προσδιοριστούν οι παράμετροι που εμφανίζονται στο τμήμα της Λαγκρανζιανής που παραβιάζει ήπια την Υπερσυμμετρία [66].



Η παραβίαση της συμμετρίας CP έχει άμεσες συνέπειες σε μια σειρά φαινομενολογικών θεμάτων τα οποία μελετώνται στα πλαίσια των υπερσυμμετρικών θεωριών. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το φάσμα μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων και ειδικότερα των σωματιδίων Higgs , [67, 68]. Οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των Higgses προκύπτουν από ανάμειξη των ιδιοκαταστάσεων μάζας με άρτιο και περιττό κβαντικό αριθμό CP . Επιπλέον οι σταθερές σύζευξής τους με τα άλλα σωματίδια τροποποιούνται σε σχέση με την περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP . Αναμένεται λοιπόν να μετατοπίζονται οι περιοχές του παραμετρικού χώρου όπου βρίσκονται οι συντονισμοί μάζας των Higgses και οι οποίες εξασφαλίζουν μικρές τιμές της περίσσειας των neutralinos .

Από κοσμολογική άποψη, ο ακριβής προσδιορισμός της ποσότητας της Σκοτεινής Ύλης που υπάρχει σήμερα στο σύμπαν από το WMAP3 [5–7] και το SDSS [8] σε συνδυασμό με τα σύγχρονα πειραματικά δεδομένα από τους επιταχυντές έχει δώσει νέα ώθηση στην βαθύτερη κατανόηση και διερεύνηση των υπερσυμμετρικών προτύπων που περιέχουν πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP . Η τιμή της πυκνότητας της Ψυχρής Σκοτεινής Ύλης που έχει προκύψει από τις τελευταίες μετρήσεις του WMAP3  $0.089 < \Omega_{CDM} h_0^2 < 0.117 (2\sigma)$  [7] έχει περιορίσει αρκετά τις τιμές των παραμέτρων των υπερσυμμετρικών θεωριών στις οποίες διατηρείται η συμμετρία CP [69]. Στην περίπτωση που παραβιάζεται η συμμετρία CP , η υπολογιζόμενη περίσσεια των neutralinos επηρεάζεται [70]- [82] όχι μόνο από τις αλλαγές στον τομέα των Higgses αλλά και από τις κβαντικές διορθώσεις στις μάζες των φερμιονίων της τρίτης γενιάς στις οποίες η ύπαρξη φάσεων, ιδιαίτερα της παραμέτρου  $\mu$  και της μάζας  $M_3$  του gluino, διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο όπως θα συζητηθεί. Συγκεκριμένα οι μιγαδικές φάσεις επηρεάζουν σημαντικά τις διορθώσεις μάζας του κουάρκ b το οποίο διαδραματίζει κυρίαρχο ρόλο στον υπολογισμό της περίσσειας των neutralinos . Το φαινόμενο αυτό είναι ιδιαίτερα έντονο για μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\tan \beta$  και μικρές τιμές των τριγραμμικών συζεύξεων. Σε αυτήν την περίπτωση κυριαρχεί η επίδραση των φάσεων της παραμέτρου  $\mu$  και της μάζας  $M_3$  του gluino. Όταν δε αυξάνονται τα μέτρα των τριγραμμικών συζεύξεων αρχίζουν να επηρεάζουν τις κβαντικές διορθώσεις του κουάρκ b και οι αντίστοιχες φάσεις τους όπως θα συζητήσουμε στην παράγραφο 3.5.1, [74–76].

Τα πρότυπα που έχουν προταθεί προκειμένου να ερμηνεύσουν την Βαρυογένεση ενοούν μεγάλες τιμές των φάσεων των υπερσυμμετρικών παραμέτρων. Η Βαρυογένεση είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί είτε μέσω της Λεπτογένεσης [83] είτε μέσω της Ηλεκτρασθενούς αλλαγής φάσης 1ου είδους [84]. Στην περίπτωση που η Βαρυογένεση καθορίζεται από τα squarks και sleptons απαιτείται ένα σχετικά ελαφρύ stop, βαρύτερο από 120 GeV, και με την προϋπόθεση ότι η αλλαγή φάσης είναι ασθενής όταν οι μάζες των Higgses είναι μεγαλύτερες των 120 GeV περίπου, υπάρχει δυνατότητα να επιτευχ-

θεί συμφωνία με την παρατηρούμενη βαρυονική ασυμμετρία [85–88]. Μια εναλλακτική λύση είναι η Βαρυογένεση μέσω higgsino και gaugino [89,90]. Το φαινόμενο επεκτείνεται όταν η παράμετρος ανάμειξης  $\mu$  των gauginos έχει την ίδια τάξη μεγέθους με τις μάζες των gauginos  $M_{1,2}$  [91]. Οι φάσεις που εμπλέκονται είναι  $arg(\mu M_{1,2})$  οι οποίες αρκεί να είναι της τάξης του  $\sim 10^{-2}$  ώστε να παραχθεί το παρατηρούμενο ποσοστό βαρυονικής ασυμμετρίας στο σύμπαν.

Η παραβίαση της συμμετρίας CP στα πλαίσια των υπερσυμμετρικών θεωριών παρέχει την δυνατότητα ερμηνείας των μη μηδενικών Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών των φερμιονίων. Τα πειράματα που έχουν γίνει στην κατεύθυνση αυτή αφορούν τις ΗΔΡ του νετρονίου, παραμαγνητικών και διαμαγνητικών ατομικών συστημάτων όπως του Θαλλίου (Th-205) και του Υδραργύρου αντίστοιχα (Hg-199). Τα πειραματικά όρια στην ΗΔΡ του Θαλλίου επάγουν περιορισμούς στην ΗΔΡ του ηλεκτρονίου. Τα τελευταία πειραματικά όρια στις διπολικές ροπές του ηλεκτρονίου, του νετρονίου και του Υδραργύρου είναι [92–94]:

$$\begin{aligned} |d_e| &< 1.6 \times 10^{-27} \text{ e cm} \\ |d_n| &< 6.5 \times 10^{-26} \text{ e cm} \\ |d_{Hg}| &< 2.1 \times 10^{-28} \text{ e cm} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Αυτά τα όρια των ΗΔΡ περιορίζουν τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι υπερσυμμετρικές παράμετροι της θεωρίας [59–62, 95–112]. Στην μελέτη μας διερευνώνται οι περιοχές του παραμετρικού χώρου του MSSM που είναι επιτρεπτές από τα κοσμολογικά δεδομένα του WMAP3 σε συνδυασμό με τα δεδομένα των πειραμάτων που αφορούν τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές που προαναφέρθηκαν και τα λοιπά πειραματικά δεδομένα από τους επιταχυντές. Για τον λόγο αυτό στις παραγράφους που ακολουθούν παρουσιάζονται κατ' αρχήν κάποια εισαγωγικά στοιχεία για τις Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές των φερμιονίων και στη συνέχεια οι φαινομενολογικοί τομείς του MSSM που επηρεάζονται από την ύπαρξη πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP και εμπλέκονται στον υπολογισμό της περίσσειας του neutralino.

### **3.3 Οι Ηλεκτρικές Διπολικές Ροπές του νετρονίου και των ατόμων του Θαλλίου και του Υδραργύρου**

Ο υπολογισμός των Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών σύμφωνα με το Καθιερωμένο Πρότυπο δίνει αποτελέσματα τα οποία είναι τουλάχιστον δέκα τάξεις μεγέθους μικρότερα από τα

πειραματικά όρια (3.4). Στο MSSM όπου υπάρχουν περισσότερες πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP, οι ΗΔΡ υπολογίζονται σε προσέγγιση μέχρι και τριών κβαντικών βρόχων. Στον υπολογισμό των ΗΔΡ λαμβάνονται υπ' όψιν η ηλεκτρική διπολική ροπή του ηλεκτρονίου και οι ηλεκτρικές και χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές των κουάρκς up και down. Η ηλεκτρική διπολική ροπή  $d_f$  ενός φερμιονίου προκύπτει από την ενεργό Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης του φερμιονίου με το H/M πεδίο :

$$\mathcal{L}_I = -\frac{i}{2} d_f \bar{\psi} \bar{\sigma}_{\mu\nu} \gamma_5 \psi F^{\mu\nu},$$

όπου  $\bar{\psi}$  το φερμιονικό πεδίο και  $F^{\mu\nu}$  ο ταυστής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Στο μη σχετικιστικό όριο η παραπάνω έκφραση παίρνει την μορφή  $\mathcal{L}_I = d_f \psi^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{E} \psi$ . Κατά αντιστοιχία η χρωμοηλεκτρική διπολική ροπή  $\tilde{d}_f$  προκύπτει από την αλληλεπίδραση του φερμιονίου με τα γλουόνια :

$$\mathcal{L}_I = -\frac{i}{2} \tilde{d}_f \bar{q} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 T^a q G^{\mu\nu a},$$

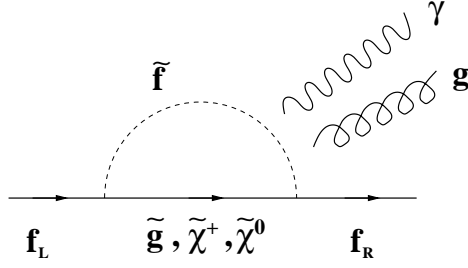
όπου  $T^a$  είναι οι γεννήτορες της ομάδας συμμετρίας SU(3) και  $G^{\mu\nu a}$  ο ταυστής του γλουονικού πεδίου. Στις ΗΔΡ των κουάρκς συμμετέχει και ο τελεστής Weinberg τριών γλουονίων που έχει διάσταση - 6. Η αντίστοιχη γλουονική διπολική ροπή  $\tilde{d}^G$  ορίζεται από την ενεργό Λαγκρανζιανή,

$$\mathcal{L}_I = \frac{1}{6} d^G f_{abc} G_{a\mu\rho} G_{b\nu}^{\rho} G_{c\lambda\sigma} \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma},$$

όπου  $f_{abc}$  είναι οι σταθερές δομής της ομάδας SU(3) και  $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$  είναι ο πλήρως αντισυμμετρικός ταυστής για τον οποίο ισχύει  $\epsilon^{0123} = 1$  [97].

Σε προσέγγιση 1-βρόχου στην ΗΔΡ του ηλεκτρονίου συνεισφέρουν διαγράμματα με ανταλλαγή charginos και neutralino. Στην ΗΔΡ του νετρονίου εκτός από τις ηλεκτρικές διπολικές ροπές των κουάρκς up και down συμμετέχουν και οι χρωμοηλεκτρικές τους ροπές. Συγκεκριμένα συμμετέχουν τα διαγράμματα με ανταλλαγή charginos-squarks και gluinos - squarks [96]. Στην ΗΔΡ του Υδραργύρου συμμετέχουν μόνο οι χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές των κουάρκς u,d και η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου. Στο σχήμα (3.1) φαίνεται το γενικό διάγραμμα υπολογισμού της ΗΔΡ και Χρωμοηλεκτρικής Διπολικής Ροπής ενός φερμιονίου σε προσέγγιση 1-βρόχου. Σε προσέγγιση 2-βρόχων στις ηλεκτρικές και χρωματικές διπολικές ροπές συνεισφέρουν και τα διαγράμματα τύπου Barr-Zee [104–108], [113]. Η επιρροή των συνεισφορών αυτών γίνεται σημαντικότερη καθώς αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου  $\tan \beta$ .

Η μέτρηση της ΗΔΡ του ατόμου του Θαλλίου είναι η πιο αξιόπιστη σε σχέση με άλλα παραμαγνητικά άτομα. Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 90% η τιμή της ΗΔΡ του Θαλλίου είναι



Σχήμα 3.1: Διαγράμματα ενός βρόχου για τον υπολογισμό των Ηλεκτρικών και Χρωμοηλεκτρικών Διπολικών Ροπών

$|d_{Tl}| = 9 \times 10^{-25} e \text{ cm}$  . Το Θάλλιο είναι ένα παραμαγνητικό άτομο οπότε η Ηλεκτρική Διπολική Ροπή του εξαρτάται άμεσα από την ΗΔΡ του ηλεκτρονίου. Ισχύει μάλιστα η εμπειρική σχέση

$$d_{Tl} = -585 d_e$$

[114] από την οποία εξάγεται το πειραματικό όριο της ΗΔΡ του ηλεκτρονίου :  $|d_e| < 1.6 \times 10^{-27} e \text{ cm}$ .

Η ΗΔΡ του νετρονίου δίνεται από την σχέση [115] :

$$d_n = 1.4 (d_d - 0.25 d_u) + 1.1 (\tilde{d}_d + 0.5 \tilde{d}_u)$$

Τα διαμαγνητικά άτομα όπως ο Υδράργυρος προσφέρουν ένα από τα σημαντικότερα τεστ παραβίασης της συμμετρίας CP καθώς αποτελεί το πιο επακριβώς προσδιορισμένο πειραματικό όριο ΗΔΡ που υπάρχει. Η μαθηματική έκφραση που συνδέει την ΗΔΡ του Υδραργύρου με την ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και τις χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές των κουάρκ up και down είναι (βλ. Demir *etal* [110]):

$$d_{Hg} = 0.007 (\tilde{d}_u - \tilde{d}_d) + 10^{-2} d_e$$

Οι τιμές των υπολογιζόμενων ΗΔΡ στα πλαίσια του MSSM μέσω ανταλλαγής υπερσυμμετρικών σωματιδίων των οποίων οι μάζες βρίσκονται κοντά στο κατώτατο πειραματικό όριο, βρίσκονται να είναι αρκετά μεγαλύτερες από τις πειραματικές (3.4). Το γεγονός αυτό συνιστά το λεγόμενο *Υπερσυμμετρικό πρόβλημα CP* (SUSY CP problem) κατά αντιστοιχία με την περίπτωση του Καθιερωμένου Προτύπου. Για την αντιμετώπισή του υπάρχουν οι εξής δυνατότητες : α) οι τιμές των φάσεων είναι πολύ μικρές δηλαδή της τάξης του  $10^{-2}$ . Κάτι τέτοιο όμως δεν διαφέρει ουσιαστικά από την περίπτωση που οι φάσεις είναι μηδενικές και άρα διατηρείται η συμμετρία CP . Επιπλέον απαιτούνται λεπτές ρυθμίσεις (fine tuning) στις τιμές των φάσεων. Τέλος, όπως αναφέρθηκε, οι μικρές φάσεις δεν ευνοούνται από τις θεωρίες της Λεπτογένεσης και της Βαρυογένεσης.

β)το υπερσυμμετρικό φάσμα μαζών είναι αρκετά βαρύ, για παράδειγμα οι μάζες των  $s$ -fermions είναι αρκετά μεγάλες [101]. Τότε οι επιτρεπές τιμές στις φάσεις θα μπορούσαν να ήταν ακόμα και της τάξης της μονάδας. Σε αυτή την περίπτωση εντούτοις οι συνεισφορές στις  $H\Delta P$  σε προσέγγιση 2-βρόχων [102, 103] γίνονται σημαντικές. Το ίδιο συμβαίνει με και με τις υπερσυμμετρικές συνεισφορές του τύπου Barr-Zee αλλά και με κάποιες από τις συνεισφορές σε προσέγγιση 3-βρόχων οι οποίες προκύπτουν από την ενεργειακή εξέλιξη των εξισώσεων επανακανονικοποίησης σε τάξη 2-βρόχων με αποτέλεσμα να επάγονται αρκετά μεγάλες φάσεις στην μάζες των  $gauginos$  [109].

γ) υπάρχει η δυνατότητα αλληλοαναίρεσης μεταξύ διαφορετικών συνεισφορών στις  $H\Delta P$  των φερμιονίων οπότε προκύπτουν μικρές τιμές των  $H\Delta P$  του ηλεκτρονίου και του νετρονίου συμβατών με τα πειραματικά δεδομένα [95–98]. Η ταυτόχρονη ικανοποίηση και της  $H\Delta P$  του Υδραργύρου είναι μάλλον προβληματική μέσω των μηχανισμών αλληλοαναίρεσης [99, 100].

Γίνεται κατανοητό ότι τα πειραματικά δεδομένα για τις  $H\Delta P$  θέτουν αυστηρούς περιορισμούς στις παραμέτρους των θεωρητικών προτύπων. Στις αναφορές [95] - [110] παρουσιάζονται αναλύσεις σχετικά με τους περιορισμούς στις παραμέτρους της θεωρίας που θέτουν τα δεδομένα αυτά.

### 3.4 Η Λαγκρανζιανή του MSSM με πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP

Οι παράμετροι που υπεισέρχονται στην Λαγκρανζιανή (3.1) είναι γενικά μιγαδικές, περιέχουν δηλαδή μιγαδικές φάσεις. Είναι δυνατόν όμως με κατάλληλους μετασχηματισμούς  $U(1)$  και  $U(1)$ -R κάποιες από αυτές να απαλειφθούν. Αυτές που απομένουν, αποτελούν μία επιπλέον ομάδα παραμέτρων της θεωρίας που μπορεί να παίζει σημαντικό ρόλο σε θέματα φαινομενολογίας. Στην βιβλιογραφία έχει μελετηθεί η παραβίαση της συμμετρίας CP σε διάφορα υπερσυμμετρικά πρότυπα καθώς και οι συνέπειές της στον τομέα της φαινομενολογίας [63], [116].

Στην παρούσα διατριβή εξετάζουμε την διαμόρφωση του MSSM παρουσία μιγαδικών φάσεων, το οποίο συντομογράφουμε **CP MSSM** [131]. Υποθέτουμε επίσης ότι στις παραμέτρους αυτές δεν υπάρχει ανάμειξη μεταξύ των οικογενειών αυτών (Minimal Flavor Violation). Οι σταθερές σύζευξης Yukawa των δύο πρώτων γενεών δεν μεταβάλλουν σημαντικά τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης και γι' αυτό μπορούμε να τις αγνοήσουμε κατά την μελέτη μας. Εντούτοις πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν τις αντίστοιχες τριγραμμικές σταθερές σύζευξης διότι επηρεάζουν το μέγεθος των υπολογιζόμενων  $H\Delta P$ .

Οι συμμετρίες των θεωρητικών προτύπων που βασίζονται στο MSSM είναι οι καθολικές συμμετρίες  $U_Q(3) \times U_{U_C}(3) \times U_D(3)$  και  $U_L(3) \times U_{E_C}(3)$  οι οποίες δρουν στις πολλαπλότητες των κουάρκς και των λεπτονίων οπότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να απορροφηθούν κάποιες φάσεις. Στα πρότυπα αυτά οι σταθερές σύζευξης Yukawa είναι πραγματικοί αριθμοί. Τελικά, τα μετρήσιμα μεγέθη που απομένουν είναι οι έξι μάζες των κουάρκς (πραγματικές), οι τρεις γωνίες και η μία φάση του πίνακα CKM. Στην προσέγγιση λοιπόν όπου έχουμε αγνοήσει την ανάμειξη μεταξύ διαφορετικών οικογενειών μεταξύ λεπτονίων και κουάρκς οι σταθερές σύζευξης Yukawa είναι πραγματικές και διαγώνιες στον χώρο των οικογενειών.

Το καθαρά υπερσυμμετρικό κομμάτι της Λαγκρανζιανής  $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$  στην σχέση (3.1) έχει επιπλέον συμμετρίες. Πρόκειται για τις καθολικές συμμετρίες Peccei-Quinn (PQ)  $U(1)_{PQ}$  και τις συμμετρίες  $U(1)_R$  κάτω από τους μετασχηματισμούς -R, οι οποίες μετασχηματίζουν τις μποζονικές και φερμιονικές συνιστώσες των πολυπλετών με συγκεκριμένο τρόπο. Στους μετασχηματισμούς  $U(1)_{PQ}$  οι πολλαπλότητες των πεδίων Higgs έχουν φορτίο 1, οι πολλαπλότητες των κουάρκς και των λεπτονίων έχουν φορτίο  $-1/2$  ενώ οι διανυσματικές πολλαπλότητες είναι ουδέτερες. Τα φορτία των μετασχηματισμών -R είναι 1 για τα Higgses,  $1/2$  για τα squarks και τα sleptons και 0 για τα διανυσματικά μποζόνια. Αντίστοιχα τα Higgsinos, τα κουάρκς και λεπτόνια έχουν φορτίο μειώμενο κατά μια μονάδα ενώ τα gauginos έχουν φορτίο  $+1$ . Αντί των μετασχηματισμών  $U(1)_R$  μπορούμε να χρησιμοποιούμε τον μετασχηματισμό  $U(1)_{R-PQ}$  κάτω από τον οποίο το φορτίο των πεδίων Higgs είναι μηδενικό. Προκειμένου λοιπόν η Λαγκρανζιανή να παραμείνει αναλλοίωτη κατά τους μετασχηματισμούς  $U(1)_{PQ}$  και  $U(1)_{R-PQ}$ , οι παράμετροι  $\mu, m_3^2$ , οι σταθερές σύζευξης Yukawa και οι τριγραμμικές σταθερές και οι τετραγωνικές μάζες των squarks και sleptons θα έπρεπε να μετασχηματίζονται με τον τρόπο που υποδεικνύεται στον πίνακα 3.1. Συγκεκριμένα αν τα πεδία  $f$  μετασχηματίζονται κάτω από  $U(1)_{PQ}$  ή  $U(1)_R$  σύμφωνα με την σχέση  $f \rightarrow \exp(iQ_f\alpha)f$  τότε οι παράμετροι στην Λαγκρανζιανή μετασχηματίζονται παίρνοντας μια φάση  $\exp(-iQ\alpha)$  όπου το φορτίο  $Q$  φαίνεται στον πίνακα 3.1.

Όπως φαίνεται, οι μετασχηματισμοί  $U(1)_{PQ}$  επηρεάζουν μόνο τις παραμέτρους  $\mu, m_3^2$  ενώ οι μετασχηματισμοί  $U(1)_{R-PQ}$  επηρεάζουν την παράμετρο  $\mu$ , τις μάζες των gauginos και τις τριγραμμικές σταθερές. Οι σταθερές σύζευξης Yukawa και οι μάζες των s-fermions παραμένουν αμετάβλητες οπότε αν είναι πραγματικές σε κάποια βάση εξακολουθούν να είναι πραγματικές μετά από τους μετασχηματισμούς αυτούς. Κατ' αυτόν τον τρόπο σε κάποια συγκεκριμένη βάση μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τους μετασχηματισμούς  $U(1)_{PQ}$  και  $U(1)_{R-PQ}$  προκειμένου να απομακρύνει τις μιγαδικές φάσεις από κάποιες παραμέτρους που θα επιλέξει. Υπάρχουν ορισμένοι συνδυασμοί φάσεων που είναι

Παράμετροι	φορτία $U(1)_{PQ}$	φορτία $U(1)_{R-PQ}$
$\mu$	-2	2
$h_{t,b,\tau\dots}$	0	0
$M_a$	0	-2
$m_3^2$	-2	0
$A_{t,b,\tau\dots}$	0	-2
$m_{\tilde{q},\tilde{l}}^2$	0	0

Πίνακας 3.1: Οι παράμετροι του MSSM και τα φορτία τους κατά τους μετασχηματισμούς  $U(1)_{PQ}$  ή  $U(1)_{R-PQ}$

αναλλοίωτοι στους μετασχηματισμούς αυτούς ενώ όλα τα φυσικά μεγέθη εξαρτώνται από γραμμικούς συνδυασμούς των αναλλοίωτων αυτών ποσοτήτων. Στο CP MSSM υπάρχουν δώδεκα τέτοιοι ανεξάρτητοι και αναλλοίωτοι συνδυασμοί :

$$\arg(\mu M_a m_3^{2*}) \quad , \quad \arg(\mu A_i m_3^{2*}).$$

Επομένως στην βάση όπου η παράμετρος  $m_3^2$  είναι πραγματική το CP MSSM περιγράφεται από 12 αυθαίρετες φάσεις.

Στην παρούσα μελέτη επιλέγουμε ως βάση εκείνη στην οποία η παράμετρος  $m_3^2$  γίνεται πραγματική μέσω των μετασχηματισμών  $PQ$  . Στην βάση αυτή τα αναλλοίωτα μεγέθη στους μετασχηματισμούς  $U(1)_{R-PQ}$  είναι το  $\arg(\mu M_a)$  και το  $\arg(\mu A_i)$ . Επιπλέον με την βοήθεια του μετασχηματισμού  $U(1)_{R-PQ}$  είναι δυνατόν να απαλειφθεί μία από τις φάσεις των παραμέτρων  $\mu, M_a, A_i$ . Εφ' όσον γίνει αυτό δεν επιτρέπονται επιπλέον μετασχηματισμοί. Είναι θέμα επιλογής ποια φάση θα απορροφήσουμε. Στα πλαίσια της mSUGRA με καθολικές συνοριακές συνθήκες συνηθίζεται να απαλείφεται η φάση της κοινής μάζας των gauginos στην κλίμακα ενοποίησης οπότε απομένουν δύο φάσεις, αυτή της παραμέτρου  $\mu$  και της κοινής τριγραμμικής σταθεράς στην κλίμακα ενοποίησης  $A_0$ . Εφόσον στην mSUGRA εργαζόμαστε στην βάση όπου οι παράμετροι  $\mu, A_0$  είναι μιγαδικές είναι προτιμότερο όταν αναχωρούμε από τις καθολικές συνοριακές συνθήκες στο CP MSSM να επιλέξουμε μια βάση όπου η φάση της παραμέτρου  $\mu$  εξακολουθεί και υφίσταται. Είναι επίσης καλύτερο να μην απαλείψουμε καμιά από τις φάσεις των παραμέτρων μάζας  $M_1, M_3$  διότι κατά τον μηχανισμό εξουδετέρωσης μεταξύ των συνεισφορών στις ΗΔΡ μετασχηματίζουμε τις φάσεις αυτές ώστε να επιτύχουμε πολύ μικρές, ή και μηδενικές, τιμές των ΗΔΡ ηλεκτρονίου και του νετρονίου.

Βέβαια πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας ότι τα φανταστικά μέρη των μιγαδικών παραμέτρων, και άρα οι αντίστοιχες φάσεις, εξελίσσονται με την ενέργεια. Υπάρχει δηλαδή το εν-

δεχόμενο κάποια φάση η οποία έχει απαλειφθεί σε μια δεδομένη ενεργειακή κλίμακα, να πάρει μη μηδενική τιμή σε κάποια άλλη ενέργεια λόγω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης. Εξαιρέση αποτελούν οι σταθερές Yukawa και η παράμετρος  $\mu$  όπως θα συζητηθεί στην παράγραφο 3.4.1. Επομένως είναι αναμενόμενο να προκύψουν περισσότερες φάσεις μέσω των εξισώσεων αυτών ακόμα και αν μηδενίζονται σε κάποια ενέργεια. Για παράδειγμα στην mSUGRA αν μηδενίσουμε την φάση της ενιαίας μάζας των gauginos στην κλίμακα ενοποίησης τότε παράγονται σε χαμηλότερη κλίμακα τρεις φάσεις για τις μάζες των gauginos  $M_{1,2,3}$  λόγω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων,

Εκτός από τις φάσεις των παραμέτρων που περιγράψαμε παραπάνω δημιουργείται λόγω των διορθώσεων 1-βρόχου στο ενεργό δυναμικό μια διαφορά φάσης μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών των πεδίων Higgs στο κενό. Αυτή η μετατόπιση φάσης εξακολουθεί να υπάρχει ανεξαρτήτως από το αν έχει επιλεγεί η παράμετρος  $m_3^2$  να είναι πραγματική. Ακόμα κι αν μετασχηματίσουμε τα πεδία Higgs ώστε να την απορροφήσουμε, η φάση αυτή θα μετακινηθεί στις άλλες παραμέτρους. Στην προσέγγισή μας όπου θεωρούμε την παράμετρο  $m_3^2$  πραγματική στην κλίμακα  $Q_{min}$  ελαχιστοποίησης του δυναμικού μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την συμμετρία  $U_Y(1)$  της Λαγκρανζιανής για να επαναπροσδιορίσουμε τα πεδία έτσι ώστε η μέση αναμενόμενη τιμή  $\langle H_1 \rangle$  να είναι πραγματική  $\langle H_1 \rangle = v_1$ . Τότε η μέση ανάμενόμενη τιμή  $\langle H_2 \rangle$  θα είναι μιγαδική  $\langle H_2 \rangle = \exp(i\theta) v_2$ . Γενικά σε αυθαίρετη βάση και οι δύο ποσότητες είναι μιγαδικές  $\langle H_i \rangle = \exp(i\chi_i) v_i$ . Το παρατηρούμενο φυσικό μέγεθος είναι  $\chi_1 + \chi_2 = \theta$ . Εάν απομακρύνουμε τις φάσεις από τα πεδία Higgs τότε η φάση  $\exp(i\theta)$  μεταφέρεται στην παράμετρο  $m_3^2$  οπότε στην βάση αυτή οι αναλλοίωτες ποσότητες στην ενέργεια  $Q_{min}$  είναι οι  $arg(\mu M_a \exp(i\theta)) = \phi_\mu + \xi_a + \theta$  και  $arg(\mu A_i \exp(i\theta)) = \phi_\mu + \phi_i + \theta$ . Αυτές ακριβώς είναι οι φάσεις που επιδρούν στις ΗΔΡ των λεπτονίων και κουάρκς και στις χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές των κουάρκς [97].

Στην παρούσα διατριβή βρίσκουμε πιο εύκολο η ανάλυση να γίνει στην βάση που και οι δεκατρείς φάσεις των  $\mu, M_a, A_i$  είναι μη μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  με την παράμετρο  $m_3^2$  να είναι πραγματική στην κλίμακα  $Q_{min}$  ελαχιστοποίησης του δυναμικού. Έχουμε δε επαναπροσδιορίσει τα πεδία των Higgses με σκοπό η μέση αναμενόμενη τιμή  $\langle H_1 \rangle$  να είναι πραγματική. Η φάση της παραμέτρου  $m_3^2$  σε άλλες κλίμακες και η μετατόπιση φάσης  $\theta$  που περιγράψαμε προηγουμένως είναι προσδιοριστές ποσότητες. Στην διαδικασία αυτή, αφού δεν έχουμε απαλείψει την μία από τις δεκατρείς φάσεις, είναι δυνατόν διαφορετικές επιλογές των τιμών των φάσεων στην ενέργεια  $M_{GUT}$  να αντιστοιχούν στην ίδια φυσική κατάσταση. Γι' αυτό για δεδομένες τιμές εισόδου στην



ενέργεια  $M_{GUT}$  οι οποίες διαφέρουν μόνο ως προς τις φάσεις συγκρίνουμε τις ποσότητες  $arg(\mu M_a m_3^{2*})$  και  $arg(\mu A_i m_3^{2*})$  στην ενέργεια  $Q_{min}$ . Αν είναι ίσες τότε αντιστοιχούν στην ίδια φυσική κατάσταση και δεν πρέπει να καταμετρηθούν δύο φορές.

### 3.4.1 Οι εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης με μιγαδικές φάσεις

Τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με την υπερσυμμετρία και τα οποία ανιχνεύονται στο εργαστήριο εξαρτώνται από παραμέτρους οι οποίες αναφέρονται στην Ηλεκτρασθενή ενεργειακή κλίμακα. Έχοντας λοιπόν δεδομένες τις τιμές τους στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  είναι δυνατόν να υπολογίσουμε τις τιμές τους στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα αφού επιλύσουμε το σύστημα διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης. Στα πλαίσια του CP MSSM οι εξισώσεις αυτές είναι εβδομήντα οκτώ περιλαμβάνοντας την εξέλιξη και των έξι τριγραμμικών σταθερών σύζευξης της 1ης και 2ης γενιάς. Η εξέλιξη των συζεύξεων βαθμίδας με την ενέργεια δεν διαφέρει από την περίπτωση που η συμμετρία CP διατηρείται διότι οι αντίστοιχες εξισώσεις δεν περιέχουν μιγαδικές ποσότητες. Η κλίμακα ενοποίησης ορίζεται ως το σημείο εκείνο όπου εξισώνονται οι συζεύξεις βαθμίδας  $a_1, a_2$  των ομάδων συμμετρίας U(1) και SU(2). Στον αριθμητικό κώδικα που χρησιμοποιούμε η ενοποίηση και της ισχυρής σταθεράς σύζευξης  $a_3$  της ομάδας SU(3) είναι προαιρετική. Οι διαφορικές εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση μέχρι και 2-βρόχων μπορούν να αναζητηθούν στις αναφορές [117] και [118].

Οι εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης για την εξέλιξη των σταθερών σύζευξης Yukawa έχουν την μορφή  $\frac{dh}{d \ln Q} = h S$ , όπου  $S$  πραγματικό και άρα δεν αναπτύσσεται φανταστικό μέρος στις συγκεκριμένες παραμέτρους. Για τον λόγο αυτό μπορούμε να τις θεωρήσουμε πραγματικές εξ αρχής. Στην προσέγγισή μας λαμβάνουμε υπ όψη τις σταθερές Yukawa της τρίτης γενιάς. Αγνοούμε αυτές των δύο πρώτων γενιών στις εξισώσεις επανακανονικοποίησης διότι δεν επηρεάζουν σημαντικά την εξέλιξη των άλλων παραμέτρων.

Στην παρούσα μελέτη θεωρούμε ότι οι τιμές των μέτρων και των φάσεων των τριγραμμικών συζεύξεων και των "ήπιων" μαζών είναι δεδομένες στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  (*top-down approach*). Το κίνητρο για μια τέτοια προσέγγιση είναι το γεγονός ότι οι αυτές οι παράμετροι δεν είναι γνωστές σε χαμηλές ενεργειακές κλίμακες αλλά καθορίζονται από μια θεμελιώδη θεωρία που περιγράφει την φυσική σε πολύ υψηλές ενέργειες, κοντά στην κλίμακα  $M_{GUT}$  ή την κλίμακα του Planck  $M_{Pl}$ . Στον αριθμητικό μας κώδικα υπάρχει η επιλογή να πάρουμε ως δεδομένες τις τιμές των μέτρων των παραμέτρων αυτών στην κλί-

μακα  $M_{GUT}$  αλλά τις τιμές των αντίστοιχων φάσεων σε χαμηλή ενεργειακή κλίμακα. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε την δυνατότητα να διερευνήσουμε τους περιορισμούς των τιμών των φάσεων σε χαμηλές ενέργειες από τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου. Σε μια τέτοια περίπτωση οι τιμές των φάσεων αυτών στην κλίμακα  $M_{GUT}$  προκύπτουν από την επίλυση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης.

Τα φανταστικά μέρη των " ήπιων παραμέτρων " μάζας εξελίσσονται μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης αλλά δεν επηρεάζουν τις φυσικές ποσότητες γι' αυτό και θεωρούμε τις παραμέτρους αυτές πραγματικές στην κλίμακα ενοποίησης. Πράγματι το τμήμα της Λαγκρανζιανής που αφορά τις παραμέτρους αυτές έχει την μορφή,

$$\mathcal{L}_{soft} = -\frac{1}{2} m_{ij}^2 s_i^* s_j + (h.c.), \quad (3.5)$$

όπου εννοούμε άθροιση στα πεδία των squarks, sleptons και Higgs τα οποία εδώ συμβολίζονται με  $s_i$ . Με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει ανάμειξη γεύσεων μεταξύ κουάρκς και λεπτονίων, οι πίνακες  $m_{ij}^2$  είναι διαγώνιοι οπότε τα φανταστικά μέρη των διαγώνιων στοιχείων  $m_{ii}^2$  δεν συμμετέχουν στην έκφραση 3.5 άρα ούτε στις φυσικές ποσότητες. Επομένως αυτά μπορούν να τεθούν εξαρχής ίσα με το μηδέν χωρίς να αλλάζουν το αποτέλεσμα. Το πρόσημο του πραγματικού μέρους  $Re(m_{ii}^2)$  μπορεί να είναι αρνητικό ή θετικό. Στις περισσότερες περιπτώσεις όμως το αρνητικό πρόσημο οδηγεί είτε σε δυναμικά που παραβιάζουν τον λεπτονικό αριθμό ή το κβαντικό αριθμό χρώματος είτε ακόμη και σε δυναμικά που είναι ασταθή και δεν ενδιαφέρουν την παρούσα μελέτη.

Η παράμετρος ανάμειξης  $\mu$  διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην περαιτέρω αριθμητική ανάλυση διότι επηρεάζει τις ιδιοτιμές μάζας των sfermions (μέσω της ανάμειξης αριστερόστροφων και δεξιόστροφων sfermions στον αντίστοιχο πίνακα μάζας) καθώς και των charginos και των neutralinos. Η ύπαρξη μιγαδικής φάσης στην παράμετρο αυτή έχει συνέπειες στον υπολογισμό κβαντικών διορθώσεων τις σταθερές Yukawa των κουάρκς top και bottom και είναι γνωστό ότι η αριθμητική διαδικασία είναι ευαίσθητη στις παραμέτρους αυτές. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της φάσης αυτής σε σχέση με τις ηλεκτρικές διπολικές ροπές του υδραργύρου, του νετρονίου και του ηλεκτρονίου. Οι πειραματικές τιμές των συγκεκριμένων μεγεθών περιορίζουν κατά πολύ την τιμή της φάσης  $\phi_\mu$ . Στον αντίποδα, θεωρητικές μελέτες σχετικά με την Βαρυογένεση και την Λεπτογένεση [55] ευνοούν μεγαλύτερες τιμές της. Η διαφορική εξίσωση επανακανονικοποίησης στην οποία υπακούει η παράμετρος ανάμειξης  $\mu$  έχει την μορφή :

$$\frac{d\mu}{d\ln Q} = \frac{\mu}{4\pi} \left( -3\alpha_2 - \frac{3}{5}\alpha_1 + 3h_t^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 + (\text{συνεισφορά 2-βρόχων}) \right) \quad (3.6)$$

Από την εξίσωση αυτή και με δεδομένο ότι η συνεισφορά σε προσέγγιση 2-βρόχων είναι πραγματικός αριθμός είναι κατανοητό ότι η φάση  $\phi_\mu$  δεν μεταβάλλεται με την ενέργεια. Σε κάθε ενεργειακή κλίμακα η τιμή της ισούται με την τιμή που έχει στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$ .

Οι " ήπιες " παράμετροι μάζας των gauginos ικανοποιούν τις εξισώσεις

$$\frac{dM_i}{d\ln Q} = \beta_i M_i + (\text{συνεισφορά 2-βρόχων}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.7)$$

όπου οι ποσότητες  $\beta_i$  είναι οι συναρτήσεις βήτα των συζευξέων βαθμίδας  $a_i$  σε τάξη 1-βρόχου. Συμπεραίνουμε ότι σε προσέγγιση 1 - βρόχου οι φάσεις των παραμέτρων αυτών επίσης δεν μεταβάλλονται με την ενέργεια και μάλιστα είναι ανεξάρτητες από τις υπόλοιπες φάσεις. Εντούτοις σε προσέγγιση 2-βρόχων η κατάσταση αλλάζει ριζικά με αποτέλεσμα οι φάσεις των gauginos να μεταβάλλονται έστω και σε μικρό βαθμό κατά την εξέλιξη από την κλίμακα ενοποίησης σε χαμηλότερες ενέργειες όταν οι φάσεις της παραμέτρου ανάμειξης και των τριγραμμικών παραμέτρων είναι μη μηδενικές. Το φαινόμενο αυτό που υπεισέρχεται στην προσέγγιση των 2-κβαντικών βρόχων έχει σημαντική επίπτωση στις υπολογιζόμενες διπολικές ροπές.

Οι τριγραμμικές σταθερές των δύο πρώτων γενεών είναι επίσης σημαντικές για τον υπολογισμό των ηλεκτρικών διπολικών ροπών διότι επηρεάζονται από τις " ήπιες " παραμέτρους μάζας των gauginos και τις τριγραμμικές συζευξεις της τρίτης γενιάς. Για παράδειγμα η εξέλιξη για την τριγραμμική σταθερά του ηλεκτρονίου  $A_e$  είναι :

$$\frac{dA_e}{d\ln Q} = \frac{1}{4\pi} \left( -6\alpha_2 M_2 - \frac{18}{5} \alpha_1 M_1 + 6h_b^2 A_b + 2h_\tau^2 A_\tau + (\text{συνεισφορά 2-βρόχων}) \right) \quad (3.8)$$

Όπως βλέπουμε υπάρχει εξάρτηση από τα μεγέθη  $M_2$ ,  $A_b$ ,  $A_\tau$  τα οποία είναι εν γένει μιγαδικά. Κατ' αυτόν τον τρόπο ακόμα κι αν οι τριγραμμικές αυτές παράμετροι είναι μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης, γίνονται μη μηδενικές αναπτύσσοντας μη μηδενικές φάσεις κατά την εξέλιξή τους από την κλίμακα ενοποίησης προς την Ηλεκτρασθενή, επηρεάζοντας τις τιμές των ηλεκτρικών διπολικών ροπών των ελαφρών φερμιονίων.

Για να καταλάβουμε την σημασία της επανακανονικοποίησης των φάσεων ως θεωρήσουμε την ακραία περίπτωση κατά την οποία η μόνη μιγαδική ποσότητα είναι η ήπια μάζα  $M_3$  του gluino. Σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.6)-(3.8) σε προσέγγιση 1-βρόχου δεν αναπτύσσονται φάσεις στις παραμέτρους  $\mu$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  και  $A_e$  οπότε η υπολογιζόμενη ηλεκτρική διπολική ροπή του ηλεκτρονίου είναι μηδενική. Στην αμέσως επόμενη τάξη προσέγγισης οι φάσεις των  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $A_e$  γίνονται μη μηδενικές με αποτέλεσμα το ηλεκτρόνιο να έχει μη μηδενική διπολική ροπή. Είναι αξιοσημείωτο ότι η φάση της μάζας  $M_3$  που είναι ισχυρής

φύσεως έχει σημαντική επίδραση στην ΗΔΡ του ηλεκτρονίου σε προσέγγιση 2-κβαντικών βρόχων. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι είναι απαραίτητο κατά την φαινομενολογική μελέτη μεγεθών που εξαρτώνται άμεσα από την ύπαρξη μιγαδικών φάσεων να λαμβάνουμε υπ' όψη την εξέλιξη των φάσεων αυτών με την ενέργεια.

### 3.4.2 Ελαχιστοποίηση του δυναμικού σε προσέγγιση 1 -βρόχου

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα απαιτείται η ελαχιστοποίηση του ενεργού δυναμικού. Σε προσέγγιση δένδρου το δυναμικό  $V_0$  των ουδέτερων συνιστωσών των πεδίων Higgs είναι,

$$V_0 = m_1^2 |H_1^0|^2 + m_2^2 |H_2^0|^2 + (m_3^2 H_1^0 H_2^0 + (h.c.)) + \frac{\hat{g}^2}{8} (|H_1^0|^2 - |H_2^0|^2)^2, \quad (3.9)$$

όπου  $\hat{g}^2 = g^2 + g'^2$  και  $m_{1,2}^2 = m_{H_{1,2}}^2 + |\mu|^2$ . Οι ουδέτερες συνιστώσες των πεδίων Higgs μπορούν να γραφούν ως,

$$H_1 = v_1 + \frac{R_1 + iI_1}{\sqrt{2}}, \quad H_2 = e^{i\theta} \left( v_2 + \frac{R_2 + iI_2}{\sqrt{2}} \right). \quad (3.10)$$

Εισάγοντας την γωνία  $\beta$ , οι μέσες αναμενόμενες τιμές τους στο κενό είναι  $\langle H_1 \rangle \equiv v_1 = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}}$  και  $\langle H_2 \rangle \equiv v_2 = \frac{v \sin \beta}{\sqrt{2}} e^{i\theta}$  όπου η φάση  $\theta$  καθορίζεται από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού. Αυτές εκφράζονται ως  $\frac{\partial V_0}{\partial H_{1,2}^{0*}} = 0$  και στην περίπτωση που επιλέγουμε τις συγκεκριμένες κατευθύνσεις  $\langle H_{1,2} \rangle$  παίρνουν την απλή μορφή :

$$m_1^2 \cos \beta + m_3^2 \sin \beta e^{-i\theta} + \frac{M_Z^2}{2} \cos(2\beta) \cos \beta = 0 \quad (3.11)$$

$$m_2^2 \sin \beta + m_3^2 \cos \beta e^{-i\theta} - \frac{M_Z^2}{2} \cos(2\beta) \sin \beta = 0 \quad (3.12)$$

Από αυτές προκύπτει άμεσα ότι  $\sin \theta = 0$  καθώς και οι ακόλουθες σχέσεις, οι οποίες ισχύουν και στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP ,

$$\sin(2\beta) = -\frac{2 m_3^2}{m_1^2 + m_2^2} \quad (3.13)$$

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{m_1^2 - \tan \beta^2 m_2^2}{\tan \beta^2 - 1} \quad (3.14)$$

Συνεπώς σε επίπεδο δένδρου αν και έχουν ληφθεί υπ' όψη οι φάσεις στις παραμέτρους του MSSM οι συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού δεν επηρεάζονται σε σχέση με

την περίπτωση που η συμμετρία CP διατηρείται. Αυτό που αλλάζει σαφώς είναι οι πίνακες μάζας των σωματιδίων που περιλαμβάνει το MSSM και βέβαια οι σταθερές σύζευξης που υπεισέρχονται στις Λαγκρανζιανές που περιγράφουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων αυτών.

Τα πράγματα τροποποιούνται αν λάβει κανείς υπ' όψιν τις κβαντικές διορθώσεις σε επίπεδο ενός βρόχου όπως προκύπτουν από το ενεργό δυναμικό [119]. Συνολικά το δυναμικό θα είναι

$$V_{1-loop} = V_0 + \Delta V \quad (3.15)$$

όπου

$$\Delta V = 1/64\pi^2 \sum_J (-1)^{2s_J} (2s_J + 1) m_J^4 [\ln(m_J^2/Q^2) - 3/2] . \quad (3.16)$$

Με  $m_J$  συμβολίζουμε τις πεδιακά εξαρτώμενες μάζες και με  $s_J$  το σπιν του  $J$ -σωματιδίου. Η ύπαρξη κβαντικών διορθώσεων έχει ως αποτέλεσμα να επάγεται μια διαφορά φάσης μεταξύ των διπλετών Higgs που δεν μπορεί να απαλειφθεί όπως στην προηγούμενη περίπτωση.

Οι συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού στο κενό δίνουν σε αυτή την περίπτωση

$$\frac{\hat{M}_Z^2}{2} = \frac{\bar{m}_1^2 - \bar{m}_2^2 \tan \beta^2 \cos^2 \theta}{(\tan \beta^2 - 1)(c_\beta^2 + s_\beta^2 \cos^2 \theta)} \quad (3.17)$$

$$\sin 2\beta = - \left( \frac{c_\beta^2 + s_\beta^2 \cos^2 \theta}{\cos \theta} \right) \frac{2 m_3^2}{\bar{m}_1^2 + \bar{m}_2^2} \quad (3.18)$$

$$m_3^2 \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial I_1} . \quad (3.19)$$

Στην παραπάνω έκφραση  $c_\beta \equiv \cos \beta$ ,  $s_\beta \equiv \sin \beta$  και

$$\bar{m}_i^2 \equiv m_i^2 + \Sigma_i, \quad \Sigma_i = \frac{\partial \Delta V}{\partial (Re H_i^0)^2} .$$

Η ποσότητα  $M_Z$  είναι η τρέχουσα μάζα του μποζονίου  $Z$  όπως έχουμε προαναφέρει. Για τον υπολογισμό των διορθώσεων  $\Sigma_i$  στο ενεργό δυναμικό 1-βρόχου και ιδιαίτερα σε ότι αφορά την συνεισφορά των σωματιδίων Higgs, ακολουθούμε την σωστή διαδικασία [120] η οποία διορθώνει προϋπάρχοντες υπολογισμούς [46]. Συγκεκριμένα, πρώτα εκτελούνται οι παραγωγίσεις του δυναμικού και μετά υπολογίζονται οι τιμές τους στο κενό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να τροποποιούνται οι συνεισφορές από τα σωματίδια Higgs στις ποσότητες  $\Sigma_i$  και να επηρεάζεται η τιμή της παραμέτρου ανάμειξης των Higgs  $\mu$  (3.2) σε προσέγγιση 1-βρόχου. Επομένως επάγονται διαφορές και στο φάσμα των υπερσυμμετρικών σωματιδίων το οποίο εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου  $\mu$ . Παρατηρούμε ότι οι εξισώσεις

(3.17), (3.18) για  $\theta = 0$ , παίρνουν την γνωστή μορφή με τις αντίστοιχες που ισχύουν όταν η συμμετρία CP διατηρείται. Στην παραπάνω ανάλυση έχουμε θεωρήσει την παράμετρο  $m_3^2$  πραγματική, στην ενεργειακή κλίμακα ελαχιστοποίησης  $Q_{min}$  του δυναμικού με βάση την επιχειρηματολογία που αναπτύξαμε στην προηγούμενη παράγραφο 3.4. Στην αριθμητική μας προσέγγιση η παράμετρος  $m_3^2(Q_{min})$  υπολογίζεται από την σχέση (3.18) για δεδομένη τιμή της  $\tan\beta$ . Η σχετική φάση  $\theta$  μεταξύ των διπλετών Higgs υπολογίζεται από την (3.19) όπου στην διόρθωση από το ενεργό δυναμικό ενός βρόχου  $\Delta V$  λαμβάνουμε τις συνεισφορές από όλα τα σωματίδια του MSSM. Η συγκεκριμένη φάση είναι μη μηδενική μόνο στην περίπτωση που παραβιάζεται η συμμετρία CP αφού στην αντίθετη περίπτωση  $\frac{\partial\Delta V}{\partial I_1} = 0$ .

Η ύπαρξη αυτής της σχετικής φάσης έχει ως αποτέλεσμα οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των σωματιδίων Higgs να μην έχουν συγκεκριμένο κβαντικό αριθμό CP - όπως γίνεται στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP - αλλά να προκύπτουν ως ανάμειξη άρτιων και περιπλών ως προς την συμμετρία CP ιδιοκαταστάσεων.

## 3.5 Επίλυση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης - Ο ρόλος των μαζών

Σε αυτή την παράγραφο θα περιγράψουμε τον τρόπο της αριθμητικής επίλυσης για την εύρεση των τιμών των παραμέτρων στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα με δεδομένες τις τιμές των παραμέτρων παραβίασης της Υπερσυμμετρίας στην κλίμακα ενοποίησης και τις πειραματικές τιμές των σταθερών ζεύξης και των μαζών του μποζονίου  $Z$  και των φερμιονίων. Οι κβαντικές διορθώσεις του top, του bottom και του gluino είναι σημαντικές για την αριθμητική ανάλυση όπως επίσης σημαντικές είναι οι διορθώσεις στις μάζες των Higgses που διαφέρουν από την περίπτωση της διατήρησης της συμμετρίας CP.

### 3.5.1 Κβαντικές διορθώσεις στις μάζες των top, bottom και gluino

Οι υπερσυμμετρικές κβαντικές διορθώσεις στις μάζες των κουάρκς της τρίτης γενιάς καθορίζουν τον υπολογισμό των αντίστοιχων σταθερών Yukawa και είναι πολύ σημαντικές για την αριθμητική ανάλυση που ακολουθεί. Αυτές επηρεάζονται από τις πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP. Μάλιστα οι διορθώσεις στην μάζα του κουάρκ  $b$  διευρύνονται για μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\tan\beta$ . Επάγονται μεγάλες διορθώσεις στην σταθερά

Yukawa  $h_b$  η οποία δίνεται από την σχέση [121–123]:

$$|\hat{h}_b| = \frac{\hat{m}_b^{SM}(M_Z)}{v_1} (1 + \Delta_{SU_{SY}}^b)^{-1} . \quad (3.20)$$

Οι ποσότητες  $\hat{h}_b$ ,  $\hat{m}_b^{SM}(M_Z)$  υπολογίζονται στο σχήμα επανακανονικοποίησης  $\overline{DR}$ . Στις υπερσυμμετρικές διορθώσεις  $\Delta_{SU_{SY}}^b$  ακολουθείται ο κανόνας διορθωτικής άθροισης (*resummation*) σύμφωνα με την αναφορά [122]. Η τρέχουσα μάζα του κουάρκ  $b$  στην Ηλεκτρασθενή ενεργειακή κλίμακα  $M_Z$  υπολογίζεται από την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων επανακανονικοποίησης της ομάδας συμμετρίας  $SU_c(3) \times U_{em}(1)$ , για τις μάζες και τις σταθερές σύζευξης στο σχήμα  $\overline{MS}$ , ξεκινώντας από την ενεργειακή κλίμακα της μάζας του  $b$ ,  $\hat{m}_b^{SM}(m_b) = 4.25 \pm 0.15 \text{ GeV}$  [124], η οποία προκύπτει από υπολογισμούς πλέγματος της ΚΧΔ, καταλήγοντας στην κλίμακα  $M_Z$ . Αφού γίνει η μετατροπή από το σχήμα  $\overline{MS}$  στο  $\overline{DR}$  [125], [126] από την εξίσωση (3.20) εξάγεται η τιμή της σταθεράς Yukawa του  $b$  η οποία απαιτείται για την ενεργειακή εξέλιξη των εξισώσεων επανακανονικοποίησης από την Ηλεκτρασθενή στην κλίμακα ενοποίησης. Στην προσέγγισή μας χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής σε 2-βρόχους και της Κβαντικής Χρωμοδυναμικής σε 3-βρόχους για την ηλεκτρομαγνητική σταθερά σύζευξης και για την σταθερά σύζευξης των ισχυρών και 2 βρόχων για την εξέλιξη των μαζών των  $b$  και  $\tau$ . Στην βιβλιογραφία [127] υπάρχουν οι διορθώσεις μέχρι και τάξης  $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$  στην σταθερά ισχυρών αλληλεπιδράσεων αλλά δεν αλλάζουν ουσιαστικά τα αποτελέσματα.

Στις υπερσυμμετρικές διορθώσεις  $\Delta_{SU_{SY}}^b$  κυριαρχούν οι ανταλλαγές sbottom - gluino της ΚΧΔ και οι ηλεκτρασθενείς διορθώσεις stop - chargino:

$$\begin{aligned} \Delta_{SU_{SY}}^b &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} M_{\tilde{g}} G(\tilde{b}_1^2, \tilde{b}_2^2, M_{\tilde{g}}^2) [ \cos \xi_3 ( |\mu| \tan \beta \cos(\phi_\mu + \theta) + |A_b| \cos \phi_b ) \\ &- \sin \xi_3 ( |\mu| \tan \beta \sin(\phi_\mu + \theta) - |A_b| \sin \phi_b ) ] \\ &- \frac{h_t^2}{16\pi^2} |\mu| [ |\mu| + |A_t| \tan \beta \cos(\phi_\mu + \phi_t + \theta) ] G(\tilde{t}_1^2, \tilde{t}_2^2, |\mu|^2) . \end{aligned} \quad (3.21)$$

Στην ανωτέρω έκφραση με  $|A_{b,t}|$ ,  $|\mu|$  συμβολίζονται τα μέτρα των παραμέτρων  $A_{b,t}$ ,  $\mu$  και με  $\phi_{b,t}$ ,  $\phi_\mu$  οι φάσεις τους. Η σχετική μετατόπιση φάσης μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών των πεδίων Higgs στο κενό είναι  $\theta$  και επηρεάζει την ποσότητα  $\Delta_{SU_{SY}}^b$ . Στην έκφραση αυτή έχουμε αγνοήσει την ηλεκτρασθενή ανάμειξη των αριστερόστροφων και δεξιόστροφων καταστάσεων των sbottoms και των stops και η μάζα του chargino, για τον ίδιο λόγο, έχει ληφθεί πρακτικά ίση με  $\mu$ . Η συνάρτηση  $G(x, y, z)$  είναι η συνάρτηση  $I(x, y, z)$  που ορίζεται στην εξ.(7) της αναφοράς [122]). Ανάλογη σχέση υπάρχει και για τις κβαντικές διορθώσεις στο λεπτόνιο ταυ αλλά αυτές είναι μικρές και μπορούν να αγνοηθούν διότι

απουσιάζουν οι συνεισφορές από την ΚΧΔ σε προσέγγιση 1-βρόχου. Η έκφραση (3.21) μπορεί να απλοποιηθεί αν αγνοηθούν τα μέτρα των τριγωναμικών συζεύξεων στην περίπτωση που παίρνουν μικρές τιμές καθώς και η γωνία  $\theta$  της οποίας η τιμή είναι ούτως ή άλλως μικρή :

$$\begin{aligned} \Delta_{SUSY}^b &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} M_{\tilde{g}} |\mu| \tan\beta \cos(\xi_3 + \phi_\mu) G(\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, M_{\tilde{g}}) \\ &\quad - \frac{h_t^2}{16\pi^2} |\mu|^2 G(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, |\mu|). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Από την σχέση (3.22) βλέπει κανείς ότι οι φάσεις  $\xi_3, \phi_\mu$  παίζουν σημαντικό ρόλο στο μέγεθος και το πρόσημο του  $\Delta_{SUSY}^b$ . Μάλιστα σε περίπτωση που το  $\Delta_{SUSY}^b$  είναι μεγάλο και αρνητικό, λόγω της εξίσωσης (3.20) η σταθερά Yukawa  $\hat{h}_b$  μπορεί να είναι μεγάλη και να αναπτυχθεί πόλος Landau.

Η σταθερά Yukawa του κουάρκ  $t$  παίρνει μεγάλες τιμές και προσδιορίζεται από την πειραματική τιμή της φυσικής μάζας (pole mass) του top. Συγκεκριμένα η σχέση μεταξύ τρέχουσας μάζας και φυσικής μάζας του top δίνεται από την ακόλουθη έκφραση όπου λαμβάνονται υπ' όψη οι κυρίαρχες διορθώσεις της ΚΧΔ αλλά και οι συνεισφορές των stop και gluino σε προσέγγιση 1-βρόχου :

$$M_t^{pole} = m_t(M_t^{pole}) \frac{(1 + \Delta_{SUSY}^t)}{(1 - \Delta_{QCD})}. \quad (3.23)$$

Η φυσική μάζα του top έχει την ίδια τιμή σε οποιοδήποτε σχήμα κανονικοποίησης,  $\overline{MS}$  ή  $\overline{DR}$ . Στην περίπτωσή μας προτιμούμε το  $\overline{MS}$  διότι εκεί απλουστεύονται οι εκφράσεις συνεισφοράς  $\Delta_{QCD}$  της ΚΧΔ σε 2-βρόχους και έχουν την ακόλουθη μορφή. Στην έκφραση (3.23) έχει εφαρμοστεί η διορθωτική άθροιση των συνεισφορών της ΚΧΔ:

$$\Delta_{QCD} = \frac{4}{3\pi} \alpha_s + 1.11 \alpha_s^2 \quad (3.24)$$

Στην σχέση (3.24) η ισχυρή σταθερά σύζευξης  $\alpha_s$  αναφέρεται στην ενεργειακή κλίμακα  $M_t^{pole}$ . Η εξέλιξή της από χαμηλότερες ενέργειες μέχρι εκεί υπαγορεύεται από τις εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης που αναφέρονται σε κάθε γεύση του κουάρκ, εκτός του top. Η τιμή της στο σχήμα επανακανονικοποίησης  $\overline{MS}$  διαφέρει από την αντίστοιχη τιμή στο  $\overline{DR}$  η οποία συμβολίζεται συνήθως ως  $\alpha_3$ . Οι δυο τιμές αυτές συσχετίζονται όπως αναφέρεται παρακάτω.

Οι διορθώσεις από την συνεισφορά των gluinos και των stops στο σχήμα  $\overline{MS}$  στην



έκφραση 3.23 είναι :

$$\Delta_{SUSY}^t = -\frac{\alpha_s}{3\pi} [ B_1(0, M_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_1}) + B_1(0, M_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_2}) + \frac{M_{\tilde{g}}}{m_t(M_t^{pole})} \sin(2\theta_t) \cos \xi ( B_0(0, M_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_1}) - B_0(0, M_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_2}) ) ] \quad (3.25)$$

Με  $\theta_t$  συμβολίζεται η γωνία με την οποία διαγωνιοποιείται ο πίνακας μάζας των stops και με  $m_{\tilde{t}_{1,2}}$  οι ιδιοτιμές μάζας τους. Υπενθυμίζουμε ότι ο πίνακας  $K$  που διαγωνιοποιεί αυτό τον πίνακα μάζας ορίζεται ως  $KM^2K^\dagger = \text{diag} (m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$ . Τα στοιχεία του είναι  $K_{11} = K_{22} = \cos \theta_t$ ,  $K_{12} = -K_{21}^* = e^{i\phi} \sin \theta_t$ . Η γωνία  $\xi$  που εμφανίζεται στην εξίσωση (3.25) ισούται με  $\xi = \xi_3 + \phi + \theta$ .

Η εξίσωση (3.25) γενικεύει τα αποτελέσματα της αναφοράς [126] στην περίπτωση που οι υπερσυμμετρικές παράμετροι είναι μιγαδικές. Οι συναρτήσεις  $B_{0,1}$  ορίζονται ακριβώς όπως στην [126]. Η διαφορά αρνητικού προσήμου στην (3.25) όταν μεταβαίνουμε στο όριο που διατηρείται η συμμετρία CP, δηλαδή όταν  $\xi = 0$ , οφείλεται σε διαφορετικές συμβάσεις συμβολισμού από την αναφορά [126]. Η ποσότητα  $\Delta_{SUSY}^t$  έχει την ίδια μορφή και στα δύο σχήματα κανονικοποίησης  $\overline{MS}$ ,  $\overline{DR}$  διότι στο βρόχο ανταλλάσσονται βαθμωτά σωματίδια οπότε δεν υπεισέρχεται ο υπολογισμός των ιχνών των πινάκων  $\gamma$  του Dirac, ο οποίος επιφέρει αλλαγή στην μορφή των εκφράσεων  $\overline{MS}$ ,  $\overline{DR}$ . Αριθμητικά η διαφορά του  $\Delta_{SUSY}^t$  στα δύο σχήματα είναι μικρή, της τάξης των 2-βρόχων, αφού οι σταθερές σύζευξης και οι τρέχουσες μάζες που εμπλέκονται διαφέρουν ήδη σε τάξη 1-βρόχου από το ένα σχήμα στο άλλο.

Για τον πιο λεπτομερή υπολογισμό των διορθώσεων  $\Delta_{SUSY}^t$  πρέπει να συνυπολογιστούν και οι ηλεκτρασθενείς υπερσυμμετρικές διορθώσεις [123]. Αυτές όμως είναι αμελητέες καθώς διορθώνουν το αποτέλεσμα λιγότερο από 1 % και ακόμα λιγότερο όταν η μάζα των stops είναι της τάξης του 1 TeV. Επομένως στο σχήμα  $\overline{MS}$  η έκφραση για την σταθερά Yukawa του top είναι :

$$h_t^{\overline{MS}}(M_t^{pole}) = \frac{M_t^{pole}}{v_2} \frac{1 - \Delta_{QCD}}{1 + \Delta_{SUSY}} \Big|_{\overline{MS}} \quad (3.26)$$

Για την επίλυση των εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης χρειάζεται η τιμή της  $h_t$  στο σχήμα  $\overline{DR}$  η οποία δίνεται από την έκφραση [128]:

$$h_t^{\overline{MS}}(M_t^{pole}) = h_t^{\overline{DR}}(M_t^{pole}) \left( 1 + \frac{\alpha_3}{8\pi} + \frac{\alpha_2}{16\pi} + \frac{3\alpha_1}{80\pi} \right) . \quad (3.27)$$

Στην ανάλυσή μας είναι αναγκαίος ο υπολογισμός των ζεύξεων βαθμίδας στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  η οποία ορίζεται ως το σημείο όπου οι ζεύξεις βαθμίδας  $\alpha_{1,2}$  εξισώνονται.

Οι τιμές τους αυτές προκύπτουν, μέσω των εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων, από τις αντίστοιχες στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα  $M_Z$  συναρτήσεως της σταθεράς λεπτής υφής  $\alpha_0$ , της σταθεράς Fermi  $G_F$  και της φυσικής μάζας  $M_Z$  του μποζονίου  $Z$  [126]. Η ενοποίηση των ζεύξεων βαθμίδας θα απαιτούσε την εξίσωση της ισχυρής ζεύξης  $\alpha_3$  με τις ζεύξεις  $\alpha_{1,2}$  στην ενεργειακή κλίμακα  $M_{GUT}$ . Αν και αυτό είναι δυνατόν να επιλεγεί στον αριθμητικό μας κώδικα προτιμούμε την εξίσωση της ισχυρής ζεύξης  $\alpha_s$  στο  $\overline{MS}$  με την πειραματική τιμή  $\alpha_s(M_Z) = 0.118$ . Η τιμή της ισχυρής ζεύξης στο  $\overline{DR}$ ,  $\alpha_3$  καθορίζεται από την σχέση,

$$\alpha_s(M_Z) = \alpha_3(M_Z)/(1 - \Delta\alpha_3),$$

όπου η ποσότητα  $\Delta\alpha_3$  περιλαμβάνει τις υπερσυμμετρικές διορθώσεις κατωφλίου και τις σταθερές που σχετίζονται με την μετάβαση από το σχήμα  $\overline{MS}$  στο  $\overline{DR}$ .

Σε ό,τι αφορά το φάσμα μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων ξεχωρίζει η περίπτωση του gluino του οποίου η φυσική μάζα επηρεάζεται από τις σημαντικές διορθώσεις της ΚΧΔ. Οι διορθώσεις αυτές οφείλονται στην ανταλλαγή γλουονίων, φερμιονίων και υπερσυμμετρικών κουάρκς. Αποδεικνύεται ότι ο συσχετισμός μεταξύ "ήπιας"  $M_3$  και φυσικής μάζας  $M_{\tilde{g}}$  του gluino είναι :

$$M_{\tilde{g}} = \frac{|M_3(Q)|}{(1 - 3\alpha_3(Q) (5 + 6 \ln(Q/|M_3(Q)|) - S(Q)))/(4\pi)} \quad (3.28)$$

Στην σχέση αυτή με  $\alpha_3$  συμβολίζεται η τιμή της ισχυρής σταθεράς σύζευξης στο σχήμα  $\overline{DR}$  και με  $S(Q)$  η συνεισφορά των squarks :

$$S(Q) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (2\tilde{q}_i + \tilde{u}_i + \tilde{d}_i). \quad (3.29)$$

Στην ποσότητα  $S(Q)$  η συνεισφορά των ισοτοπικών διπλετών squarks που περιλαμβάνει τις αριστερόστροφες συνιστώσες αναπαρίσταται με  $\tilde{q}_i$  ενώ η συνεισφορά των δεξιόστροφων συνιστωσών με  $\tilde{u}_i, \tilde{d}_i$ . Υπονοείται δε άθροιση στα τρία χρώματα των squarks. Για κάθε συνεισφορά των squarks ισχύει,

$$\tilde{q}_i = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{M_i^2}{Q^2}\right) + 1 - \frac{1}{2r} \left(1 + \frac{(r-1)^2}{r} \ln|r-1|\right) + \frac{1}{2} \theta(r-1) \ln r \quad (3.30)$$

όπου  $\tilde{m}_i$  οι μάζες των squarks,  $M_i = \max(\tilde{m}_i, |M_3|)$  και  $r = |M_3|^2/\tilde{m}_i^2$ . Η έκφραση αυτή αποτελεί μια πιο γενική εκδοχή των αποτελεσμάτων της αναφοράς [126] στην οποία χρησιμοποιείται μια κοινή μάζα για τα squarks. Υπάρχουν πιο ακριβείς σχέσεις για την συνεισφορά των squarks σε 2-βρόχους [129–131]. Αλλά αυτές οι συνεισφορές είναι αμελητέες.

### 3.5.2 Κβαντικές διορθώσεις των μαζών των σωματιδίων Higgs

Ο υπολογισμός των μαζών των Higgses είναι άμεσου φαινομενολογικού ενδιαφέροντος εν όψει και της λειτουργίας του LHC. Στην παράγραφο αυτή θα συζητήσουμε τις μάζες αυτών όπως προκύπτουν από το ενεργό δυναμικό. Αυτές διαφέρουν 2 – 5% από αυτές που υπολογίζονται από τους πόλους των αντίστοιχων διαδοτών. Το στοιχείο του πίνακα μάζας των πεδίων Higgs προκύπτει από τις παραγωγίσεις του δυναμικού,

$$M_{ab}^2 = \frac{\partial^2 V_{1-loop}}{\partial \phi_a \partial \phi_b} \quad (3.31)$$

όπου το  $V_{1-loop}$  δίνεται από την σχέση (3.15). Ως προς την βάση  $R_1, R_2, I_1, I_2$ , σύμφωνα με τους ορισμούς (3.10), και λόγω των συνθηκών ελαχιστοποίησης (3.17), (3.18) ο  $4 \times 4$  πίνακας μάζας  $M_H^2$  έχει την μορφή που δίνεται από την σχέση (B.1) του παραρτήματος. Με  $M_A^2$  συμβολίζουμε την παράμετρο  $M_A^2 \equiv -\frac{m_3^2}{c_\beta s_\beta} \cos \theta$  η οποία στο όριο που  $\theta = 0$ , δηλαδή στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP, συμπίπτει με την μάζα του ψευδοβαθμωτού πεδίου Higgs σε επίπεδο δένδρου.

Ο συνδυασμός  $-c_\beta I_1 + s_\beta I_2$  είναι το πεδίο Goldstone που έχει μηδενική μάζα. Επομένως αν αλλάξουμε την βάση ως  $(R_1, R_2, I_1, I_2) \rightarrow (R_1, R_2, I'_1, I'_2)$  όπου  $I'_1 = s_\beta I_1 + c_\beta I_2$  και  $I'_2 = -c_\beta I_1 + s_\beta I_2$  μπορούμε να ανάγουμε τον πίνακα μάζας των Higgs σε ένα πίνακα διαστάσεων  $3 \times 3$ . Με αυτόν τον τρόπο πίνακας μάζας των Higgs, στην βάση των  $R_1, R_2, I'_1$ , θα έχει την απλούστερη μορφή :

$$M_H^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 c_\beta^2 + M_A^2 s_\beta^2 + \bar{\delta}_{11} & -(M_Z^2 + M_A^2) c_\beta s_\beta + \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} \\ -(M_Z^2 + M_A^2) c_\beta s_\beta + \bar{\delta}_{12} & M_Z^2 s_\beta^2 + M_A^2 c_\beta^2 + \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} \\ \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{23} & M_A^2 + \bar{\delta}_{33} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Τα στοιχεία  $\bar{\delta}_{ij}$  ορίζονται στην σχέση (B.1) του παραρτήματος (B). Από τα στοιχεία αυτά μπορούμε να απομονώσουμε τα τμήματα εκείνα, έστω  $\check{\delta}_{ij}$  τα οποία έχουν λογαριθμική εξάρτηση από την ενεργειακή κλίμακα και για τα οποία ισχύει  $\frac{\check{\delta}_{11}}{s_\beta^2} = \frac{\check{\delta}_{22}}{c_\beta^2} = -\frac{\check{\delta}_{12}}{s_\beta c_\beta} = \check{\delta}_{33}$ . Αυτά μπορούν να ενσωματωθούν στις κβαντικές διορθώσεις  $\delta M_A^2 \equiv \check{\delta}_{33}$  της παραμέτρου  $M_A^2$  ώστε να ισχύει  $\tilde{M}_A^2 = M_A^2 + \delta M_A^2$ . Ισχύει ότι,

$$\delta M_A^2 = \sum_{\tilde{f}=\tilde{t},\tilde{b},\tilde{\tau}} (\delta M_A^2)_{\tilde{f},f} + (\delta M_A^2)_\varepsilon + (\delta M_A^2)_{\tilde{\chi}} + (\delta M_A^2)_{H^\pm} \quad (3.33)$$

όπου οι αντίστοιχες εκφράσεις δίνονται από τις σχέσεις (B.4,B.6,B.8, B.10,B.11,B.21)

Τελικά η μορφή του πίνακα μάζας των Higgs , στην βάση των  $R_1, R_2, I_1'$  θα είναι,

$$M_H^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 c_\beta^2 + \tilde{M}_A^2 s_\beta^2 + \Delta_{11} & -(M_Z^2 + \tilde{M}_A^2) c_\beta s_\beta + \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ -(M_Z^2 + \tilde{M}_A^2) c_\beta s_\beta + \Delta_{12} & M_Z^2 s_\beta^2 + \tilde{M}_A^2 c_\beta^2 + \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{13} & \Delta_{23} & \tilde{M}_A^2 + \Delta_{33} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Στο παράρτημα Β' δίνονται όλες οι επιμέρους συνεισφορές από τα σωματίδια του MSSM στις ποσότητες  $\Delta_{ij}$ . Οι μαθηματικές εκφράσεις είναι βελτιωμένες σε σχέση με τις αντίστοιχες που υπάρχουν στην βιβλιογραφία και συγκεκριμένα στις μελέτες των Ibrahim και Nath της αναφοράς [67]. Η διαφοροποίηση αφορά κυρίως τις συνεισφορές των ουδέτερων και φορτισμένων σωματιδίων Higgs και έγκειται στο γεγονός ότι στην δική μας αντιμετώπιση εκτελούνται πρώτα οι παραγωγίσεις του δυναμικού, όπως επιβάλλεται, και μετά υπολογίζονται οι τιμές τους στο κενό. Επίσης κρατάμε τους όρους  $\mathcal{O}(g^4)$  στις συνεισφορές των όρων -D (D-terms) του δυναμικού. Συμβολίζουμε με  $\delta_{ij}$  τις εκφράσεις σύμφωνα με τις προσεγγίσεις της βιβλιογραφίας και με  $\delta_{ij}^{extra}$  τους επιπλέον όρους που προκύπτουν από την δική μας ανάλυση. Είναι γενικά  $\Delta_{ij} = \delta_{ij} + \delta_{ij}^{extra}$ .

Οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των Higgs που προκύπτουν από την διαγωνιοποίηση του πίνακα (3.32) είναι ουσιαστικά αναμειγξίς άρτιων και περιπτών καταστάσεων ως προς CP του MSSM όταν δεν υπάρχουν φάσεις στις παραμέτρους. Συγκεκριμένα, αν  $\mathcal{R}$  είναι ο πίνακας που διαγωνιοποιεί τον πίνακα μάζας  $M_H^2$  (3.32) θα ισχύει  $(R_1, R_2, I_1')^T = \mathcal{R}(H_1, H_2, H_3)^T$ . Στην περίπτωση διατήρησης της συμμετρίας CP , ισχύει  $\delta_{13} = \delta_{23} = 0$  διότι τότε μηδενίζονται οι παράγωγοι  $\frac{\partial \Delta V}{\partial I_1}, \frac{\partial \Delta V}{\partial I_2}$  όπως προκύπτει από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού καθώς  $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle = 0$  και ο πίνακας  $\mathcal{R}$  έχει την μορφή,

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

όπου  $H_1 \equiv H$  είναι η βαριά ιδιοκατάσταση με άρτιο CP ,  $H_2 \equiv h$  η ελαφριά ιδιοκατάσταση με άρτιο CP και  $H_3 \equiv A$  η ιδιοκατάσταση με περιπτό CP .

## Κεφάλαιο 4

# Υπολογισμός των πλατών εξαΰλωσης με ανάπτυξη σε μερικά κύματα

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφουμε τον υπολογισμό του πλάτους εξαΰλωσης και της ενεργού διατομής των *neutralinos* σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου, που είναι η κυρίαρχη διαδικασία στο μεγαλύτερο μέρος του παραμετρικού χώρου καθώς και σε άλλες τελικές καταστάσεις που περιλαμβάνουν τα μποζόνια *W, Z, Higgs* και παρουσιάζονται οι τελικές εκφράσεις αυτών. Ακολουθείται η μέθοδος ανάλυσης του πλάτους εξαΰλωσης σε μερικά κύματα πλατών ελικότητας ως προς την ολική στροφορμή  $J$ . Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου αυτής έναντι της καθιερωμένης τακτικής υπολογισμού μέσω των ιχνών των πινάκων  $\gamma$  είναι σημαντικά. Κατ' αρχήν τα πλάτη με διαφορετικό  $J$  προστίθενται με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφεύγεται το μεγάλο πλήθος των όρων συμβολής. Διευκολύνεται επομένως ο υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής ενώ δίνεται η δυνατότητα ενός καλύτερου θεωρητικού και αριθμητικού ελέγχου της διαδικασίας των εξαΰλώσεων. Επίσης είναι δυνατόν να αποφευχθεί το προσεγγιστικό ανάπτυγμα της ενεργού διατομής στο μη σχετικιστικό όριο με αποτέλεσμα να γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η αριθμητική αντιμετώπιση του θερμικού μέσου της ενεργού διατομής ειδικά κοντά στους συντονισμούς γύρω από τις μάζες των *Higgses*. Όπως έχει ήδη αναφερθεί οι περιπτώσεις αυτές παρουσιάζουν ιδιαίτερο κοσμολογικό ενδιαφέρον διότι εκεί εξασφαλίζονται τιμές της περίσσειας του *neutralino* συμβατές με τα κοσμολογικά δεδομένα. Επιπλέον, σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, στα πλάτη μετάβασης συνεισφέρουν μερικά κύματα οποιασδήποτε ολικής στροφορμής  $J$  με αποτέλεσμα το ανάπτυγμα σε μερικά κύματα να προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική τιμή του πλάτους μετάβασης. Στην τρέχουσα βιβλιογραφία συνηθίζεται ο τερματισμός του αναπτύγματος στα κύματα  $p$  της τροχιακής στροφορμής  $L$  της αρχικής κατάστασης τα οποία συμπεριλαμβάνονται σε πλάτη με ολική στροφορμή  $J \leq 2$ . Τέλος, η μέθοδος που ακολουθούμε

διαρθρώνεται έτσι ώστε να επιτρέπει τον εύκολο χειρισμό της ύπαρξης μιγαδικών φάσεων στις παραμέτρους του MSSM κατά την μελέτη παραβίασης της συμμετρίας CP είτε επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες είτε αναχωρούμε από αυτές.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται κατ' αρχάς εισαγωγή στον φορμαλισμό της ελικότητας και δίνεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής του. Στη συνέχεια δίνονται οι αναλυτικές εκφράσεις για τα πλάτη εξαϋλωσης των neutralinos σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου και τελικές καταστάσεις που έχουν μποζόνια  $W$ ,  $Z$  και Higgses .

## 4.1 Ο φορμαλισμός των πλατών της ελικότητας

Η κυματοσυνάρτηση Dirac στο χώρο των ορμών ενός ελεύθερου φερμιονίου με μάζα  $m$ , διανυσματική ορμή  $\vec{p}$  και ενέργεια  $E$  είναι:

$$u(p) = N \begin{pmatrix} \xi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \xi \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

όπου  $\xi$  είναι σπίνορας δύο συνιστωσών. Η συνθήκη κανονικοποίησης  $u\bar{u} = 1$  προσδιορίζει την σταθερά  $N$ ,  $N = \left(\frac{E + m}{2m}\right)^{1/2}$

Προκειμένου να ορίσουμε τις ιδιοκαταστάσεις ελικότητας που αντιστοιχούν σε σπιν  $\frac{1}{2}$ , επιλέγουμε τον σπίνορα  $\xi$  να είναι ιδιοκατάσταση του τελεστή ελικότητας  $\Lambda = \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \hat{p}$ :

$$\Lambda \xi_\lambda = \lambda \xi_\lambda \quad , \lambda = \pm \frac{1}{2} \quad . \quad (4.2)$$

Με  $\hat{p}$  συμβολίζεται το μοναδιαίο διάνυσμα της ορμής,  $\hat{p} = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$ . Οι ιδιοκαταστάσεις ελικότητας βρίσκονται τελικά να είναι,

$$\xi_+ = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \xi_- = \begin{pmatrix} -e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

και αντιστοιχούν σε σπίνορες με ελικότητα  $+\frac{1}{2}$  και  $-\frac{1}{2}$  αντιστοίχως. Επομένως οι μονοσωματιδικές καταστάσεις ελικότητας για ένα σωματίδιο,  $u(p, \pm)$ , ή αντισωματίδιο,  $v(p, \pm)$ , με ελικότητες  $\pm \frac{1}{2}$  δίνονται από τις σχέσεις

$$u(p, \pm) = N \begin{pmatrix} \xi_\pm \\ \pm \frac{|\vec{p}|}{E + m} \xi_\pm \end{pmatrix}, \quad v(p, \pm) = N \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}|}{E + m} \xi_\mp \\ \mp \xi_\mp \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Οι καταστάσεις αυτές συνδέονται μεταξύ τους με την συζυγία φορτίου, δηλαδή  $v(p, \pm) = C\bar{u}^T(p, \pm)$ .

Για τον υπολογισμό των πλατών εξαϋλωσης των neutralinos χρειάζεται να ορίσουμε την κατάσταση ελικότητας δύο σωματιδίων. Για παράδειγμα πρέπει να καθοριστεί ο σπίνορας ελικότητας για το "δεύτερο" φερμιόνιο, το φερμιόνιο δηλαδή που έχει ορμή  $-\vec{p}$  στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας. Εάν η ορμή του πρώτου σωματιδίου  $\vec{p}$  δείχνει προς την κατεύθυνση που καθορίζεται από τις γωνίες  $(\theta, \varphi)$ , τότε η ορμή του δεύτερου καθορίζεται από τις  $(\pi - \theta, \varphi + \pi)$ . Επομένως οι σπίνορες ελικότητας για το δεύτερο σωματίδιο είναι :

$$\xi'_+ = \begin{pmatrix} -e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \xi'_- = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} . \quad (4.5)$$

Για να υπάρχει συμφωνία με την σύμβαση Jacob-Wick για τις φάσεις, οι παραπάνω εκφράσεις έχουν πολλαπλασιαστεί με τον παράγοντα  $-2\lambda e^{-i2\lambda\varphi}$ , [132].

Στην παρούσα μελέτη εξετάζονται και οι περιπτώσεις στις οποίες έχουμε διανυσματικά μποζόνια  $W, Z$  στις τελικές καταστάσεις. Για τον σκοπό αυτό μπορούμε αντίστοιχα να ορίζουμε τις καταστάσεις ελικότητας ενός διανυσματικού μποζονίου με σπιν 1. Για ένα τέτοιο σωματίδιο το οποίο έχει τετραορμή  $k^\mu = (E, \vec{k})$  και κινείται κατά την κατεύθυνση  $\hat{k}$  που καθορίζεται από την πολική γωνία  $\theta$  και την αζιμουθιακή  $\phi$ , οι εγκάρσιες (transverse) καταστάσεις ελικότητας ( $\lambda = \pm 1$ ) είναι :

$$\varepsilon^\mu(k, \lambda) = \frac{e^{i\lambda\phi}}{\sqrt{2}} (0, -\lambda \cos \theta + i \sin \phi, -i \cos \phi - \lambda \cos \theta \sin \phi, \lambda \sin \theta) \quad (4.6)$$

Η έκφραση αυτή ισχύει για άμαζο και έμμαζο μποζόνιο. Ειδικά στην περίπτωση που το μποζόνιο έχει μάζα  $m \neq 0$  ορίζεται και η διαμήκης (longitudinal) κατάσταση ελικότητας,

$$\varepsilon^\mu(k, 0) = \left( \frac{|\vec{k}|}{m}, \frac{E}{m} \right) . \quad (4.7)$$

Είναι γνωστό ότι οι καταστάσεις ελικότητας ικανοποιούν τις σχέσεις  $k \cdot \varepsilon^\mu(k, \lambda) = 0$  και  $\varepsilon(k, \lambda) \cdot \varepsilon(k, \lambda)^* = -\delta_{\lambda\lambda'}$ . Επειδή στις τελικές καταστάσεις κάθε διανυσματικό μποζόνιο εμφανίζεται με το αντισωματίδιό του θα πρέπει να ορίσουμε, κατ' αναλογία με την περίπτωση του φερμιονίου, τις καταστάσεις ελικότητας για το "δεύτερο" μποζόνιο που κινείται κατά την διεύθυνση  $-\hat{k}$ . Ισχύει λοιπόν  $\varepsilon_\mu(-k, -\lambda) = -2\lambda g_{\mu\mu} \varepsilon^\mu(k, \lambda)$ .

Οποιοδήποτε πλάτος ελικότητας είναι δυνατόν να εκφραστεί σαν άθροισμα ως προς την ολική στροφορμή  $J$ ,

$$\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}(s, \theta, \varphi) = \sum_J (2J+1) d_{\mu\mu'}^{(J)}(\theta) \mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J)}(s) e^{i(\mu-\mu')\phi}, \quad (4.8)$$

όπου  $\mu = \lambda_1 - \lambda_2$  και  $\mu' = \lambda_3 - \lambda_4$ . Στην εξίσωση αυτή το μέγεθος  $\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J)}$  είναι το στοιχείο του ανηγμένου πίνακα αλληλεπίδρασης ενώ οι συναρτήσεις περιστροφής  $d_{\mu\mu'}^{(J)}(\theta)$  πληρούν τις συνθήκες ορθογωνιότητας,

$$\int_{-1}^{+1} d(\cos\theta) d_{\mu\mu'}^{(J)*}(\theta) d_{\mu\mu'}^{(J')}(\theta) = \frac{2}{2J+1} \delta_{JJ'} \quad (4.9)$$

Η ενεργός διατομή για μια διαδικασία όπως η εξαΰλωση των neutralinos στις τελικές καταστάσεις 2 σωματιδίων δίνεται από την σχέση

$$\sigma(s) = \frac{W(s)}{|p_{CM}| \sqrt{s}} \quad (4.10)$$

όπου

$$W(s) = \frac{|p'_{CM}|}{32\pi\sqrt{s}} \int_{-1}^{+1} |\mathcal{M}|^2 d\cos\theta$$

Για τα μέτρα των ορμών  $|p_{CM}|$ ,  $|p'_{CM}|$  στο σύστημα κέντρου μάζας, αν οι μάζες των εισερχομένων σωματιδίων είναι  $m_{1,2}$  και των εξερχομένων  $m_{3,4}$ , ισχύουν οι σχέσεις,

$$\begin{aligned} |p_{CM}| &= \sqrt{\frac{s}{4} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{4s}} \\ |p'_{CM}| &= \sqrt{\frac{s}{4} - \frac{m_3^2 + m_4^2}{2} + \frac{(m_3^2 - m_4^2)^2}{4s}} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Εάν εκφράσουμε το πλάτος μετάβασης σύμφωνα με την εξ. (4.8) αποφεύγουμε τους όρους ανάμειξης κατά την ολοκλήρωση των εκφράσεων των πλατών μετάβασης στο τετράγωνο λόγω της συνθήκης ορθογωνιότητας (4.9). Τότε η ποσότητα  $W(s)$  θα πάρει την μορφή

$$W(s) = \frac{|p'_{CM}|}{32\pi\sqrt{s}} \sum_J (2J+1) |\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J)}|^2 \quad (4.12)$$

Αν μάλιστα μας ενδιαφέρει η μη πολωμένη ενεργός διατομή αρκεί να πάρουμε τον μέσο όρο της έκφρασης 4.12 ως προς τον αριθμό των αρχικών καταστάσεων σπιν και να αθροίσουμε στις τελικές καταστάσεις σπιν οπότε

$$W(s) = \frac{|p'_{CM}|}{32\pi\sqrt{s}} \sum_J (2J+1) \left[ \frac{1}{2s_1+1} \frac{1}{2s_2+1} \sum_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2} |\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J)}|^2 \right] \quad (4.13)$$

Σε ό,τι αφορά την εξαΰλωση των neutralinos σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου, οι διαδικασίες που μας ενδιαφέρουν αφορούν στην ανταλλαγή του  $Z$ , των Higgses στο



κανάλι  $s$  και sfermions  $\tilde{f}$  στα κανάλια  $t$  και  $u$ . Για κάθε πλάτος ελικότητας χρειάζεται να υπολογιστούν τα ακόλουθα στοιχεία πίνακα τα οποία περιλαμβάνουν τους σπινόρες της αρχικής,  $\chi_{\lambda_1}(p_1), \chi_{\lambda_2}(p_2)$ , και της τελικής κατάστασης,  $f_{\lambda_3}(p_3), \bar{f}_{\lambda_4}(p_4)$ , τα οποία θα συμβολίζουμε με  $\langle 0 | \Gamma | \chi_{\lambda_1}(p_1) \chi_{\lambda_2}(p_2) \rangle$ ,  $\langle f_{\lambda_3}(p_3) \bar{f}_{\lambda_4}(p_4) | \Gamma | 0 \rangle$ ,  $\langle f_{\lambda_3}(p_3) | \Gamma | \chi_{\lambda_{1,2}}(p_{1,2}) \rangle$  και  $\langle \bar{f}_{\lambda_4}(p_4) | \Gamma | \chi_{\lambda_{1,2}}(p_{1,2}) \rangle$ .

Πρόκειται για τα θεμελιώδη δομικά τμήματα που συναντώνται στις κορυφές αλληλεπίδρασης των διαγραμμμάτων Feynmann για τα κανάλια  $s, t$  και  $u$ . Το  $\Gamma$  αναπαριστά τους πίνακες  $\Gamma = \{I, \gamma^\mu, \gamma_5, \gamma^\mu \gamma_5\}$  ανάλογα με την περίπτωση. Τα δομικά αυτά τμήματα εκφράζονται μέσω των σπινόρων ελικότητας που περιγράψαμε πιο πάνω. Το σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιούμε είναι το σύστημα κέντρου μάζας και με δεδομένο ότι τα neutralinos που εξαϋλώνονται κινούνται στον άξονα  $z$ , τα δομικά τμήματα είναι συναρτήσεις της γωνίας σκέδασης  $\theta$ , της αζιμουθιακής γωνίας  $\phi$  και της ενέργειας στο κέντρο μάζας στο τετράγωνο  $s = 4 E_{CM}^2$ . Τα μέτρα των διανυσματικών ορμών των εισερχομένων και εξερχομένων σωματιδίων είναι,

$$p_{1,2}(s) = \left(\frac{s}{4} - m_{\tilde{\chi}}^2\right)^{1/2}, \quad p_{3,4}(s) = \left(\frac{s}{4} - m_f^2\right)^{1/2}.$$

ενώ οι μεταβλητές Mandelstam  $t$  και  $u$  εξαρτώνται από τα μεγέθη  $s$  και  $\theta$ ,

$$\begin{aligned} t &= m_{\tilde{\chi}}^2 + m_f^2 - \frac{s}{2} + 2p_1(s)p_3(s) \cos \theta \\ u &= m_{\tilde{\chi}}^2 + m_f^2 - \frac{s}{2} - 2p_1(s)p_3(s) \cos \theta. \end{aligned}$$

Η μη πολωμένη ολική ενεργός διατομή για την εξαϋλωση των δύο neutralinos σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (4.10), (4.13) δίνεται από την σχέση

$$\sigma(s) = \frac{p_3}{64\pi p_1 s} \sum_J \sum_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2} (2J+1) |\mathcal{M}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J)}|^2 \quad (4.14)$$

Είναι επομένως κατανοητό ότι δεν είναι αναγκαία η ολοκλήρωση ως προς την γωνία  $\theta$  εφόσον τα πλάτη ελικότητας  $\mathcal{M}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J)}$  είναι γνωστά.

**Παράδειγμα :** Για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα υπολογισμού των πλατών εξαϋλωσης μεταξύ της παραδοσιακής μεθόδου Feynmann και της μεθόδου ανάλυσης σε μερικά κύματα χρησιμοποιούμε το εξής απλό πρότυπο. Έστω ότι δίνεται η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης μεταξύ τριών βαθμωτών πεδίων  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  με μάζες  $m_1, m_2, m_3$  αντίστοιχα,  $\mathcal{L} = g \phi_1 \phi_2 \phi_3$ . Τότε 2 σωματίδια  $\phi_1$  μπορούν να εξαϋλωθούν σε 2 σωματίδια  $\phi_2$  με

ανταλλαγή του  $\phi_3$  στα κανάλια  $t$  και  $u$ . Η ενεργός διατομή της διαδικασίας αυτής δίνεται από την σχέση (4.14). Τα μέτρα των ορμών των εισερχομένων και εξερχομένων σωματιδίων στο σύστημα κέντρου μάζας είναι αντίστοιχα

$$|p_{CM}| = \left(\frac{s}{4} - m_1^2\right)^{1/2}, |p'_{CM}| = \left(\frac{s}{4} - m_2^2\right)^{1/2}.$$

Το συνολικό πλάτος εξαϋλωσης  $\phi_1 \phi_1 \rightarrow \phi_2 \phi_2$  σε επίπεδο δένδρου δίνεται από την σχέση,

$$\mathcal{M}_{t,u} = \frac{g^2}{t - m_3^2} + \frac{g^2}{u - m_3^2} \quad (4.15)$$

Προκειμένου να μεταβούμε από τις μεταβλητές Mandelstam  $t, u$  στις μεταβλητές  $s, \cos \theta$  (ενέργεια και γωνία σκέδασης στο σύστημα του κέντρου μάζας των εισερχομένων σωματιδίων) χρησιμοποιούμε τις σχέσεις :

$$t - m_3^2 = -F(s)(1 - a \cos \theta) \quad \text{και} \quad u - m_3^2 = -F(s)(1 + a \cos \theta), \quad \text{όπου} \quad F(s) = \frac{s}{2} + m_3^2 - m_1^2 - m_2^2. \quad \text{Η παράμετρος } a \text{ ισούται με } a \equiv \frac{2|p_{CM}||p'_{CM}|}{F(s)} = \frac{\sqrt{(s - 4m_1^2)(s - 4m_2^2)}}{2F(s)}.$$

Ακολουθώντας την καθιερωμένη τεχνική και μετά από μια σειρά πράξεων βρίσκουμε ότι

$$\int_{-1}^{+1} |\mathcal{M}|^2 d \cos \theta = \frac{2g^4}{a F^2(s)} \left( \frac{2a}{1 - a^2} + \ln \frac{1 + a}{1 - a} \right)$$

οπότε

$$W(s) = \frac{g^4}{16\pi \sqrt{s} F^2(s)} \left( \frac{2}{1 - a^2} + \frac{1}{a} \ln \left| \frac{1 + a}{1 - a} \right| \right). \quad (4.16)$$

Εφαρμόζοντας την ανάπτυξη σε μερικά κύματα ελικότητας το συνολικό πλάτος εξαϋλωσης είναι

$$\mathcal{M}_{t,u} = \sum_J (2J + 1) M^{(J)} P^{(J)}(\cos \theta) \quad (4.17)$$

οπότε  $\mathcal{M}^{(J)} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \mathcal{M}_{t,u} P^{(J)}(\cos \theta) d \cos \theta$ . Τελικά το πλάτος ελικότητας συγκεκριμένης

στροφορμής  $J$  δίνεται από την σχέση :  $M^{(J)} = -\frac{1}{2J + 1} \frac{g^2}{F(s)} (\Pi_J(a) + \Pi_J(-a))$  όπου

$\Pi_J(a) = \frac{2J + 1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{P_J(\cos \theta)}{1 - a \cos \theta} d(\cos \theta)$ .<sup>1</sup> Η ποσότητα  $W_{partial}(s)$  έχει την μορφή

$$W_{partial}(s) = \frac{|p'_{CM}|}{16\pi \sqrt{s}} \frac{g^4}{F^2(s)} \sum_J \frac{(\Pi_J(a) + \Pi_J(-a))^2}{2J + 1} \quad (4.18)$$

<sup>1</sup>Η συνάρτηση  $\Pi_J(a)$  σχετίζεται με την συνάρτηση Legendre 2ου είδους  $Q_n$  μέσω της έκφρασης  $\Pi_J(a) = (2n + 1) Q_n(1/a)/a$ .

Οι εκφράσεις (4.16) και (4.18) θα πρέπει να είναι ίσες,

$$\frac{2}{1-a^2} + \frac{1}{a} \ln \left| \frac{1+a}{1-a} \right| = \sum_J \frac{(\Pi_J(a) + \Pi_J(-a))^2}{2J+1} \quad (4.19)$$

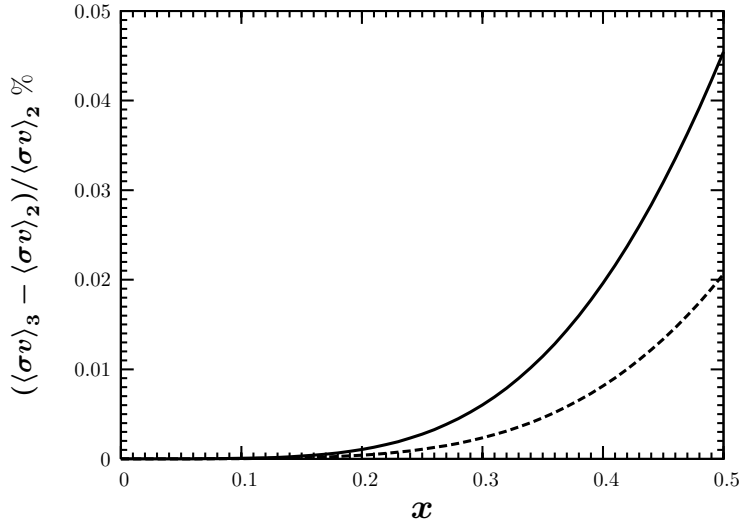
Ο έλεγχος αυτός γίνεται αριθμητικά και στον πίνακα (4.1) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τους υπολογισμούς του αριστερού μέλους το οποίο συμβολίζεται με  $G_{actual}$  και του δεξιού μέλους της ισότητας (4.19) το οποίο συμβολίζεται με  $G_{part}$  για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $a$  δηλαδή για διαφορετικές τιμές της ενέργειας στο κέντρο μάζας.

$a$	0.5	0.8	0.9
$G_{actual}$	4.863891244002886	8.302086277225833	13.797914655214177
$G_{partial}, J = 5$	4.863890218938120	8.298872624765554	13.716991109314264
$G_{partial}, J = 10$	4.863891244002735	8.302085471027823	13.797606909101626
$G_{partial}, J = 50$	4.863891244002879	8.302086277225834	13.797914655214155
$G_{partial}, J = 1000$	4.863891244002879	8.302086277225833	13.797914655214155

Πίνακας 4.1: Σύγκριση των δύο μελών της ισότητας (4.19) για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $a$  και της ολικής στροφορμής  $J$ .

Παρατηρούμε ότι στην ανάλυση σε μερικά πλάτη η αποκοπή ακόμα και στα 5 πρώτα  $J$  αρκεί για να προσεγγίσει κανείς την ακριβή έκφραση όταν  $a < 0.9$ . Ισοδύναμα, όσο αυξάνει η παράμετρος  $a$ , δηλαδή η ενέργεια, το αποτέλεσμα από την ανάλυση σε μερικά κύματα αποκλίνει από το πραγματικό και χρειάζονται περισσότεροι όροι στην σειρά, μεγαλύτερες τιμές  $J$ , προκειμένου να επιτευχθεί σύμπτωση.

Στην περίπτωση της διαδικασίας εξαϋλωσης  $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow f\bar{f}$  την οποία μελετάμε στην επόμενη παράγραφο, είναι επαρκές να τερματίσουμε την ακολουθία των μερικών κυμάτων σε κάποια τιμή  $J_{max}$ . Για να εκτιμήσουμε μάλιστα το σφάλμα που επάγεται από την αποκοπή της ακολουθίας των μερικών κυμάτων για τιμές  $J \leq J_{max}$  παρουσιάζουμε στο σχήμα (4.1) τον λόγο  $(\langle \sigma_{v_{rel}} \rangle_3 - \langle \sigma_{v_{rel}} \rangle_2) / \langle \sigma_{v_{rel}} \rangle_2$ , όπου οι δείκτες αναφέρονται στην τιμή  $J_{max}$  σε κάθε περίπτωση. Φαίνεται καθαρά ότι ο λόγος αυτός είναι μικρός  $\simeq 10^{-4}$  όταν το  $x = \frac{T}{m_{\tilde{\chi}}}$  βρίσκεται στο διάστημα  $[0, 0.5]$ , το οποίο και περιλαμβάνει την περιοχή ολοκλήρωσης  $[0, x_f]$  στην εξ. (2.27). Επομένως το ανάπτυγμα σε μερικά κύματα μπορούμε να το εμπιστευθούμε ως ακριβές ακόμη και αν το αποκόψουμε για  $J_{max} = 2$ . Ας σημειωθεί ότι πρόκειται για μια γενική ιδιότητα που ισχύει σε όλο τον παραμετρικό χώρο. Στην αριθμητική ανάλυση που ακολουθούμε χρησιμοποιούμε σαν δεδομένο την τιμή  $J_{max} = 3$ . Υψηλότερες τιμές βέβαια θα δώσουν ακριβέστερα αποτελέσματα εις βάρος όμως της ταχύτητας του αριθμητικού μας κώδικα.



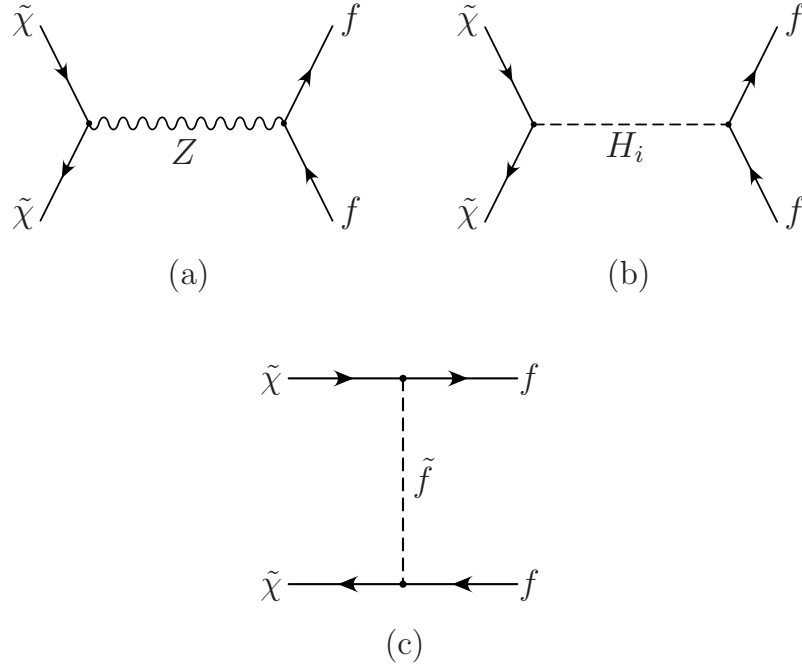
Σχήμα 4.1: Ο επί τοις εκατό λόγος  $(\langle\sigma v_{rel}\rangle_3 - \langle\sigma v_{rel}\rangle_2)/\langle\sigma v_{rel}\rangle_2$ , ως συνάρτηση του  $x = \frac{T}{m_{\tilde{\chi}}}$ . Οι κάτω δείκτες στις ποσότητες  $\langle\sigma v_{rel}\rangle$  αναφέρονται στην τιμή του  $J_{max}$  σε κάθε περίπτωση. Το σχήμα αντιστοιχεί στις τιμές  $A_0 = 0$ ,  $m_0 = 1.2$  TeV,  $\tan\beta = 55$  και τιμές του  $m_{1/2}$  ίσες με 900 GeV (συμπαγής γραμμή) και 800 GeV (διακεκομμένη). Είναι επίσης  $\mu > 0$ .

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η ανάπτυξη σε μερικά κύματα που ακολουθούμε γίνεται ως προς την ολική γωνιακή στροφορμή  $J$  και διαφέρει από το αντίστοιχο ανάπτυγμα ως προς την τροχιακή στροφορμή  $L$ . Εφ' όσον το άθροισμα  $L + S$  είναι άρτιο για την αρχική κατάσταση των LSPs, που είναι φερμιόνια Majorana, αναπτύσσοντας έως  $J = 2$  περιλαμβάνονται όχι μόνο οι όροι με  $L = 1$  (κύματα -p) αλλά και όλα τα πλάτη μετάβασης που αντιστοιχούν σε  $L = 2$ . Σαφώς με αυτό τον τρόπο βελτιώνονται τα υπάρχοντα σχήματα ανάπτυξης που αποκόπτονται για  $L = 1$  που ισοδυναμεί με το να κρατήσει κανείς όρους μέχρι  $\mathcal{O}(v_{rel}^2)$  στην σχετική ταχύτητα των δύο LSPs. Για τον λόγο αυτό τα αναπτύγματα ως προς  $J$  δίνουν πολύ ακριβή αποτελέσματα ακόμα και αν αποκοπούν σε μικρά  $J_{max} = 2$  ή 3 προσεγγίζοντας εξαιρετικά το ακριβές αποτέλεσμα όπως εδείχθη.

## 4.2 Εφαρμογή για την διαδικασία $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow f\bar{f}$

Τα διαγράμματα που συνεισφέρουν στην εξαϋλωση των neutralinos σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου φαίνονται στο σχήμα (4.2). Χρησιμοποιώντας την τεχνική που περιγράψαμε στην παράγραφο (4.1) κάθε πλάτος σκέδασης στα κανάλια  $s$ ,  $t$  και  $u$  μπορεί να εκφραστεί

ως συνάρτηση των  $s$  και  $\cos\theta$  και να πάρει την μορφή που δίνεται από την εξ. (4.8). Αναλυτικά οι εκφράσεις των πλατών ελικότητας για όλα τα κανάλια εξαϋλώσης σε ζεύγος φερμιονίου-αντιφερμιονίου δίνονται στις παραγράφους που ακολουθούν.



Σχήμα 4.2: Διαγράμματα που συνεισφέρουν στην διαδικασία  $\tilde{\chi}\tilde{\chi} \rightarrow f\bar{f}$ . Με  $H_i$  στο δεύτερο διάγραμμα συμβολίζονται οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των Higgses.

### Συνεισφορές στο κανάλι $s$

Το ανταλλασσόμενο σωματίδιο έχει σπιν είτε  $s = 1$  (μποζόνιο  $Z$ ) είτε  $s = 0$  (Higgses), οπότε το ανάπτυγμα σε μερικά κύματα αναγκαστικά τερματίζεται για  $J \leq 1$ .

#### (i) Ανταλλαγή διανυσματικού μποζονίου $Z$

Η εφαρμογή των κανόνων Feynmann και η χρήση των δομικών τμημάτων ελικότητας μας οδηγούν στην ακόλουθη έκφραση για το στοιχείο του ανηγμένου πίνακα στην περίπτωση της ανταλλαγής του μποζονίου  $Z$ ,

$$\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),Z} = - \frac{4m_{\tilde{\chi}}m_f}{s - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z} N_{\lambda_1\lambda_2}^{\mu 5} P_{\mu\nu} (V^f F_{\lambda_3\lambda_4}^\nu + A^f F_{\lambda_3\lambda_4}^{\nu 5}) A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}} \quad (4.20)$$

όπου οι κορυφές  $N_{\lambda_1\lambda_2}^{\mu 5}$ ,  $F_{\lambda_3\lambda_4}^\nu$  και  $F_{\lambda_3\lambda_4}^{\nu 5}$  μπορούν να εκφραστούν μέσω των στοιχείων πίνακα

που ακολουθούν,

$$\begin{aligned} N_{\lambda_1\lambda_2}^{\mu 5} &= \langle 0 | \gamma^\mu \gamma_5 | \chi_{\lambda_1}(p_1) \chi_{\lambda_2}(p_2) \rangle \\ F_{\lambda_3\lambda_4}^\nu &= \langle f_{\lambda_3}(p_3) \bar{f}_{\lambda_4}(p_4) | \gamma^\mu | 0 \rangle \\ F_{\lambda_3\lambda_4}^{\nu 5} &= \langle f_{\lambda_3}(p_3) \bar{f}_{\lambda_4}(p_4) | \gamma^\mu \gamma_5 | 0 \rangle . \end{aligned}$$

$A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}}$  είναι η σταθερά σύζευξης του μποζονίου  $Z$  με τα neutralinos (βλ. σχέση (Γ.2) και  $V^f, A^f$ , είναι οι διανυσματικές και αξονικές σταθερές σύζευξης του μποζονίου  $Z$  με το ζεύγος φερμιονίου  $f$  και του αντιφερμιονίου του οι οποίες προκύπτουν από την Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης (Γ.4). Με  $\Gamma_Z$  συμβολίζεται το συνολικό πλάτος διάσπασης του μποζονίου  $Z$  το οποίο σύμφωνα με τα δεδομένα του LEP [133] ισούται με  $\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023$  GeV.

Ο αριθμητής του διαδότη του  $Z$ , στην μοναδιακή βαθμίδα, είναι  $P_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2}$  όπου  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Η τετραορμή του ανταλλασσόμενου μποζονίου στο σύστημα του κέντρου μάζας είναι  $k_\mu = (\sqrt{s}, \mathbf{0})$  και επομένως ο συμμετρικός τανυστής  $P_{\mu\nu}$  παίρνει την μορφή,

$$P_{\mu\nu} = \begin{cases} -1 + \frac{s}{M_Z^2} & , \quad \mu = \nu = 0 \\ 0 & , \quad \mu = 0, \nu = i \\ -g_{ij} & , \quad \mu = i, \nu = j \end{cases} .$$

όπου  $i, j = 1, 2, 3$ .

Από την έκφραση (4.20) βρίσκουμε ότι μη μηδενική συνεισφορά προκύπτει όταν οι ελικότητες των αρχικών και τελικών καταστάσεων συνδυάζονται κατά τρόπο τέτοιο ώστε να δίνουν  $J = 0$  or  $1$  όπως άλλωστε αναμενόταν. Πράγματι ισχύει,

$$\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J=0,1),Z} = -\frac{A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}}}{s - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z} K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J=0,1),Z} , \quad (4.21)$$

όπου

$$\begin{aligned} K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J=0),Z} &= (-1)^{\lambda_3-\lambda_1} \delta_{\mu 0} \delta_{\mu' 0} (4m_{\tilde{\chi}} m_f) \left(-1 + \frac{s}{M_Z^2}\right) A^f \\ K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J=1),Z} &= \frac{1}{3} (\delta_{\mu 1} - \delta_{\mu-1}) \sqrt{s - 4m_{\tilde{\chi}}^2} \\ &\quad \left[ \delta_{\mu' 0} (2m_f) \sqrt{2} V^f + 2 (\delta_{\mu' 1} + \delta_{\mu' -1}) (\sqrt{s} V^f + \mu' \sqrt{s - 4m_f^2} A^f) \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

### (i) Ανταλλαγή βαθμωτών μποζονίων Higgs

Χρησιμοποιώντας την ίδια τεχνική που περιγράφηκε προηγουμένως παίρνουμε τις εκφράσεις για τα αντίστοιχα πλάτη της εξαϋλώσης μέσω ανταλλαγής των ιδιοκαταστάσεων

μάζας των Higgses  $H_i, i = 1, 2, 3$ .

$$\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),H_i} = -\frac{1}{s - M_{H_i}^2 + iM_{H_i}\Gamma_{H_i}} K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),H_i} \quad (4.23)$$

Με  $\Gamma_{H_i}$  συμβολίζουμε το πλάτος διάσπασης των Higgses σε ζεύγη φερμιονίων συμπεριλαμβανοντας και τις κυρίαρχες συνεισφορές της ΚΧΔ σε προσέγγιση 1-βρόχου. Οι αντίστοιχες εκφράσεις μπορούν να βρεθούν από τις εξισώσεις (90) και (92) της αναφοράς [134] με κατάλληλη προσαρμογή στην περίπτωση όπου η συμμετρία CP διατηρείται.

Οι μη μηδενικές συνεισφορές  $K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),H_i}$  είναι εκείνες που αντιστοιχούν μόνο σε  $J = 0$ , αφού τα Higgses έχουν μηδενικό σπιν. Δίνονται από τις παρακάτω εκφράσεις,

$$K_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J=0),H_i} = \delta_{\mu 0}\delta_{\mu' 0} \left( g_S^{H_i} \sqrt{s - 4m_{\tilde{\chi}}^2} + g_A^{H_i} \sqrt{s} (-1)^{\lambda_1 - \frac{1}{2}} \right) \left( g_S^{f,i} \sqrt{s - 4m_f^2} + g_A^{f,i} \sqrt{s} (-1)^{\lambda_3 + \frac{1}{2}} \right) \quad (4.24)$$

Με  $g_S^{H_i}, g_A^{H_i}$  συμβολίζονται οι βαθμωτές ( $S$ ) και ψευδοβαθμωτές ( $A$ ) σταθερές σύζευξης των neutralinos με τις ιδοκαταστάσεις μάζας των Higgses  $H_i$  (Γ.6) ενώ με  $g_{S,A}^{f,i}$  συμβολίζονται οι αντίστοιχες σταθερές σύζευξης των Higgses με το ζεύγος  $f\bar{f}$  (βλέπε Γ.7-Γ.9).

Στα τελικά αποτελέσματα πρέπει να συμπεριληφθεί ένα πρόσημο μείον στα πλάτη του καναλιού  $s$  σχετικά με τα πλάτη του καναλιού  $t$ . Ο γενικός συμβολισμός που ακολουθήσαμε στις σταθερές σύζευξης των Higgses με τα φερμιόνια και τα ελαφρύτερα των neutralinos μας εξασφαλίζει την εύκολη μετάβαση από την περίπτωση που διατηρείται στην περίπτωση που παραβιάζεται η συμμετρία CP οπότε και οι άρτιες ιδιοκαταστάσεις των πεδίων Higgs αναμειγνύονται με τις περιττές.

### Συνεισφορές στα κανάλια $t$ & $u$ : Ανταλλαγή sfermions

Ο υπολογισμός των πλατών στα κανάλια αυτά είναι πολύπλοκος διότι ο διαδότης του ανταλλασσόμενου σωματίδιου εξαρτάται από την γωνία σκέδασης  $\theta$ . Το ανάπτυγμα του διαδότη προκύπτει χρησιμοποιώντας την σχέση

$$\frac{1}{1 - ax} = \sum_{n=0}^{\infty} \Pi_n(a) P_n(x) \quad (4.25)$$

όπου  $P_n(x)$  είναι το πολυώνυμο Legendre 1ου είδους και τάξης  $n$  με όρισμα  $x = \cos\theta$ . Στην εξίσωση αυτή  $a \leq 1$  και

$$\Pi_n(a) = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{P_n(\cos\theta)}{1 - a\cos\theta} d(\cos\theta). \quad (4.26)$$

Η συνάρτηση  $\Pi_n(a)$  που εμφανίζεται στην παραπάνω εξίσωση ισούται με  $(2n+1) Q_n(1/a)/a$  όπου  $Q_n$  είναι το πολυώνυμο Legendre 2ου είδους όπως προαναφέρθηκε. Πολλαπλασιάζοντας με τις κατάλληλες συνεισφορές από κάθε κορυφή, τα πλάτη εξαϋλώσης στα κανάλια  $t$  και  $u$  μπορούν πάρουν την μορφή (4.8). Είναι δε προτιμότερο να παρουσιαστεί το άθροισμα των συνεισφορών από τα κανάλια  $t$  και  $u$  από κάθε συνεισφορά χωριστά έχοντας βέβαια ληφθεί υπ' όψη το σχετικό μείον πρόσημο μεταξύ των συνεισφορών αυτών. Τελικά η έκφραση του αναπτύγματος σε μερικά κύματα για την θεωρούμενη περίπτωση είναι,

$$\mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),\tilde{f}} = \sum_{i=1,2} \frac{(2J+1)^{-1}}{F_i(s)} \begin{pmatrix} g_S^i & g_A^i \end{pmatrix} \hat{F}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),\tilde{f}_i} \begin{pmatrix} g_S^{i*} \\ -g_A^{i*} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

όπου  $\tilde{f}_i$  είναι οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των sfermions. Οι σταθερές  $g_S^i, g_A^i$  είναι οι βαθμωτές και ψευδοβαθμωτές σταθερές σύζευξης του neutralino με το φερμιόνιο  $f$  και τον υπερσυμμετρικό του εταίρο  $\tilde{f}$  οι οποίες ορίζονται από τις σχέσεις ( βλέπε Γ.10-Γ.11) ενώ η ποσότητα  $F_i(s)$  δίνεται από την σχέση

$$F_i(s) = \frac{s}{2} - \left( m_{\tilde{\chi}}^2 + m_f^2 - m_{\tilde{f}_i}^2 \right)$$

Οι πίνακες  $\hat{F}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),\tilde{f}_i}$  εξαρτώνται από την ενέργεια κέντρου μάζας  $E = \sqrt{s}/2$  μέσω των ποσοτήτων

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\pm} &= \sqrt{(E + m_f)(E + m_{\tilde{\chi}})} \pm \sqrt{(E - m_f)(E - m_{\tilde{\chi}})} \\ \hat{B}_{\pm} &= \sqrt{(E + m_f)(E - m_{\tilde{\chi}})} \pm \sqrt{(E - m_f)(E + m_{\tilde{\chi}})} \end{aligned}$$

και επίσης από τις συναρτήσεις  $\Pi_J(a_i)$  των οποίων τα ορίσματα είναι  $a_i \equiv \frac{2p_1 p_3}{F_i(s)} = \frac{\sqrt{(s - 4m_f^2)(s - 4m_{\tilde{\chi}}^2)}}{2F_i(s)}$ . Στον πίνακα (4.2) παρουσιάζονται οι πίνακες  $\hat{F}_{\lambda_3\lambda_4;\lambda_1\lambda_2}^{(J),\tilde{f}}$  για όλους τους συνδυασμούς ελικοτήτων των εισερχομένων LSPs και των εξερχομένων φερμιονίων.

### 4.3 Εφαρμογή της μεθόδου για την διαδικασία $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow W^+ W^-$

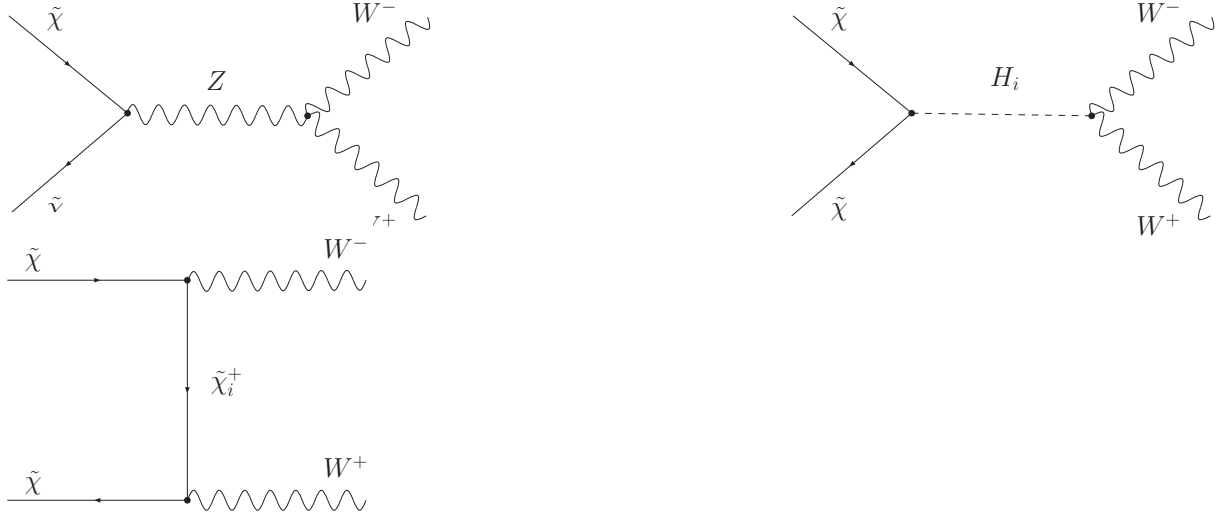
Οι συνεισφορές στο πλάτος εξαϋλώσης  $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow W^+ W^-$  δίνονται στο σχήμα 4.3.

#### Συνεισφορές στο κανάλι $s$

##### (i) Ανταλλαγή διανυσματικού μποζονίου $Z$

Εφαρμόζοντας τους κανόνες Feynmann, το στοιχείο του ανηγμένου πίνακα στην περίπτωση





Σχήμα 4.3: Διαγράμματα Feynmann σε προσέγγιση δένδρου για την εξαΰλωση των neutralinos σε ζεύγος φορτισμένων μποζονίων  $W^\pm$ .

ανταλλαγής του μποζονίου  $Z$  δίνεται από την σχέση,

$$\mathcal{M}_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J), Z} = - \frac{2 m_{\tilde{\chi}}}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} N_{\lambda_1 \lambda_2}^{\mu 5} P_{\mu\nu} A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}} V_{h_3 h_4}^\nu \quad (4.28)$$

όπου η κορυφή  $V_{h_3 h_4}^\nu$  δίνεται από το στοιχείο πίνακα,  $V_{h_3 h_4}^\nu = \langle \varepsilon(p_3, h_3)^* \varepsilon(p_4, h_4)^* | \gamma^\nu | 0 \rangle$ . Έχοντας υπ' όψη την μορφή του διαδότη  $P_{\mu\nu}$  η τελική έκφραση για το πλάτος είναι της μορφής (4.8) όπου όμως συνεισφέρει μόνο το μερικό πλάτος με  $J = 1$ . Η μορφή του μη μηδενικού πλάτους για τις διάφορες ελικιότητες δίνεται από τον πίνακα που ακολουθεί,

$$\begin{aligned} M_{hh;+-}^{(J=1)} &= -M_{hh;-+}^{(J=1)} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{p_1 p_3}{m_{\tilde{\chi}}} c \\ M_{00;+-}^{(J=1)} &= -M_{00;-+}^{(J=1)} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{p_1 p_3}{m_{\tilde{\chi}}} \frac{2E_W^2 + M_W^2}{M_W^2} c \\ M_{h0;+-}^{(J=1)} &= -M_{h0;-+}^{(J=1)} = \frac{8}{3\sqrt{2}} \frac{p_1 p_3 E_W}{m_{\tilde{\chi}} M_W} c \\ M_{0h;+-}^{(J=1)} &= M_{0h;-+}^{(J=1)}, \text{ και } M_{0h;-+}^{(J=1)} = M_{h0;-+}^{(J=1)}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

όπου  $c = g \cos \theta_W \frac{2 m_{\tilde{\chi}}}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}}$ . Η σταθερά  $A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}}$  δίνεται από την σχέση (Γ.2).

### (ii) Ανταλλαγή μποζονίων Higgs

Με όμοιο τρόπο, η ανταλλαγή Higgs οδηγεί στην έκφραση του πλάτους σκέδασης που

ακολουθεί,

$$\mathcal{M}_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J), H_k} = \delta_{J0} \delta_{h_3 h_4} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \left[ (\delta_{\lambda_1} + \delta_{\lambda_{-1}}) - \delta_{\lambda_0} \left( \frac{2 E_3^2}{M_W^2} - 1 \right) \right] \frac{(2 \lambda_{H_k}^W)(g_S^{H_k} p_1 + g_A^{H_k} E_1 h_3)}{(s - M_{H_k}^2 + i \Gamma_{H_k} M_{H_k})} \quad (4.30)$$

Οι συζευξεις των σωματιδίων Higgses με τα neutralinos  $g_S, g_A$  δίνονται στο παράρτημα (Γ) και συγκεκριμένα στην εξίσωση (Γ.6). Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης των μποζονίων Higgs με τα μποζόνια W δίνεται από την σχέση (Γ.12).

### Συνεισφορές στα κανάλια $t$ & $u$ : Ανταλλαγή chargino

Ένα πλάτος σκέδασης  $\mathcal{M}_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J)}$  όπου οι τελικές καταστάσεις είναι σωματίδια με σπιν  $s = 1$  μπορεί να γραφεί ως,

$$\mathcal{M}_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J)} = \frac{f_0 d_{\mu\mu'}^{(0)} + f_1 d_{\mu\mu'}^{(1)} + f_2 d_{\mu\mu'}^{(2)}}{1 - a \cos \theta}, \quad (4.31)$$

όπου  $a = \frac{2 p_1 p_3}{F(s)}$  όπως ορίστηκε στην παράγραφο 4.1 με  $\mu = h_3 - h_4, \mu' = \lambda_1 - \lambda_2$ . Τα στοιχεία  $f_{0,1,2}$  εξαρτώνται από τις ελικότητες  $\lambda_1 \lambda_2$  των εισερχομένων neutralinos και των  $h_3 h_4$  των παραγομένων διανυσματικών μποζονίων. Αναπτύσσοντας τον διαδότη της σχέσης (4.31) όπως στην σχέση 4.25 τελικά λαμβάνουμε (δες Δ),

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{(t,u), h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J), \tilde{c}} = \frac{1}{(2J+1)} [ & f_{t,u}^{(0)}(\tilde{c}_1) X^{(0)} + f_{t,u}^{(0)}(\tilde{c}_2) Y^{(0)} + \\ & f_{t,u}^{(1)}(\tilde{c}_1) X^{(1)} + f_{t,u}^{(1)}(\tilde{c}_2) Y^{(1)} + \\ & f_{t,u}^{(2)}(\tilde{c}_1) X^{(2)} + f_{t,u}^{(2)}(\tilde{c}_2) Y^{(2)}] \end{aligned} \quad (4.32)$$

Στην έκφραση (4.32) με  $\tilde{c}_{1,2}$  συμβολίζουμε τις συνεισφορές από τις ιδιοκαταστάσεις μάζας των charginos.

$$\begin{aligned} f_t^{(i)}(\tilde{c}) = \frac{2m_{\tilde{\chi}}}{F_W} \left( \frac{|C_L^2| + |C_R^2|}{2} FQ^{(i)} + \frac{|C_L^2| - |C_R^2|}{2} FQ5^{(i)} + \right. \\ \left. Re(C_L C_R^*) m_{\tilde{c}} F M^i + i Im(C_L C_R^*) m_{\tilde{c}} F M5^i \right) \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} f_u^{(i)}(\tilde{c}) = \frac{2m_{\tilde{\chi}}}{F_W} \left( -\frac{|C_L^2| + |C_R^2|}{2} F'Q^{(i)} + \frac{|C_L^2| - |C_R^2|}{2} F'Q5^{(i)} - \right. \\ \left. Re(C_L C_R^*) m_{\tilde{c}} F' M^i - i Im(C_L C_R^*) m_{\tilde{c}} F' M5^i \right) \end{aligned}$$

με  $i = 0, 1, 2$ .

Οι ποσότητες  $FQ^{(i)}, FQ5^{(i)}, FM^i, FM5^i$  αφορούν το κανάλι -t και είναι διαφορετικές για κάθε συνδυασμό ελικοτήτων  $\{h_3, h_4; \lambda_1 \lambda_2\}$  δίνονται στον πίνακα (Δ.3). Οι ποσότητες

$F'Q^{(i)}$ ,  $F'Q5^{(i)}$ ,  $F'M^i$ ,  $F'M5^i$  για το κανάλι -u σχετίζονται με τις αντίστοιχες του καναλιού-  
u,

$$f_{\{h_3, h_4; \lambda_1 \lambda_2\}}^{(u)} = f_{\{h_3, h_4; -\lambda_2 - \lambda_1\}^{(t)}} |_{p_3 \rightarrow -p_3}$$

όπου  $p_3$  είναι ορμή του εξερχομένου μποζονίου  $W$ .

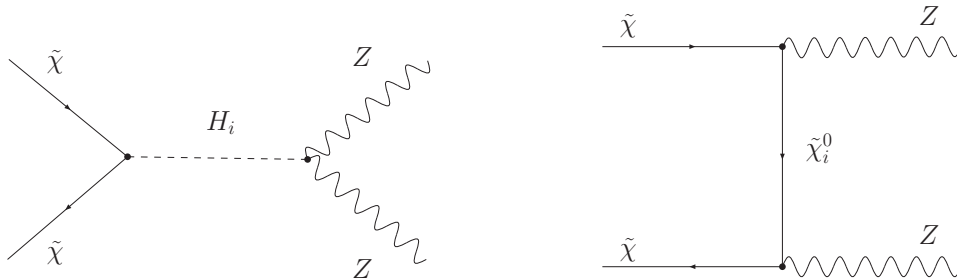
Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης των charginos με το neutralino και το μποζόνιο  $W$  καθώς και οι σταθερές σύζευξης  $C_L, C_R$  δίνονται στην σχέση (Γ.14) του παραρτήματος Γ.2. Ισχύει επίσης ότι  $F_W(s) = \frac{s}{2} + m_{\tilde{e}}^2 - m_{\tilde{\chi}} - M_W^2$ . Οι ποσότητες  $X^{(0,1,2)}$ ,  $Y^{(0,1,2)}$  ορίζονται για την κάθε ιδιοκατάσταση μάζας  $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2$  του chargino αντίστοιχα με τον ακόλουθο τρόπο,

$$\begin{aligned} X^{(0)}(J, \mu, \mu') &= \Pi_J \delta_{\mu 0} \delta_{\mu' 0} \\ X^{(1)}(J, \mu, \mu') &= \sum_{n=|J-1|}^{n=J+1} \Pi_n C_J^{1n}(\mu) C_J^{1n}(\mu') \\ X^{(2)}(J, \mu, \mu') &= \sum_{n=|J-2|}^{n=J+2} \Pi_n C_J^{2n}(\mu) C_J^{2n}(\mu'), \end{aligned} \quad (4.33)$$

για την ιδιοκατάσταση  $\tilde{c}_1$  και  $Y^{(0,1,2)}$  οι αντίστοιχες εκφράσεις για την ιδιοκατάσταση  $\tilde{c}_2$  του chargino. Τα πολυώνυμα  $\Pi_n(a_W)$  ορίζονται από την σχέση (4.26) όπου  $a_W = \frac{\sqrt{(s - 4 m_{\tilde{\chi}}^2)(s - 4 M_W^2)}}{2 F_W(s)}$  και εξαρτώνται μέσω της ποσότητας  $F_W(s)$  από την μάζα του εμπλεκόμενου chargino. Με  $C_J^{1n} C_J^{2n}$  συμβολίζονται οι συντελεστές Clebsh-Gordan (βλέπε παράρτημα Δ' και τους πίνακες Δ'.1 και Δ'.2).

#### 4.4 Εφαρμογή για την διαδικασία $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow Z Z$

Οι συνεισφορές στο πλάτος εξαϋλωσης  $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow Z Z$  δίνονται στο σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4: Διαγράμματα Feynmann σε προσέγγιση δένδρου για την εξαϋλωση των neutralinos σε ζεύγη ουδέτερων μποζονίων  $Z$ .

### Συνεισφορές στο κανάλι $s$ - Ανταλλαγή μποζονίων Higgs

Το πλάτος σκέδασης, σε αντιστοιχία με την περίπτωση κατά την οποία οι τελικές καταστάσεις αποτελούνται από φορτισμένα μποζόνια  $W$ , δίνεται από την σχέση,

$$M = \delta_{J0} \delta_{h_3 h_4} \delta_{\lambda_1 \lambda_2} \left[ (\delta_{\lambda_1} + \delta_{\lambda_{-1}}) - \delta_{\lambda_0} \left( \frac{2E_3^2}{M_Z^2} - 1 \right) \right] \frac{2 \lambda_{H_k}^Z}{(s - M_{H_k}^2 + i \Gamma_{H_k} M_{H_k})} (g_S^{H_k} p_1 + g_A^{H_k} E_1 h_3) \quad (4.34)$$

όπου η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης των Higgses με το μποζόνιο  $Z$  και η σταθερά σύζευξης  $\lambda_{H_k}^Z$  δίνονται από την σχέση (Γ.13).

### Συνεισφορές στα κανάλια $t$ & $u$ : Ανταλλαγή neutralino

Τα πλάτη εξαΰλωσης μπορούν να διαβαστούν από τα αντίστοιχα της περίπτωσης όπου οι τελικές καταστάσεις είναι ζεύγη  $W^\pm$ , αλλάζοντας τις ζεύξεις και την μάζα του μποζονίου  $W$  σε μάζα του  $Z$ . Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης μεταξύ των neutralinos και των μποζονίων  $Z$  δίνεται στην παράγραφο Γ.1.1 του παραρτήματος Γ.

## 4.5 Εξαΰλωση των LSPs σε τελική κατάσταση με σωματίδια Higgs .

Η εξαΰλωση των LSPs σε τελικές καταστάσεις  $HV$  ή  $HH$  όπου  $H$  είναι ουδέτερο ή φορτισμένο Higgs και  $V$  το διανυσματικό μποζόνιο  $W$  ή  $Z$ , είναι πιθανή. Στο Καθολικά Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο που εξετάζουμε στην παρούσα διατριβή, τα τέσσερα από τα πέντε σωματίδια Higgs είναι βαριά με μάζες της τάξης της κλίμακας παραβίασης της Υπερσυμμετρίας και έχουν μικρή συνεισφορά. Στα κανάλια αυτά επομένως η επίδραση της παραβίασης της συμμετρίας CP είναι ανεπαίσθητη. Άρα χρησιμοποιούμε τα πλάτη εξαΰλωσης της βιβλιογραφίας όπου η συμμετρία CP διατηρείται (βλ. Lahanas *et. al.*, [140]). Εξαιρέση αποτελεί η παραγωγή του ελαφρού Higgs του οποίου το πλάτος συμμετέχει κυρίως στην περιοχή του Σημείου Εστίασης (Focus Point). Η συνεισφορά του είναι μικρότερη από τα κανάλια εξαΰλωσης σε  $WW$ ,  $ZZ$  με την παραβίαση της συμμετρίας CP να είναι επίσης μικρή. Και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε τα ευρήματα της προηγούμενης αναφοράς για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων μας.

$\lambda_3 \lambda_4 \lambda_1 \lambda_2$	$\mu \mu'$	$\hat{F}_{\lambda_3 \lambda_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J), \bar{f}}$
$++++$ $++--$ $--++$ $----$	$\mu = 0$ $\mu' = 0$	<p style="text-align: center;">άρτιο <math>J</math></p> $\hat{M}_{\lambda_1}^{(\lambda_3 \lambda_4)} \left[ \Pi_J + (-1)^{\lambda_3 - \lambda_1} \left( \Pi_{J-1} \frac{J}{2J-1} + \Pi_{J+1} \frac{J+1}{2J+3} \right) \right]$
$+ - ++$ $+ - --$ $- + ++$ $- + --$	$\mu = 0$ $\mu' \neq 0$	<p style="text-align: center;">άρτιο <math>J</math></p> $\mu' \hat{M}_{\lambda_1}^{(\lambda_3 \lambda_4)} \left[ \sqrt{J(J+1)} \left( \frac{\Pi_{J-1}}{2J-1} - \frac{\Pi_{J+1}}{2J+3} \right) \right]$
$+++-$ $--+-$ $++-+$ $-- - +$	$\mu \neq 0, \mu' = 0$	<p style="text-align: center;"><math>J \geq 1</math></p> $\frac{\sqrt{J(J+1)}}{2} \left[ -\hat{M}_2^{(\lambda_3 \lambda_4)} + (-1)^J \hat{M}_3^{(\lambda_3 \lambda_4)} \right] \left( \frac{\Pi_{J-1}}{2J-1} - \frac{\Pi_{J+1}}{2J+3} \right)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;"><math>(-1)^J \otimes (\text{προηγούμενο})</math></p>
$+ - +-$ $- + +-$ $+ - --$ $- + --$	$\mu \neq 0, \mu' \neq 0$	<p style="text-align: center;"><math>J \geq 1</math></p> $-sign(\mu') \frac{1}{2} \left[ -\hat{M}_2^{(\lambda_3 \lambda_4)} + (-1)^J \hat{M}_3^{(\lambda_3 \lambda_4)} \right] \Pi_J +$ $+ \frac{1}{2} \left[ \hat{M}_2^{(\lambda_3 \lambda_4)} + (-1)^J \hat{M}_3^{(\lambda_3 \lambda_4)} \right] \left( \Pi_{J-1} \frac{J+1}{2J-1} + \Pi_{J+1} \frac{J}{2J+3} \right)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;"><math>(-1)^J \otimes (\text{προηγούμενο})</math></p>

Πίνακας 4.2: Οι μη μηδενικοί πίνακες  $\hat{F}$  που εμφανίζονται στην εξ. (4.27). Οι πίνακες  $\hat{M}$  δίνονται στον πίνακα 4.3. Το  $\pm$  στην στήλη της ελικότητας αναπαριστά τις τιμές αυτές  $\pm \frac{1}{2}$ .

	$\hat{M}$
$\mu = 0, \mu' = 0$	$\hat{M}_+^{++} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_-^2 & -\hat{A}_- \hat{B}_- \\ -\hat{A}_- \hat{B}_- & -\hat{B}_-^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_-^{++} = \begin{pmatrix} \hat{A}_+^2 & -\hat{A}_+ \hat{B}_+ \\ -\hat{A}_+ \hat{B}_+ & \hat{B}_+^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_+^{--} = \begin{pmatrix} \hat{A}_+^2 & \hat{A}_+ \hat{B}_+ \\ \hat{A}_+ \hat{B}_+ & \hat{B}_+^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_-^{--} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_-^2 & \hat{A}_- \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_- & -\hat{B}_-^2 \end{pmatrix}$
$\mu = 0, \mu' \neq 0$	$\hat{M}_+^{+-} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_- \hat{B}_+ \\ -\hat{A}_+ \hat{B}_- & -\hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_-^{+-} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_- \hat{A}_+ & \hat{A}_+ \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_+ & -\hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_+^{-+} = \begin{pmatrix} \hat{A}_- \hat{A}_+ & \hat{A}_+ \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_+ & \hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_-^{-+} = \begin{pmatrix} \hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_- \hat{B}_+ \\ -\hat{A}_+ \hat{B}_- & \hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$
$\mu \neq 0, \mu' = 0$	$\hat{M}_2^{++} = \begin{pmatrix} \hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_- \hat{B}_+ \\ \hat{A}_+ \hat{B}_- & -\hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_3^{++} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_+ \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_+ & \hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_2^{--} = \begin{pmatrix} \hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_+ \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_+ & -\hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$ $\hat{M}_3^{--} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_- \hat{A}_+ & -\hat{A}_- \hat{B}_+ \\ \hat{A}_+ \hat{B}_- & \hat{B}_- \hat{B}_+ \end{pmatrix}$
$\mu \neq 0, \mu' \neq 0$	$\hat{M}_2^{+-} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_-^2 & \hat{A}_- \hat{B}_- \\ -\hat{A}_- \hat{B}_- & \hat{B}_-^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_3^{+-} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_+^2 & -\hat{A}_+ \hat{B}_+ \\ \hat{A}_+ \hat{B}_+ & \hat{B}_+^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_2^{-+} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_+^2 & \hat{A}_+ \hat{B}_+ \\ -\hat{A}_+ \hat{B}_+ & \hat{B}_+^2 \end{pmatrix}$ $\hat{M}_3^{-+} = \begin{pmatrix} -\hat{A}_-^2 & -\hat{A}_- \hat{B}_- \\ \hat{A}_- \hat{B}_- & \hat{B}_-^2 \end{pmatrix}$

Πίνακας 4.3: Οι πίνακες  $\hat{M}$  που εμφανίζονται στον πίνακα 4.2.

## Κεφάλαιο 5

# Αριθμητική επεξεργασία - Συμπεράσματα

### 5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της αριθμητικής ανάλυσης κατά την οποία αναζητούμε περιοχές του παραμετρικού χώρου, συμβατές με τα δεδομένα της κοσμολογίας, των μετρήσεων των ΗΔΡ και των επιταχυντών. Το θεωρητικό πλαίσιο βασίζεται στο Καθολικά Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Πρότυπο (CMSSM) παρουσία φάσεων που παραβιάζουν την συμμετρία CP, στην περίπτωση που δεν υπάρχουν αναμειγνύσιμες διαφορετικών γενεών στα squarks και τα sleptons σε προσέγγιση δένδρου [131]. Συγκεκριμένα λαμβάνουμε υπ' όψη,

- i. Την εξέλιξη όλων των φάσεων με την ενέργεια μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2 - βρόχων (βλ. παράγραφο 3.4.1). Η εξέλιξη αυτή, είναι δυνατόν να δώσει μεγάλες τιμές των φάσεων σε χαμηλές ενέργειες με αποτέλεσμα να επηρεαστούν οι υπολογιζόμενες ΗΔΡ. Δείχνεται ότι ακόμα και μικρές φάσεις στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  είναι δυνατόν να επάγουν μεγάλες διορθώσεις ώστε να παραβιάζονται τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ. Ένα τέτοιο παράδειγμα δίνεται στην αναφορά [109] για την φάση της "ήπιας" τριγραμμικής σταθεράς, η οποία επηρεάζει τις φάσεις των όρων μάζας των gauginos. Κάποιες από τις υπερσυμμετρικές φάσεις, όπως για παράδειγμα η φάση του gluino, παρουσιάζουν ιδιαίτερο φαινομενολογικό ενδιαφέρον διότι η ενεργειακή τους εξέλιξη οδηγεί στην δημιουργία μη μηδενικών φάσεων στις υπόλοιπες "ήπιες" υπερσυμμετρικές παραμέτρους με επακόλουθο να επηρεάζονται οι ΗΔΡ.
- ii. Τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού των Higgses σε προσέγγιση

1-βρόχου, παρουσία πηγών που παραβιάζουν την συμμετρία CP (βλ. παράγραφο 3.4.2). Λαμβάνοντας υπ' όψη όλες τις συνεισφορές σε προσέγγιση 1-βρόχου στο ενεργό δυναμικό, προκύπτει μια σχετική μετατόπιση φάσης (phase misalignment) μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών στο κενό των πεδίων Higgs, η οποία διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην φαινομενολογία. Η φάση αυτή δεν είναι δυνατόν να απαλειφθεί με μετασχηματισμούς  $U(1)$  Peccei-Quinn ή συμμετριών  $-R$  ακόμα και αν η παράμετρος ανάμειξης των ισοτοπικών διπλετών Higgs θεωρηθεί πραγματικός αριθμός. Η εμφάνισή της οφείλεται στις κβαντικές διορθώσεις 1-βρόχου του ενεργού δυναμικού. Στην μελέτη μας παρουσιάζουμε μια βελτιωμένη ανάλυση σε σχέση με τις προϋπάρχουσες της βιβλιογραφίας [135, 136] και σε συνδυασμό με τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης αναδεικνύουμε τον ρόλο της φάσης αυτής στον υπολογισμό των ΗΔΡ και της περίσσειας των ελαφρύτερων neutralinos.

- iii. Την επίδραση των φάσεων των ισχυρών αλληλεπιδράσεων στις ΗΔΡ. Σε προσέγγιση 1-βρόχου, η φάση του gluino δεν επηρεάζει την ΗΔΡ του ηλεκτρονίου, όπως συζητήθηκε στην παράγραφο 3.4.1 ενώ σε προσέγγιση 2-βρόχων επάγει μη μηδενικές φάσεις σε χαμηλές ενέργειες οι οποίες σχετίζονται άμεσα με την ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και οι οποίες απουσιάζουν σε προσέγγιση 1-βρόχου. Η φάση του gluino είναι παρατηρήσιμη ποσότητα κατά την παραγωγή των gluinos στο εργαστήριο και επηρεάζει την περίσσεια του neutralino έμμεσα μέσω των διορθώσεων στην μάζα του κουάρκ  $b$ . Επίσης επηρεάζει την εξέλιξη των παραμέτρων με την ενεργειακή κλίμακα μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, επάγονται μεγάλες κβαντικές διορθώσεις στην σύζευξη Yukawa του bottom με συνέπεια να εμφανίζονται πόλοι Landau σε μεγάλες τιμές της  $\tan \beta$  [137].
- iv. Την σχετικά πρόσφατη τιμή της μάζας του top,  $m_t = 171.4 \pm 2.1$  GeV [138] η οποία επιδρά στην θέση και το σχήμα των κοσμολογικά επιτρεπών περιοχών οι οποίες έχουν την μορφή χοάνης και σχηματίζονται όταν τα neutralinos που εξαυλώνονται έχουν ενέργεια κοντά στον συντονισμό μάζας των Higgses [139]. Η τιμή αυτή είναι μικρότερη από αυτή που χρησιμοποιήθηκε σε προγενέστερες μελέτες. Οι χοάνες αυτές είναι πολύ ευαίσθητες στις μάζες του top και του bottom [140] που αποτελούν δεδομένα εισόδου στον αριθμητικό μας κώδικα. Η κεντρική τιμή  $m_t = 171.4$  GeV της μάζας του top είναι ελαφρώς χαμηλότερη κατά 0.5 GeV σύμφωνα με πιο πρόσφατες αναλύσεις των πειραμάτων CDF και D0 [141]. Στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιείται η τιμή  $m_t = 171.4$  GeV εκτός αν υποδηλώνεται διαφορετικά.



Στην ανάλυσή μας ακολουθούμε την προσέγγιση κατά την οποία οι τιμές των παραμέτρων της θεωρίας είναι δεδομένες στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$ . Η αντιμετώπιση αυτή είναι η φυσιολογική αντιμετώπιση εφ' όσον η φυσική που περιγράφει των χαμηλών ενεργειών απορρέει από μια πιο θεμελιώδη θεωρία που περιγράφει την φυσική σε πολύ υψηλές ενέργειες, κοντά στη μάζα του Planck. Κατ' αυτόν τον τρόπο οι φάσεις που παραβιάζουν την συμμετρία CP δεν ρυθμίζονται στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα, έτσι ώστε να ικανοποιούνται τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ, αλλά προκύπτουν από τις τιμές εισόδου που δίνονται στην κλίμακα ενοποίησης μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης για τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη όλων των εμπλεκόμενων παραμέτρων. Παρουσιάζει επομένως ενδιαφέρον η διερεύνηση των συνθηκών εκείνων που εξασφαλίζουν κοσμολογικά αποδεκτές περιοχές του παραμετρικού χώρου όπου ικανοποιούνται οι περιορισμοί που επιβάλλουν οι ΗΔΡ, για μεγάλες τιμές των φάσεων που απαιτούνται από τα θεωρητικά πρότυπα της Βαρυογένεσης και άλλα φαινομενολογικά ζητήματα. Στην παρούσα μελέτη επικεντρωνόμαστε στην εξαϋλωση ζευγών των LSPs μέσω συντονισμού Higgs η οποία είναι μία από τις κυρίαρχες διαδικασίες που εξασφαλίζει τιμές της περίσσειας Σκοτεινής Ύλης των neutralinos εντός των κοσμολογικών ορίων, για μεγάλα  $\tan \beta$ .

Για τον σκοπό αυτό έχουμε αναπτύξει αριθμητικό κώδικα σε Fortran στον οποίο οι "ήπιες" μάζες και τριγγραμμικές σταθερές είναι διαγώνιες στον χώρο των οικογενειών. Όπως προαναφέρεται, δίνουμε ιδιαίτερη προσοχή στις εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε 2-βρόχους από τις οποίες προκύπτει το φάσμα μαζών των σωματιδίων και στην επίδραση που έχουν οι πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP τόσο στις εξισώσεις αυτές όσο και στις παραμέτρους που προκύπτουν σε χαμηλές ενέργειες. Στην παράγραφο 5.2 παρουσιάζουμε την ενεργειακή εξέλιξη των φάσεων μέσα από τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης και την επίδρασή τους στις υπολογιζόμενες ΗΔΡ. Στην παράγραφο 5.3 αναλύονται οι περιορισμοί που επιβάλλουν στον παραμετρικό χώρο τα δεδομένα από τις ΗΔΡ και την κοσμολογία και παρουσιάζονται τα σχετικά αποτελέσματα. Στην παράγραφο 5.4 συνοψίζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα της αριθμητικής ανάλυσης.

## 5.2 Η επίδραση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης στις φάσεις

Σύμφωνα με την προσέγγισή μας έχουμε ως δεδομένα εισόδου τις τιμές των μέτρων και των φάσεων των "ήπιων" μαζών και τριγγραμμικών συζεύξεων στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  η οποία ορίζεται ως η ενέργεια στην οποία εξισώνονται οι ζεύξεις βαθμίδας  $\alpha_{1,2}$ . Αν και υπάρχει η δυνατότητα για πιο γενικευμένη μελέτη, επικεντρωνόμαστε στην περίπτωση

που επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες στα μέτρα των " ήπιων " παραμέτρων. Οι τιμές των ζεύξεων Yukawa και των ζεύξεων βαθμίδας στην κλίμακα  $M_{GUT}$  προκύπτουν από τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης με αρχικές συνθήκες τις τιμές τους σε χαμηλές ενέργειες. Η διαδικασία γίνεται με επαναληπτικό τρόπο μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση στις τιμές των παραμέτρων  $m_3^2, \mu$  οι οποίες αποτελούν εξαγόμενες ποσότητες. Τα κριτήρια σύγκλισης του αριθμητικού κώδικα είναι διαμορφωμένα έτσι ώστε να ελέγχονται αυτές οι παράμετροι σε κάθε κύκλο επανάληψης. Σε ό,τι αφορά τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού, αυτές επιβάλλονται στην κλίμακα  $Q_{min}$ , η οποία ορίζεται ως γεωμετρικός μέσος όρος των μαζών των stops  $Q_i = (m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2})^{1/2}$ . Στην ενέργεια αυτή θεωρούμε πραγματική την παράμετρο  $m_3^2$  χωρίς βλάβη της γενικότητας. Στη βάση αυτή οι συνθήκες ελαχιστοποίησης έχουν την απλούστερη μορφή. Σε οποιαδήποτε άλλη κλίμακα, επομένως και στην κλίμακα  $M_{GUT}$ , η παράμετρος αυτή είναι μιγαδική και η φάση της προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης. Οι υπόλοιπες φάσεις θεωρούνται δεδομένες στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  και οι τιμές στους σε διαφορετικές ενέργειες καθορίζονται από τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης.

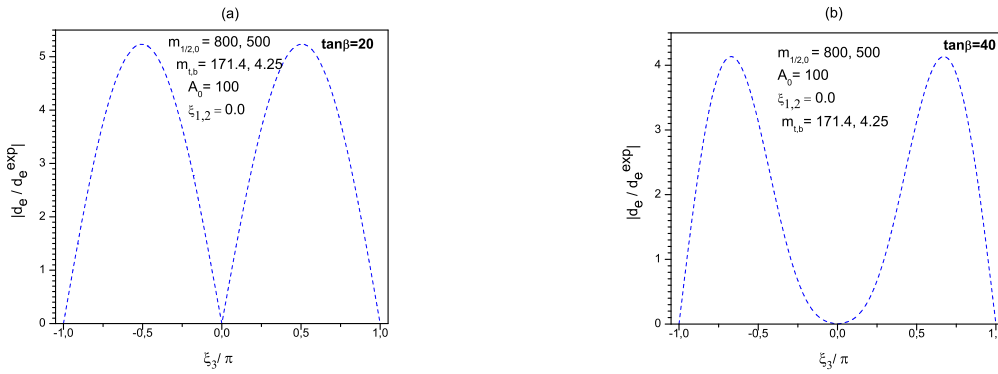
Για την κατανόηση της επίδρασης των εξισώσεων επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων στις φάσεις και κατά συνέπεια στις υπολογιζόμενες ΗΔΡ ως θεωρήσουμε την περίπτωση όπου η μόνη μη μηδενική φάση στην κλίμακα  $M_{GUT}$  είναι η φάση του gluino  $\xi_3$ . Στον πίνακα 5.1, παρουσιάζονται οι τιμές των φάσεων των παραμέτρων μάζας των gauginos  $M_{1,2}$  και της τριγυραμμικής σταθεράς του ηλεκτρονίου  $A_e$  στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα όταν  $\xi_3 = 2\pi/10$  στην κλίμακα  $M_{GUT}$ . Οι φάσεις των  $M_{1,2}$  είναι  $\sim 10^{-2}$  και της  $A_e$  είναι  $\phi_{A_e} \sim 10^{-1}(10^{-2})$  όταν  $\tan \beta = 50(10)$ . Παρουσιάζουμε επίσης και την τιμή της σχετικής μετατόπισης φάσης  $\theta$  η οποία επηρεάζει τις ΗΔΡ. Παρατηρούμε ότι οι τιμές της ΗΔΡ του ηλεκτρονίου που προκύπτουν για τα συγκεκριμένα δεδομένα, είναι μεγαλύτερες από το πειραματικό όριο,  $|d_e^{exp}| < 1.6 \times 10^{-27}$  e cm παρ' όλο που μόνο η φάση του gluino είναι μη μηδενική στην κλίμακα  $M_{GUT}$ . Αυτό γενικεύεται σε μεγάλες περιοχές του παραμετρικού χώρου  $(m_0, M_{1/2})$ .

Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζεται ο λόγος  $|d_e/d_e^{exp}|$  της υπολογιζόμενης ΗΔΡ του ηλεκτρονίου ως προς την πειραματική τιμή ως συνάρτηση της φάσης  $\xi_3$  την οποία θεωρούμε και σε αυτή την περίπτωση την μοναδική μη μηδενική φάση στην κλίμακα ενοποίησης, για δύο διαφορετικές τιμές της  $\tan \beta = 20, 40$ . Για να ικανοποιείται το πειραματικό όριο της ΗΔΡ του ηλεκτρονίου, ο λόγος αυτός πρέπει να είναι μικρότερος από την μονάδα. Φαίνεται ότι η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την φάση του gluino, γεγονός το οποίο δεν συμβαίνει όταν θεωρήσουμε τις εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 1 - βρόχου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι επιτρεπτές τιμές της γωνίας  $\xi_3$  να πε-

$$M_{1,2,3} = 900, m_0 = 800, A_0 = 500, m_t = 171.4, m_b = 4.25$$

$\xi_3 = 2\pi/10$	$arg(M_1)$	$arg(M_2)$	$arg(A_e)$	$\theta$	$10^{26} \times d_e$
$\tan \beta = 50$	-0.0144	-0.0198	-0.1735	0.0465	+1.0845
$\tan \beta = 10$	-0.0149	-0.0209	-0.0079	0.0006	-0.1654

Πίνακας 5.1: Οι επαγόμενες φάσεις των  $M_{1,2}, A_e$ , η σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  και η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα  $M_Z$  όταν η φάση του gluino  $\xi_3 = \pi/5$  είναι η μόνη μη μηδενική φάση στην κλίμακα ενοποίησης για  $\tan \beta = 50, 10$  αντίστοιχα. Τα δεδομένα εισόδου (σε GeV) δίνονται στο πάνω μέρος του πίνακα.



Σχήμα 5.1: Ο λόγος  $|d_e/d_e^{exp}|$  της υπολογιζόμενης ΗΔΡ του ηλεκτρονίου ως προς το πειραματικό όριο συναρτήσεως της φάσης του gluino  $\xi_3$ , για τιμές της παραμέτρου  $\tan \beta = 20$  (αριστερά) και  $\tan \beta = 40$  (δεξιά). Τα υπόλοιπα δεδομένα παρουσιάζονται πάνω στο σχήμα.

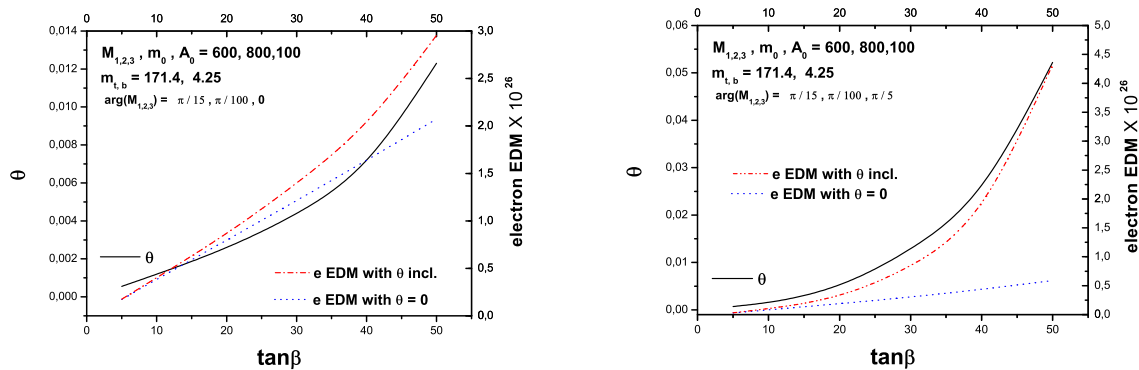
ριορίζονται γύρω από τα  $0, \pm\pi$  για  $\tan \beta = 20$ . Αυξάνοντας την τιμή της παραμέτρου  $\tan \beta$  σε  $\tan \beta = 40$  η εξάρτηση αυτή εξακολουθεί να υπάρχει με την διαφορά ότι η επιτρεπτή περιοχή τιμών της  $\xi_3$  να διευρύνεται. Στην περίπτωση αυτή λοιπόν οι μεγάλες τιμές  $\tan \beta$  αφήνουν περιθώρια για μη τριτοκλίμακους φάσεις των gluinos οι οποίες διευκολύνουν την μείωση της ΗΔΡ του νετρονίου κατά τον γνωστό μηχανισμό αλληλοαναιρέσεως των συνεισφορών στις ΗΔΡ των φερμιονίων [97], [100].

Ο μηχανισμός αλληλοαναιρέσεως επηρεάζεται και από την εξάρτηση των φάσεων των  $M_1, M_2, A_e$  από την  $\xi_3$  όταν οι φάσεις δοθούν στην κλίμακα ενοποίησης. Μεταβάλλοντας την φάση  $\xi_1$  μέχρι η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου να γίνει πολύ μικρότερη από το πειραματικό όριο, μια επακόλουθη μεταβολή της φάσης  $\xi_3$  στην κλίμακα  $M_{GUT}$  ώστε να επιτύχουμε αποδεκτή τιμή της ΗΔΡ του νετρονίου ως προς τα πειραματικά δεδομένα [100], θα

μεταβάλλει την αρχική τιμή της  $\xi_1$  με αποτέλεσμα να διαταραχθεί η αρχικά ευρεθείσα αλληλοαναίρεση μεταξύ των συνεισφορών του *neutralino* και του *chargino* στην ΗΔΡ  $d_e$ . Βεβαίως κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει όταν οι φάσεις δίνονται στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα. Επομένως ο καθορισμός των φάσεων στην κλίμακα ενοποίησης, που οδηγούν σε αλληλοαναίρεση των συνεισφορών στις ΗΔΡ παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες που δεν είναι εμφανείς στην προσέγγιση 1-βρόχου των εξισώσεων επανακανονικοποίησης. Επιπλέον, ακόμα κι αν βρεθούν οι κατάλληλες τιμές φάσεων στην κλίμακα ενοποίησης ώστε να εφαρμοστεί ο μηχανισμός αλληλοαναίρεσης και να προκύψουν αποδεκτές τιμές των ΗΔΡ του νετρονίου και του ηλεκτρονίου, είναι δύσκολο να σκιαγραφήσουμε περιοχές του παραμετρικού χώρου όπου εξακολουθούν να ικανοποιούνται αυτές οι ΗΔΡ, μεταβάλλοντας τις υπερσυμμετρικές παραμέτρους κατά μία παράμετρο κλίμακας όπως υποδεικνύεται στην αναφορά [100]. Αυτό συμβαίνει διότι οι φάσεις που επάγονται σε χαμηλές ενεργειακές κλίμακες, λόγω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης, εξαρτώνται από τα δεδομένα των υπερσυμμετρικών παραμέτρων. Μια μεταβολή των παραμέτρων αυτών είναι δυνατόν να μεταβάλει έστω και λίγο τις επαγόμενες φάσεις και να διαταράξει τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης. Συνεπώς ο συγκεκριμένος μηχανισμός εφαρμόζεται καλύτερα στην προσέγγιση κατά την οποία οι αρχικές τιμές των παραμέτρων δίνονται σε χαμηλές ενέργειες. Παρ' όλα αυτά εξακολουθεί να είναι ένα ισχυρό εργαλείο για να εντοπίσουμε περιοχές συμβατές με τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ και άλλα δεδομένα, όταν υπάρχουν φάσεις που παραβιάζουν την συμμετρία CP .

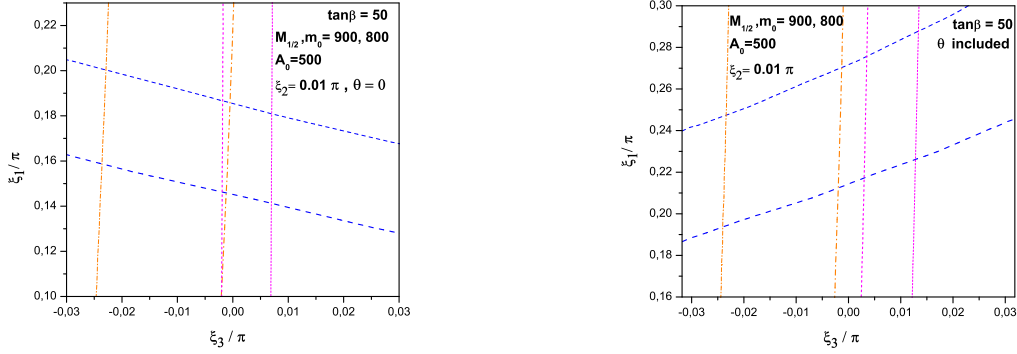
Η σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών στο κενό των πεδίων Higgs διαδραματίζει επίσης σημαντικό ρόλο στην ανάλυσή μας. Αποτελεί μια μετρήσιμη ποσότητα και δεν μπορεί να απαλειφθεί με μετασχηματισμούς όπως προαναφέρθηκε [43, 135, 136]. Επηρεάζει φυσικές ποσότητες όπως για παράδειγμα τις μάζες των *neutralinos*, των *charginos* και των *sfermions* οι οποίες εξαρτώνται από τον συνδυασμό,  $arg(\mu) + \theta$ . Ακόμη διευρύνει τα πλάτη διάσπασης των Higgses σε ζεύγη  $b\bar{b}$  [136] γεγονός που έχει άμεσες συνέπειες στον καθορισμό των παραμετρικών περιοχών όπου η εξαϋλωση των *neutralinos* λαμβάνει χώρα κοντά σε συντονισμούς μάζας των Higgses . Οι περιοχές αυτές μας ενδιαφέρουν από κοσμολογική άποψη διότι εξασφαλίζουν τιμές της περίσσειας της Σκοτεινής Ύλης εντός των επιτρεπών ορίων. Η φάση  $\theta$  επηρεάζει και τον υπολογισμό των ΗΔΡ κυρίως στην περιοχή των μεγάλων  $\tan\beta$ . Στο σχήμα 5.2 παρουσιάζονται οι τιμές της  $\theta$  και της ΗΔΡ του ηλεκτρονίου όταν περιλαμβάνεται η γωνία  $\theta$  στον υπολογισμό της και όταν αυτή είναι μηδέν. Στην αριστερή εικόνα, η φάση του *gluino* είναι μηδενική στη κλίμακα  $M_{GUT}$  και η διαφορά στην υπολογιζόμενη ΗΔΡ πλησιάζει και το 50% όταν  $\tan\beta = 50$ . Δεξιά, η φάση του *gluino* είναι μη μηδενική με αποτέλεσμα η διαφορά να

είναι πολύ μεγαλύτερη. Γίνεται κατανοητό επομένως ότι η σχετική μετατόπιση φάσης είναι δυνατόν να έχει δραστική επίδραση στις ΗΔΡ, ειδικά για μεγάλες τιμές  $\tan\beta$  η οποία είναι εντονότερη όταν η φάση του  $\tilde{g}$  πάρει μεγάλες τιμές στην κλίμακα ενοποίησης. Η παρουσία της γωνίας  $\theta$  επηρεάζει τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης όταν απαιτούνται μεγάλες τιμές της φάσης του  $\tilde{g}$  ώστε η ΗΔΡ του νετρονίου να πάρει τιμές συμβατές με τα πειραματικά δεδομένα. Αυτό ακριβώς παρουσιάζεται και στο σχήμα 5.3. Και στις δύο εικόνες φαίνονται οι περιοχές του επιπέδου  $(\xi_3, \xi_1)$  που επιτρέπονται σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου, του νετρονίου και του Υδραργύρου για τις ίδιες τιμές των μεταβλητών εισόδου που αναγράφονται. Στην αριστερή εικόνα, έχει αγνοηθεί η σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  και όπως φαίνεται υπάρχει μια μικρή λωρίδα όπου εφαρμόζοντας τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης είναι δυνατόν να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα τα πειραματικά όρια και για τις τρεις ΗΔΡ. Στην δεξιά εικόνα όμως όπου έχει ληφθεί υπ' όψη η φάση  $\theta$  και για τις ίδιες μεταβλητές εισόδου, ο μηχανισμός αλληλοαναίρεσης αδυνατεί να δώσει μια τέτοια περιοχή.



Σχήμα 5.2: Η σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  (συνεχής γραμμή) και η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου, όταν περιλαμβάνεται η γωνία  $\theta$  (διπλή-διακεκομμένη εστιγμένη γραμμή) και όταν  $\theta = 0$  (εστιγμένη γραμμή), για τα δεδομένα που αναγράφονται στο σχήμα. Οι μάζες δίνονται σε  $GeV$  και τα  $M_{1,2,3}, m_0, A_0$  αναφέρονται στα μέτρα των αντίστοιχων παραμέτρων. Αριστερά (δεξιά) η φάση του  $\tilde{g}$  είναι  $0$  ( $\pi/5$ ).

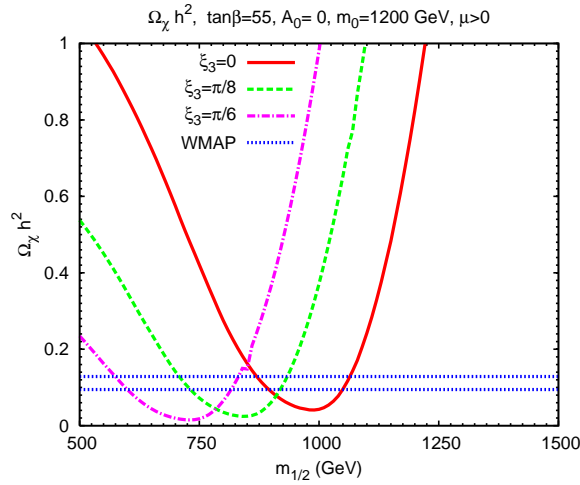
Οι φάσεις της παραμέτρου  $\mu$  και του  $\tilde{g}$  είναι σημαντικές για την αριθμητική ανάλυση. Η φάση  $\phi_\mu$  από μόνη της επηρεάζει την ΗΔΡ του ηλεκτρονίου ενώ και οι δύο επηρεάζουν τις κβαντικές διορθώσεις στην μάζα του bottom κυρίως για μεγάλα  $\tan\beta$ , όπως φαίνεται εξισώσεις (3.21), (3.22) με σημαντικό αποτέλεσμα να επιδρούν στην περίσσεια των neutralinos. Στο σχήμα 5.4 παριστάνεται γραφικά η περίσσεια των neutrali-



Σχήμα 5.3: Τα περιγράμματα των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου (μπλε διακεκομμένη γραμμή), του νετρονίου (πορτοκαλί επιμήκης διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή) και του Υδραργύρου (εστιγμένη γραμμή χρώματος ματζέντα) για  $M_{1/2} = 900, m_0 = 800, A_0 = 500$  σε GeV  $\tan \beta = 50$  και  $\xi_2 = 0.01 \pi$ . Αριστερά, έχουμε αγνοήσει την σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$ .

πος συναρτήσει της παραμέτρου  $m_{1/2}$  για διαφορετικές τιμές της φάσης του gluino . Καθώς η τιμή της  $\xi_3$  αυξάνεται, το ελάχιστο της περίσσειας των neutralinos μετατοπίζεται προς μικρότερες τιμές  $m_{1/2}$ .

Εάν οι τιμές των  $\phi_\mu, \xi_3$  στην Ηλεκτρασθενή κλίμακα είναι τέτοιες ώστε  $\cos(\phi_\mu + \xi_3) < 0$  οι διορθώσεις στην μάζα του bottom, ανάλογα με τα δεδομένα, μπορούν να γίνουν μεγάλες και αρνητικές για μεγάλα  $\tan \beta$ . Επομένως, σύμφωνα με την εξίσωση (3.20) μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλες τιμές της σταθεράς ζεύξης Yukawa του bottom. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να εμφανιστούν πόλοι Landau που εμποδίζουν τον συσχετισμό των φυσικών ποσοτήτων μεταξύ υψηλών και χαμηλών ενεργειών ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές των φάσεων και της παραμέτρου  $\tan \beta$ . Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζεται ακριβώς αυτή η κατάσταση όπου διερευνώνται η μάζα  $m_{H_3}$  ενός από τα Higgses , και το διπλάσιο της μάζας του ελαφρύτερου neutralino ,  $2 m_{LSP}$ , ως συναρτήσεις της παραμέτρου  $\tan \beta$ . Παρατηρούμε ότι οι τιμές των δύο αυτών μεγεθών πλησιάζουν όταν αυξάνει η  $\tan \beta$  και τελικά εξισώνονται στο σημείο όπου η περίσσεια του neutralino καθορίζεται κυρίως από την εξαϋλωση των ελαφρύτερων neutralinos μέσω του συντονισμού μάζας του Higgs . Εντούτοις η προσέγγιση των δύο μεγεθών σταματά απότομα, για  $\tan \beta \simeq 41.0$ , λόγω της ανάπτυξης πόλων Landau. Το γεγονός αυτό είναι επομένως δυνατόν να αποκλείσει σημεία του παραμετρικού χώρου και να συρρικνώσει τις περιοχές των κοσμολογικά αποδεκτών χοανών οι οποίες εμφανίζονται όταν  $m_{H_3} \approx 2 m_{LSP}$  .

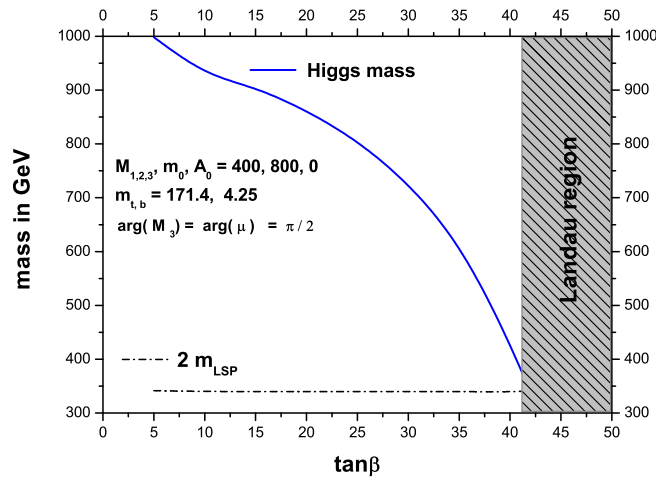


Σχήμα 5.4: Η περίσσεια των neutralinos συναρτήσεως της παραμέτρου  $m_{1/2}$ , για  $m_0 = 1200$  GeV,  $A_0 = 0$ ,  $\tan\beta = 55$ ,  $\mu > 0$  και για τρεις διαφορετικές τιμές της φάσης του gluino  $\xi_3 = 0, \pi/8$  και  $\pi/6$  (συνεχής, διακεκομμένη και διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή αντίστοιχα). Η περιοχή που είναι επιτρεπτή από τα δεδομένα του WMAP3 οριοθετείται από τις οριζόντιες εστιγμένες γραμμές.

### 5.3 Διερεύνηση επιτρεπτών περιοχών από τις κοσμολογικές παρατηρήσεις και τα δεδομένα των ΗΔΡ

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της διερεύνησης περιοχών του παραμετρικού χώρου του MSSM στις οποίες η περίσσεια του neutralino είναι εντός των ορίων που δίνει το WMAP3 αλλά ταυτόχρονα ικανοποιούνται οι περιορισμοί από τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ και άλλα δεδομένα από τους επιταχυντές. Εστιάζουμε την προσοχή μας κυρίως σε περιοχές όπου τα ελαφρύτερα neutralinos εξαϋλώνονται μέσω του συντονισμού μάζας των Higgses εξασφαλίζοντας κοσμολογικά αποδεκτές τιμές της περίσσειάς τους. Στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP οι περιοχές αυτές έχουν το σχήμα χοάνης που αναπτύσσεται εκατέρωθεν της ευθείας  $2m_{LSP}/M_A = 1$  και η οποία εμφανίζεται σε μεγάλες τιμές της παραμέτρου  $\tan\beta$  όπου  $M_A$  είναι η μάζα του ψευδοβαθμωτού σωματιδίου Higgs. Με την παρουσία πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP και ειδικότερα για μεγάλες τιμές των φάσεων το σχήμα και η θέση των χοανών αυτών τροποποιούνται λόγω της επίδρασης των φάσεων στις κβαντικές διορθώσεις της μάζας του bottom όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις στην ανάλυση που ακολουθούμε,

Α'. Περιπτώσεις στις οποίες οι ΗΔΡ περιορίζονται με φυσικό τρόπο σε χαμηλές τιμές, που



Σχήμα 5.5: Η μάζα ενός από τα βαριά Higgses (συνεχής γραμμή) και η τιμή του διπλάσιου της μάζας του ελαφρύτερου neutralino (διακεκομμένη - εστιγμένη γραμμή) ως συναρτήσεις της  $\tan \beta$  για τα δεδομένα που φαίνονται στο σχήμα. Για τις τιμές της  $\tan \beta$  μεγαλύτερες από  $\tan \beta \simeq 41.0$  αναπτύσσεται πόλος Landau.

είναι αποδεκτές από τα πειραματικά δεδομένα, χωρίς να επικαλεστούμε κάποιον ειδικό μηχανισμό για μεγάλες τιμές των φάσεων. Οι περιοχές αυτές χαρακτηρίζονται από μεγάλες τιμές  $m_0, M_{1/2}$ , πάνω από μερικά TeV. Εξυπακούεται ότι οι ΗΔΡ μπορούν να περιοριστούν πολύ αν όλες οι φάσεις είναι πολύ μικρές αλλά η περίπτωση αυτή δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον από άποψη φυσικής.

Β'. Περιπτώσεις στις οποίες οι ΗΔΡ περιορίζονται λόγω του μηχανισμού αλληλοαναίρεσης μεταξύ διαφόρων συνεισφορών. Κάτι τέτοιο απαιτεί λεπτή ρύθμιση των φάσεων που επηρεάζουν τις ΗΔΡ, στις χαμηλές ενέργειες.

Γενικά, τα δεδομένα από τις ΗΔΡ αποκλείουν ένα μεγάλο μέρος του παραμετρικού χώρου επιτρέποντας μόνο μεγάλες τιμές των  $m_0, M_{1/2}$  οπότε και οι ΗΔΡ περιορίζονται με φυσικό τρόπο. Με αυτό τον τρόπο όμως αποκόπτον ένα σημαντικό τμήμα -αν όχι όλο - της κοσμολογικά επιτρεπτής περιοχής των συνεξαυλώσεων neutralino-stau [143], της περιοχής του Σημείου Εστίασης (Focus Point) [47, 49, 50] καθώς και της χοάνης εξαυλώσεως των neutralinos μέσω συντονισμού των Higgses . Οι χοάνες αυτές των οποίων το σχήμα και η θέση είναι ευαίσθητα ως προς τις μάζες του top και bottom, είναι δυνατόν να καταλαμβάνουν περιοχές επιτρεπτές από τις ΗΔΡ ιδιαίτερα αν εκτείνονται σε μεγάλες



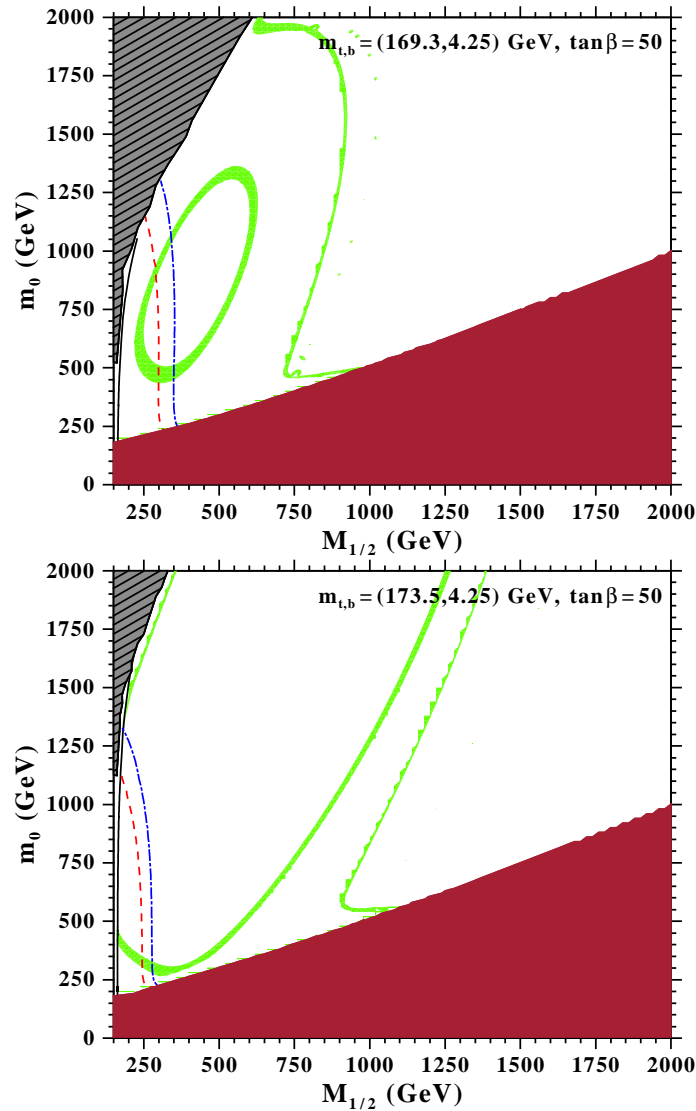
τιμές  $m_0, M_{1/2}$ . Η επίδραση που έχει η μάζα του top στη μορφή και την θέση της χοάνης φαίνεται στο σχήμα 5.6 όπου παρουσιάζονται οι κοσμολογικά επιτρεπτές περιοχές για δύο διαφορετικές τιμές της μάζας του top  $m_t$ . Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η μάζα  $m_t$  τόσο πιο "αιχμηρή" γίνεται η χοάνη, η οποία εκτείνεται σε μεγάλες τιμές  $m_0, M_{1/2}$  αυξάνοντας τις πιθανότητες επικάλυψης με περιοχές που επιτρέπονται από τα δεδομένα των ΗΔΡ. Σε ότι αφορά την μάζα του bottom, η τάση είναι αντίθετη, δηλαδή οι χαμηλότερες τιμές  $m_b$  ευνοούν την διαμόρφωση "αιχμηρών", κοσμολογικά αποδεκτών χοανών.

Από την προηγούμενη ανάλυση είναι κατανοητό ότι περιοχές επιτρεπτές συγχρόνως από κοσμολογικά δεδομένα και τις πειραματικές τιμές των ΗΔΡ είναι ευκολότερο να βρεθούν σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες τιμές της μάζας του top και τιμές των φάσεων που ελαχιστοποιούν την τρέχουσα μάζα του bottom. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι κοσμολογικά επιτρεπτές περιοχές που βρίσκουμε να τροποποιούνται σε σχέση με παλαιότερες αναλύσεις όπου η μάζα του top λαμβανόταν ίση με 178 GeV σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα εκείνης την εποχής [79]. Επιπλέον αξίζει να σημειωθεί ότι στην αναφορά [79] επιβάλλεται ενοποίηση των σταθερών Yukawa με αποτέλεσμα να προκύπτει διαφορετική τιμή της μάζας του bottom για κάθε σημείο του επιπέδου  $m_0, M_{1/2}$  και επομένως να είναι αδύνατο να συγκρίνουμε απευθείας τα αποτελέσματά μας με αυτά της συγκεκριμένης αναφοράς.

Για τον υπολογισμό των μαζών των Higgses και των ΗΔΡ χρησιμοποιούμε το πακέτο FeynHiggs-2.5.1 [142]. Επειδή η ποσότητα  $\langle H_2 \rangle$  είναι μιγαδική, προκειμένου να λάβουμε υπ' όψη με τον σωστό τρόπο την επίδραση της γωνίας  $\theta$  πρέπει να αντικαταστήσουμε την φάση  $\phi_\mu$  με το άθροισμα  $\phi_\mu + \theta$ . Οι μάζες των Higgses που προκύπτουν από το ενεργό δυναμικό διαφέρουν κατά 2 – 5% από τις τιμές που δίνει το FeynHiggs και είναι λιγότερο ακριβείς διότι δεν περιλαμβάνονται φαινόμενα που σχετίζονται με την επανακανονικοποίηση της κυματοσυνάρτησης. Σε ό,τι αφορά τα πειραματικά όρια της μάζας του Higgs εξετάζεται ο λόγος  $\xi^2 = (g_{hZZ}/g_{hZZ}^{SM})^2$  της ζεύξης  $g_{hZZ}$  του ελαφρού Higgs  $h$  με το μποζόνιο  $Z$  προς την αντίστοιχη ζεύξη  $g_{hZZ}^{SM}$  του Καθιερωμένου Προτύπου. Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου,  $\xi^2 = 1$  και τίθεται το κάτω όριο στην μάζα του Higgs,  $m_H^{SM} > 114.5$  GeV. Στο CP MSSM η ζεύξη καθενός από τα ουδέτερα Higgses με τα μποζόνια  $Z$  προκύπτει από την Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης,

$$\mathcal{L} = \frac{g M_Z}{2 \cos \theta_W} (\cos \beta \mathcal{R}(1, i) + \sin \beta \mathcal{R}(2, i)) Z_\mu Z^\mu h_i,$$

όπου  $\mathcal{R}(i, j)$  είναι ο πίνακας που διαγωνιοποιεί τον πίνακα μάζας των ουδέτερων μποζονίων Higgses. Επομένως υπάρχουν τρεις λόγοι, ένας για κάθε ιδιοκατάσταση μάζας  $h_i$  των ουδέτερων Higgses,  $\xi_i^2 = (g_{h_i ZZ}/g_{h_i ZZ}^{SM})^2 = (\cos \beta \mathcal{R}(1, i) + \sin \beta \mathcal{R}(2, i))^2$ . Γι-

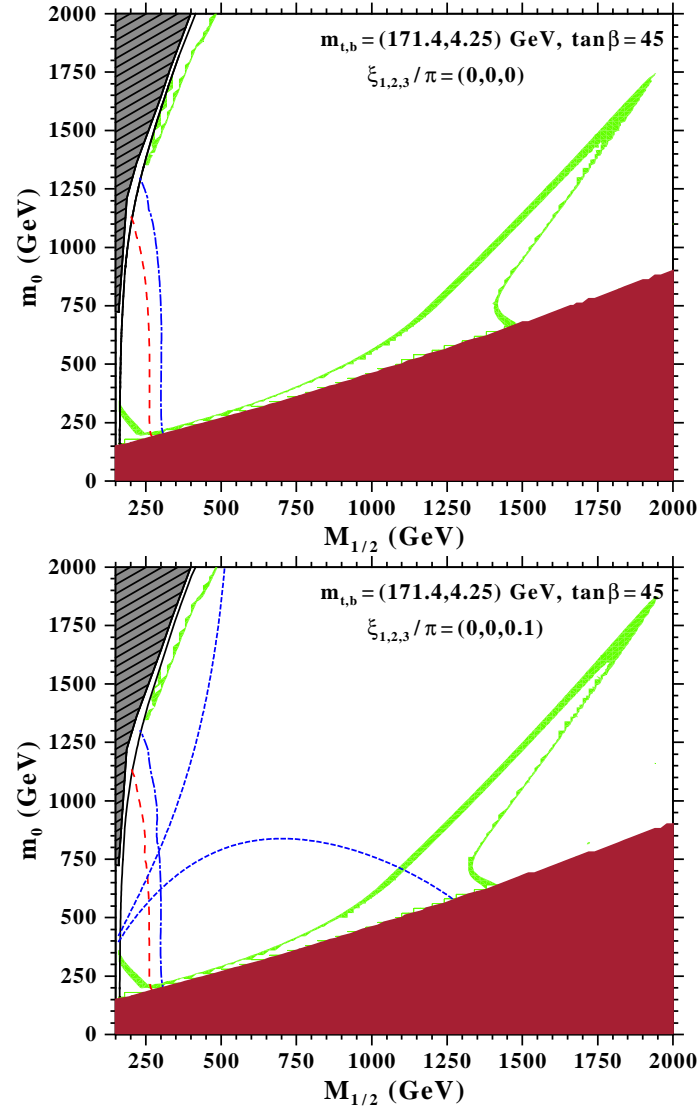


Σχήμα 5.6: Η κοσμολογικά επιτρεπόμενη περιοχή (ανοιχτό πράσινο) για  $m_t = 169.3$  GeV (πάνω) και  $m_t = 173.5$  GeV (κάτω), όταν όλες οι φάσεις είναι μηδέν, για  $\tan\beta = 50$ . Η τιμή της ενιαίας τριγραμμικής ζεύξης είναι  $A_0 = 100$  GeV. Τα υπόλοιπα δεδομένα αναγράφονται σε κάθε περίπτωση. Η συνεχής μαύρη γραμμή αριστερά στο σχήμα είναι το όριο της μάζας του chargino  $m_{\tilde{c}} > 105$  GeV. Η κόκκινη διακεκομμένη (μπλε διακεκομμένη - εστιγμένη) γραμμή παριστάνουν τα όρια μάζας του Higgs 114 GeV (115 GeV). Η σκιασμένη επιφάνεια πάνω αριστερά οριοθετεί την περιοχή όπου δεν επιτρέπεται η παραβίαση της Ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Η σκιασμένη περιοχή στο κάτω μέρος είναι απαγορευμένη διότι εκεί το LSP είναι το stau.

α δεδομένες τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων υπολογίζονται οι ζεύξεις  $g_{h_i ZZ}$  και από εκεί εξάγονται τα κάτω όρια των μαζών των Higgses χρησιμοποιώντας τα πειραματικά αποτελέσματα του LEP2. Και στην περίπτωση του CP MSSM, ο λόγος  $\xi^2$  για το ελαφρύ Higgs βρίσκεται σχεδόν πάντοτε ίσος με την μονάδα που σημαίνει ότι το ελαφρύ Higgs αλληλεπιδρά όπως το μποζόνιο Higgs του Καθιερωμένου Προτύπου οπότε λαμβάνουμε υπ' όψη το όριο μάζας του Higgs από το LEP2,  $m_h > 114.5 \text{ GeV}$ .

Στην περίπτωση Α) προκειμένου να εντοπίσουμε τις κατάλληλες περιοχές από άποψη κοσμολογίας και ΗΔΡ πρέπει να μετακινηθούμε σε μεγάλες τιμές των  $m_0, M_{1/2}$ . Ωστόσο, παρ' όλο που επιτυγχάνουμε μικρές τιμές στις ΗΔΡ δεν υπάρχει επικάλυψη με περιοχές συμβατές με τα κοσμολογικά δεδομένα εκτός εάν οι φάσεις που παραβιάζουν την συμμετρία CP είναι πολύ μικρές. Για να αναδείξουμε το γεγονός αυτό καθώς και την επίδραση που έχει η ύπαρξη μη μηδενικής φάσης του gluino, στο σχήμα 5.7, πάνω, παρουσιάζουμε τις κοσμολογικά αποδεκτές περιοχές στην περίπτωση που δεν υπάρχουν φάσεις παραβίασης της συμμετρίας CP. Η τιμή της κοινής τριγραμμικής σταθεράς στην κλίμακα ενοποίησης είναι  $A_0 = 100 \text{ GeV}$ . Η σκιασμένη περιοχή αριστερά δεν είναι επιτρεπτή διότι εκεί δεν είναι δυνατόν να συμβεί η παραβίαση της Ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Η συνεχής μαύρη γραμμή αντιστοιχεί στο όριο μάζας για το chargino  $m_{\tilde{c}} > 105 \text{ GeV}$ . Η διακεκομμένη (κόκκινη γραμμή) είναι το όριο στην μάζα του Higgs  $m_{Higgs} > 114 \text{ GeV}$ , ενώ η διακεκομμένη - εστιγμένη (μπλε) γραμμή είναι το όριο στην μάζα του Higgs σύμφωνα με το πείραμα D0 [144],  $m_{Higgs} > 115 \text{ GeV}$ . Κάτω στο σχήμα 5.7 για τα ίδια δεδομένα η φάση του gluino είναι μη μηδενική,  $\xi_3 = 0.1 \pi$ . Η κοσμολογικά αποδεκτή χοάνη παραμορφώνεται ελαφρώς με το άνω άκρο της να προσεγγίζει το σημείο με  $m_0 = M_{1/2} = 2000 \text{ GeV}$ . Η ΗΔΡ του ηλεκτρονίου επίσης επηρεάζεται και επιτρέπει την περιοχή μόνο μεταξύ των μικρών διακεκομμένων (μπλε) γραμμών. Στο σχήμα αυτό είναι εμφανής ο τρόπος με τον οποίο η φάση του gluino επιδρά στον υπολογισμό της ΗΔΡ μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης των φάσεων σε προσέγγιση 2-βρόχων.

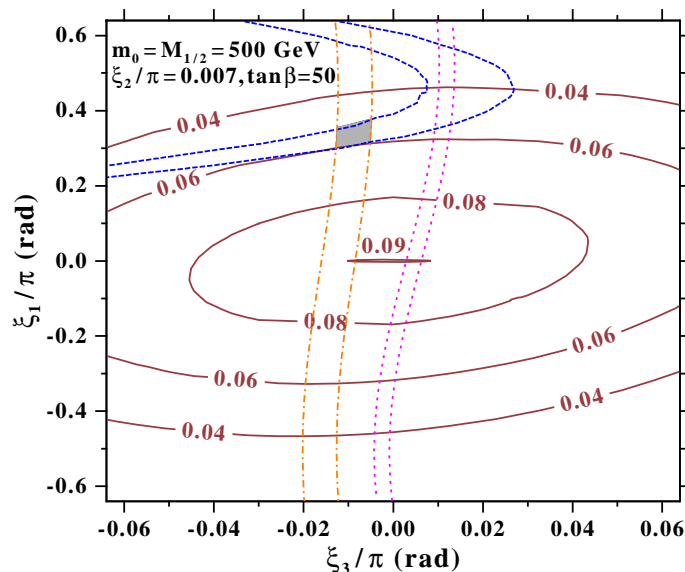
Στην περίπτωση Β) χρησιμοποιούμε τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης σύμφωνα με τον οποίο οι φάσεις επιλέγονται έτσι ώστε να υπάρχει αναίρεση μεταξύ των διαφόρων συνεισφορών στις υπολογιζόμενες ΗΔΡ. Η επιλογή αυτή δεν απαιτεί κατ' ανάγκη μεγάλες τιμές των  $m_0, M_{1/2}$  και περιγράφεται εκτενώς στην αναφορά [100]. Σε αυτή την περίπτωση είναι δύσκολο να βρούμε εκτεταμένες περιοχές στο επίπεδο  $m_0, M_{1/2}$  όπου να εξασφαλίζονται επιτρεπτές τιμές στις ΗΔΡ και την περίσσεια του neutralino όπως συζητήσαμε παραπάνω με απλή αναπροσαρμογή των υπερσυμμετρικών παραμέτρων κατά μια παράμετρο  $\lambda$ ,  $m_0, M_{1/2} \rightarrow \lambda m_0, \lambda M_{1/2}$  όπως περιγράφεται στην συγκεκριμένη αναφορά.



Σχήμα 5.7: Η επίδραση της φάσης του gluino για  $\tan\beta = 45$ . Στην πάνω (κάτω) εικόνα είναι  $\xi_3 = 0$  ( $\xi_3 = 0.1\pi$ ). Οι υπόλοιπες φάσεις είναι μηδέν και  $A_0 = 100 \text{ GeV}$ . Στην κάτω εικόνα, ολόκληρη η περιοχή απαγορεύεται από τα όρια των ΗΔΡ του νετρονίου και του Hg. Οι υπόλοιπες καμπύλες και σκιασμένες περιοχές είναι όπως στο σχήμα 5.6.

Στην ανάλυσή μας, για δεδομένες τιμές των παραμέτρων που παραβιάζουν ήπια την υπερσυμμετρία χρησιμοποιούμε τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης στρέφοντας τις φάσεις  $\xi_{1,2,3}$  στην κλίμακα  $M_{GUT}$  μέχρι να βρεθεί ένα σημείο το οποίο ικανοποιεί τις ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου. Στην συνέχεια, διατηρώντας τις τιμές των φάσεων που βρήκαμε σταθερές μεταβάλλουμε τις παραμέτρους  $m_0, M_{1/2}$  ώστε να εντοπίσουμε περιοχές του παραμετρικού χώρου που είναι συμβατές με όλα τα δεδομένα. Εναλλακτικά μπορούμε να μεταβάλλουμε τις φάσεις γύρω από τις τιμές για τις οποίες επιτυγχάνουμε μικρές τιμές ΗΔΡ για το ηλεκτρόνιο και το νετρόνιο, διατηρώντας σταθερές τις υπόλοιπες μεταβλητές εισόδου με σκοπό να εντοπίσουμε περιοχές με μεγάλες φάσεις στις οποίες ικανοποιούνται όλοι οι πειραματικοί περιορισμοί. Η επιρροή της φάσης  $\xi_3$  είναι ζωτικής σημασίας στην διαδικασία αυτή. Για σταθερή τιμή της φάσης  $\xi_2$  μεταβάλλουμε το  $\xi_1$  μέχρι να επιτευχθεί αναίρεση των συνεισφορών chargino και neutralino στην ΗΔΡ του ηλεκτρονίου  $d_e$ , εξασφαλίζοντάς της μικρή τιμή. Στην συνέχεια, στρέφουμε την φάση  $\xi_3$  έτσι ώστε να επιτύχουμε μικρή τιμή και για την ΗΔΡ του νετρονίου  $d_n$ . Τότε όμως λόγω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης 2-βρόχων η αλληλοαναίρεση μεταξύ των συνεισφορών για την  $d_e$  μπορεί να διαταραχθεί και επομένως να χρειαστεί να στρέψουμε εκ νέου την φάση  $\xi_1$ . Για μεγάλες τιμές  $\tan \beta$  δεν είναι δυνατόν να αγνοήσουμε τις συνεισφορές στις ΗΔΡ σε προσέγγιση 2-βρόχων καθώς και τις πρόσθετες συνεισφορές των χρωμοηλεκτρικών διπολικών ροπών και του γκλουονικού τελεστή διάστασης - 6. Ακολουθώντας την συγκεκριμένη διαδικασία λοιπόν μπορούμε να βρούμε σημεία  $\xi_{1,2,3}$  που δίνουν μικρές τιμές στα μεγέθη  $d_e, d_n$ . Παρ' όλα αυτά, δεν είναι βέβαιο ότι θα επιτευχθούν μικρές τιμές και για την ΗΔΡ του Hg. Επίσης, εφ' όσον οι κοσμολογικά επιτρεπτές περιοχές εξαρτώνται από τις φάσεις αυτές, ακόμα και αν ξεκινήσουμε από ένα σημείο το οποίο έχει την κατάλληλη τιμή περίσσειας των neutralinos και εφαρμόσουμε τον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης που περιγράψαμε δεν είναι σίγουρο ότι θα καταλήξουμε σε φάσεις οι οποίες θα εξασφαλίζουν αποδεκτές τιμές της περίσσειας αυτής. Μια τέτοια περίπτωση απεικονίζεται στο σχήμα 5.8. Για τα δεδομένα που παρουσιάζονται υπάρχει μια μικρή περιοχή (γκρι) στην οποία ικανοποιούνται ταυτόχρονα τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ  $d_e$  (διακεκομμένες γραμμές) και  $d_n$  (εστιγμένες - διακεκομμένες γραμμές). Με σταθερή την τιμή της φάσης  $\xi_2$  έχουμε σχεδιάσει στο επίπεδο  $\xi_{1,3}$  τις επιτρεπτές περιοχές για τις ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου και της περίσσειας των neutralinos. Οι επιτρεπτές περιοχές από το πειραματικό όριο της ΗΔΡ του Hg βρίσκονται μεταξύ των μικρών διακεκομμένων γραμμών και όπως φαίνεται δεν επικαλύπτονται με την γκρι περιοχή όπου ικανοποιούνται ταυτόχρονα τα πειραματικά όρια για τα μεγέθη  $d_e, d_n$ . Στο ίδιο σχήμα, τα περιγράμματα σταθερής τιμής της περίσσειας των neutralinos παριστάνονται με συνεχείς ελλειψοειδείς γραμμές.

Διαπιστώνουμε ότι μόνο σε ένα μικρό μέρος στο κέντρο του σχήματος όπου  $\xi_{1,2} \simeq 0.0$  η τιμή της περίσσειας των neutralinos είναι συμβατή με τα δεδομένα του WMAP3 αλλά δεν υπάρχει επικάλυψη με τις περιοχές όπου ικανοποιούνται τα όρια των ΗΔΡ. Το σχήμα αυτό αποτελεί ένα τυπικό παράδειγμα της δυσκολίας που συναντάμε όταν προσπαθούμε να βρούμε σημεία που να ικανοποιούν ταυτόχρονα τα όρια από τις ΗΔΡ και τα κοσμολογικά δεδομένα.

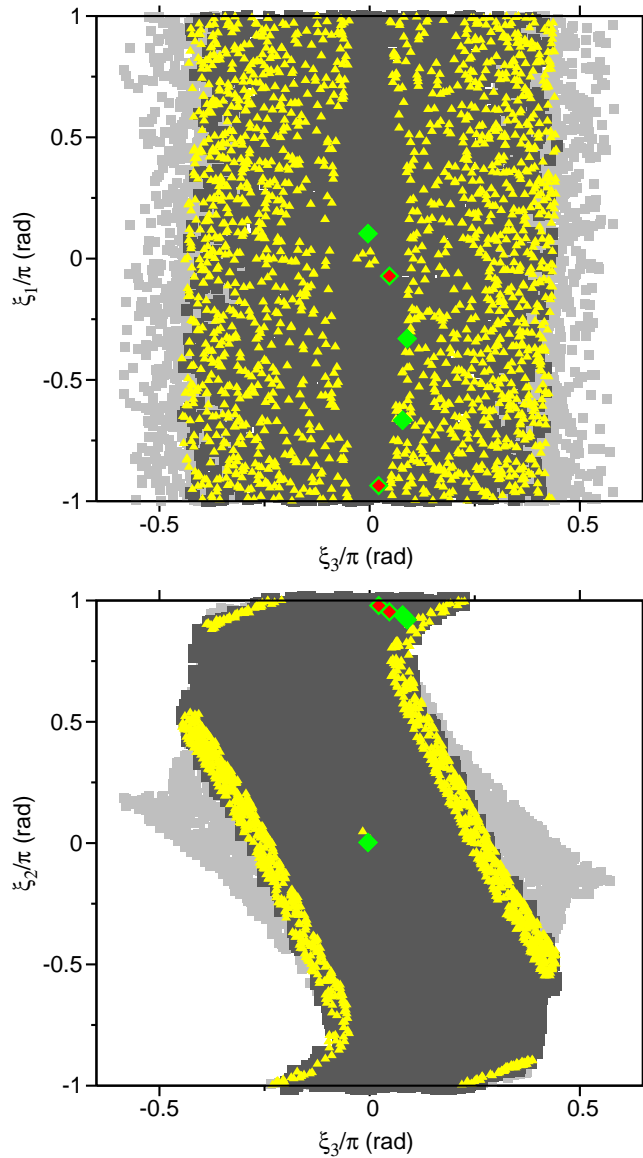


Σχήμα 5.8: Τα περιγράμματα των ΗΔΡ και της περίσσειας των neutralinos για  $m_0 = M_{1/2} = 500$  GeV,  $A_0 = 100$  GeV,  $\tan \beta = 50$ , και  $\xi_2 = 0.007\pi$  στο επίπεδο  $(\xi_3, \xi_1)$ . Οι υπόλοιπες φάσεις είναι μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης. Η μπλε διακεκομμένη (πορτοκαλί επιμήκης διακεκομμένη - εστιγμένη) καμπύλη οριοθετεί την επιτρεπτή περιοχή από τα πειραματικά όρια της ΗΔΡ  $d_e$  ( $d_n$ ). Η επιτρεπτή περιοχή από τα πειραματικά όρια της ΗΔΡ του Υδραργύρου  $d_{Hg}$  βρίσκεται μεταξύ των εστιγμένων γραμμών (χρώματος ματζέντα) και δεν επικαλύπτεται με την γκρι περιοχή στην οποία ικανοποιούνται ταυτόχρονα τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου. Τα περιγράμματα σταθερής περίσσειας των neutralinos παριστάνονται με συνεχείς ελλειψοειδείς γραμμές. Η περιοχή στην οποία υπάρχει συμφωνία με τα δεδομένα του WMAP3 βρίσκεται στο κέντρο του σχήματος και δεν επικαλύπτεται με καμία από τις περιοχές που επιτρέπουν τα όρια των ΗΔΡ.

Στο σχήμα 5.9, έχουμε πάρει τις τυπικές τιμές  $m_0 = 500$  GeV,  $M_{1/2} = 480$  GeV,  $A_0 = 100$  GeV και μεγάλες τιμές  $\tan \beta = 50$ . Οι μάζες των top και bottom είναι  $m_{t,b} = 171.4, 4.25$  GeV. Το σχήμα αυτό έχει κατασκευαστεί από ένα εκατομμύριο σημεία στον παραμετρικό χώρο  $\xi_{1,2,3}$ . Όλες οι υπόλοιπες φάσεις είναι μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης. Αρχικά, έχει βρεθεί ένα σημείο με συντεταγμένες  $\xi_{1,2,3} = -0.072\pi, 0.953\pi, 0.047\pi$ ,

ακολουθώντας την διαδικασία ρύθμισης των φάσεων στον μηχανισμό αλληλοαναίρεσης που περιγράψαμε στην παραπάνω παράγραφο, το οποίο μάλιστα ικανοποιεί και τα πειραματικά όρια της ΗΔΡ του Hg. Το τυχαίο δείγμα έχει επιλεγεί έτσι ώστε να περιλαμβάνει το εν λόγω σημείο. Στο σχήμα 5.9 έχουμε ταξινομήσει τα σημεία αυτά στα επίπεδα  $\xi_{1,3}$  (πάνω) και  $\xi_{2,3}$  (κάτω) ανάλογα με το είδος των περιορισμών που ικανοποιούν. Η ανοιχτόχρωμη γκρι περιοχή (περιοχή Π1) περιλαμβάνει σημεία που ικανοποιούν τους περιορισμούς των ορίων μάζας του Higgs και του chargino. Το υποσύνολο των σημείων αυτών που αποτελεί την σκούρα γκρι περιοχή (περιοχή - Π2) περιλαμβάνει σημεία για τα οποία επιπροσθέτως η υπολογιζόμενη περίσσεια των neutralinos είναι μικρότερη από το άνω όριο της παρατηρούμενη τιμής της περίσσειας  $\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 < 0.117$  αλλά δεν βρίσκονται κατ' ανάγκη εντός των ορίων που καθορίζει το WMAP3. Το υποσύνολό τους, που παριστάνεται με τρίγωνα (περιοχή - Π3), αποτελείται από σημεία για τα οποία η τιμή της περίσσειας των neutralinos βρίσκεται εντός των ορίων που επιβάλλει το WMAP3 με ακρίβεια  $2\sigma$ ,  $0.089 < \Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 < 0.117$ . Τα σημεία που παριστάνονται με ρόμβους, ικανοποιούν τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου. Από αυτά τα τελευταία, υπάρχουν ελάχιστα (ρόμβοι με κόκκινο χρώμα εσωτερικά) που ικανοποιούν και την ΗΔΡ του Hg. Εάν κάποιο από τα σημεία - ρόμβους προβάλλεται σε κάποια από τις περιοχές Π1, Π2, Π3 που περιγράψαμε προηγουμένως τότε ικανοποιεί και τα αντίστοιχα πειραματικά όρια της περιοχής αυτής. Γίνεται κατανοητό από το σχήμα αυτό πόσο δύσκολο είναι να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί των ΗΔΡ για ενδιάμεσες τιμές των  $m_0, M_{1/2}$ , ανεξάρτητα από την ύπαρξη άλλων ορίων. Παρά το μεγάλο μέγεθος του τυχαίου δείγματος, υπάρχουν λίγα σημεία τα οποία έχουν ΗΔΡ συμβατές με τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου και ακόμα λιγότερα τα οποία συμφωνούν και με τους τρεις περιορισμούς στις ΗΔΡ. Αυτό αποδεικνύει ότι οι φάσεις πρέπει να ρυθμιστούν κατάλληλα ώστε να προκύψουν ΗΔΡ συμβατές με τα πειραματικά δεδομένα. Επιπλέον για τα σημεία - ρόμβους, η προβλεπόμενη τιμή για την περίσσεια των neutralinos είναι μικρότερη από τα όρια που θέτει το WMAP3. Συνεπώς στην περίπτωση αυτή χρειάζονται και άλλοι υποψήφιοι για Σκοτεινή Ύλη, εκτός από τα neutralinos, προκειμένου να καλυφθεί το έλλειμμα που παρουσιάζεται.

Στο σχήμα 5.10, με αφετηρία τις ίδιες τιμές για τις φάσεις  $\xi_{1,2,3}$  και τις υπόλοιπες παραμέτρους, παράγουμε ένα τυχαίο δείγμα ενός εκατομμυρίου σημείων για τις παραμέτρους  $\xi_{1,3}$  και  $M_{1/2}$  διατηρώντας σταθερή την φάση  $\xi_2$ . Στα επίπεδα  $\xi_1, M_{1/2}$  (πάνω) και  $\xi_1, M_{1/2}$  (κάτω) παρουσιάζουμε τα σημεία που ικανοποιούν τους διάφορους περιορισμούς ακριβώς όπως στο σχήμα 5.9. Τα σημεία που ικανοποιούν τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου είναι λίγα και μόνο ένα από αυτά ικανοποιεί τα όρια και της ΗΔΡ του Hg. Υπάρχουν λίγα από αυτά τα σημεία προβάλλονται στην περιοχή Π3 (κίτρινα



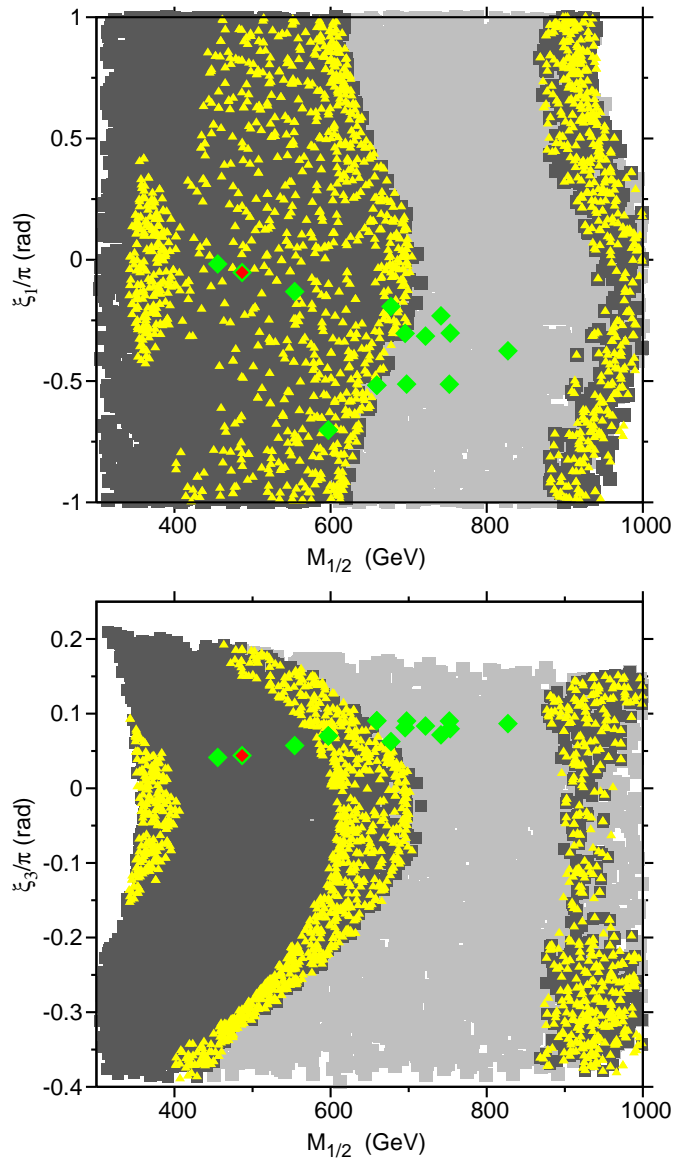
Σχήμα 5.9: Διαγράμματα διασποράς στα επίπεδα  $\xi_3, \xi_1$  (πάνω εικόνα) και  $\xi_3, \xi_2$  (κάτω εικόνα) βασισμένα σε ένα τυχαίο δείγμα τιμών των φάσεων των gauginos  $\xi_{1,2,3}$  για καθορισμένες τιμές  $m_0 = 500$  GeV,  $M_{1/2} = 480$  GeV,  $A_0 = 100$  GeV και  $\tan\beta = 50$ . Οι υπόλοιπες φάσεις είναι μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης. Οι ανοιχτές γκρι περιοχές παριστάνουν σημεία που ικανοποιούν τα όρια μάζας του ελαφρού μποζονίου Higgs και άλλων υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Η σκούρα γκρι περιοχή αποτελείται από σημεία τα οποία ικανοποιούν επιπροσθέτως το άνω όριο της περίσσειας των neutralinos που δίνεται από το WMAP3,  $\Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 < 0.117$ . Τα κίτρινα τρίγωνα αντιστοιχούν στο υποσύνολο των σημείων της προηγούμενη περιοχής στα οποία η περίσσεια των neutralinos βρίσκεται εντός των ορίων του WMAP3,  $0.089 < \Omega_{\tilde{\chi}} h_0^2 < 0.117$ . Οι ρόμβοι ικανοποιούν τα όρια των ΗΔΡ του ηλεκτρονίου και του νετρονίου ενώ αυτοί που έχουν εσωτερικό έχουν διαφορετικό χρώμα (κόκκινο) ικανοποιούν επιπλέον και το όριο της ΗΔΡ του Hg. Ανάλογα με την περιοχή στην οποία προβάλλονται ικανοποιούν και τα αντίστοιχα όρια που θέτει το WMAP3.



τριγωνα) και επομένως ικανοποιούν τα δεδομένα από το WMAP3 και των ΗΔΡ, εκτός από την ΗΔΡ του Hg. Και σε αυτή την περίπτωση οι φάσεις πρέπει να ρυθμιστούν κατάλληλα ώστε να υπάρχει συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα.

Από την ανάλυση μέχρι τώρα, συμπεραίνουμε ότι η ΗΔΡ του Hg εμποδίζει την εξεύρεση σημείων τα οποία να ικανοποιούν ταυτόχρονα και τα κοσμολογικά δεδομένα. Εντούτοις αν ρυθμίσουμε καταλλήλως τις φάσεις των gauginos είναι δυνατόν να βρούμε περιπτώσεις στις οποίες έχουμε συμφωνία και με όλα τα όρια στις ΗΔΡ σε ένα συγκεκριμένο σημείο  $m_0, M_{1/2}, A_0$  του παραμετρικού χώρου. Στην συνέχεια, αν μεταβάλλουμε τις τιμές των  $m_0, M_{1/2}$  υπάρχουν πιθανότητες να επιτύχουμε την εξεύρεση περιοχών που ικανοποιούν ταυτόχρονα τα κοσμολογικά δεδομένα και τις τιμές των ορίων των ΗΔΡ. Οι πιθανότητες αυτές αυξάνονται αν επιλέξουμε τις περιοχές των κοσμολογικών χοανών στις οποίες τα neutralinos εξαϋλώνονται μέσω του συντονισμού μάζας του Higgs. Στα σχήματα 5.11 και 5.12 παρουσιάζουμε περιπτώσεις για μικρή και μεγάλη τιμή  $\tan\beta$ . Οι φάσεις των gauginos σε κάθε περίπτωση, έχουν ρυθμιστεί για συγκεκριμένα  $m_0, M_{1/2} \sim 600 \text{ GeV}$  έτσι ώστε να επιτυγχάνεται συμφωνία με τα όρια και των τριών ΗΔΡ,  $d_e, d_n, d_{Hg}$  του ηλεκτρονίου, του νετρονίου και του υδραργύρου αντιστοίχως. Οι τιμές των  $A_0, \phi_\mu$  είναι  $A_0 = 100 \text{ GeV}$  και  $\phi_\mu = 0$ . Οι διακεκομμένες γραμμές (μπλε) οριοθετούν την περιοχή που ικανοποιείται η ΗΔΡ  $d_e$ , οι μικρές διακεκομμένες γραμμές (ματζέντα) την περιοχή που ικανοποιείται η ΗΔΡ  $d_{Hg}$  και οι διακεκομμένες-εστιγμένες γραμμές (πορτοκαλί) την περιοχή που ικανοποιείται η ΗΔΡ  $d_n$ . Σε όλες τις περιπτώσεις υπάρχουν περιοχές στις οποίες επαληθεύονται ταυτόχρονα και τα τρία πειραματικά όρια  $d_e, d_n, d_{Hg}$ . Φαίνονται επίσης τα όρια στην μάζα του Higgs στα  $114 \text{ GeV}$  (μεγάλη διακεκομμένη κόκκινη γραμμή) και στα  $115 \text{ GeV}$  (μεγάλη διακεκομμένη-εστιγμένη μπλε γραμμή). Τα άνω άκρα των γραμμών αυτών πλησιάζουν την περιοχή όπου δεν είναι επιτρεπτή η παραβίαση της Ηλεκτρασθενούς συμμετρίας (σκιασμένη περιοχή). Στο κάτω μέρος η τριγωνική σκιασμένη περιοχή, (σκούρο κόκκινο χρώμα) περιλαμβάνει τα σημεία του παραμετρικού χώρου για τα οποία το LSP είναι το ελαφρύ stau και άρα δεν μας ενδιαφέρουν. Οι περιοχές που επιτρέπει το WMAP3 με ακρίβεια  $2 - \sigma$ , παρουσιάζονται ως σκιασμένα περιγράμματα (ανοιχτό πράσινο χρώμα).

Στο σχήμα 5.11, η τιμή της  $\tan\beta = 10$  είναι μικρή και οι κοσμολογικά επιτρεπόμενες περιοχές δεν έχουν μεγάλη έκταση. Το τμήμα του παραμετρικού χώρου που είναι αποδεκτό από τα όρια των ΗΔΡ και τα δεδομένα του WMAP3 εκτείνεται σε μεγάλες τιμές του  $m_0 > 5 \text{ TeV}$ , στην περιοχή του Σημείου Εστίασης Focus Point [47, 49, 50] και δεν απεικονίζεται στο σχήμα. Για αρκετά μεγαλύτερη τιμή  $\tan\beta = 30$ , κάτω, η επικάλυψη είναι μεγαλύτερη. Υπάρχουν περιοχές όπου ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί όταν  $m_0 \sim 1 \text{ TeV}$  και  $M_{1/2} > 2.2 \text{ TeV}$  γεγονός που οφείλεται στο ότι η περιοχή που αποκ-

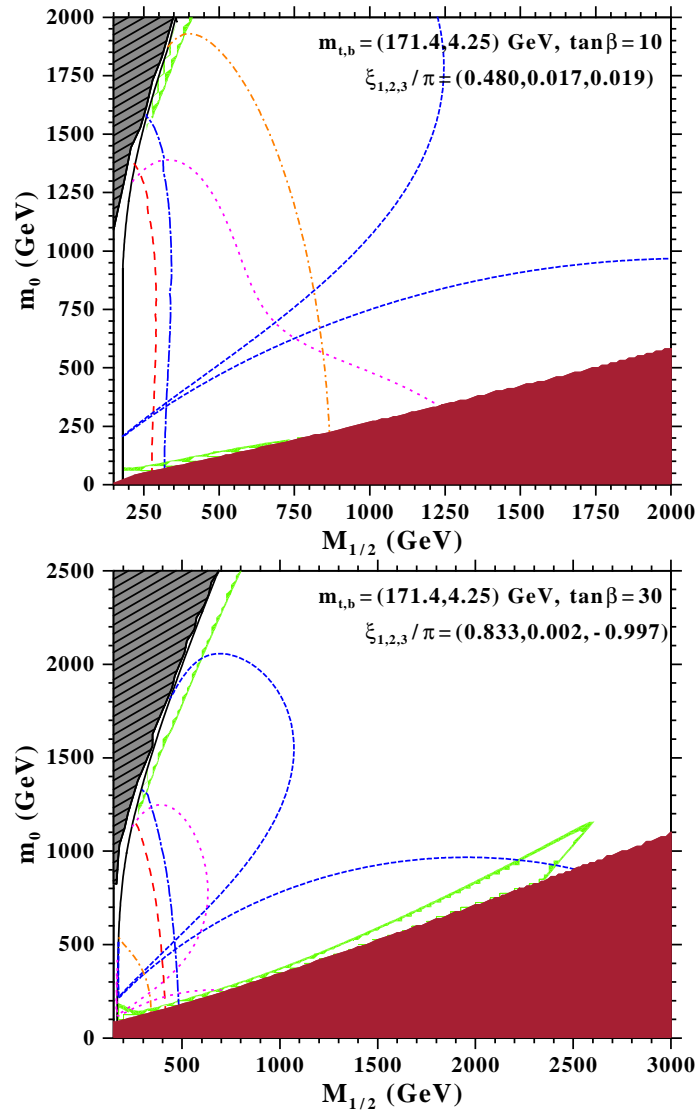


Σχήμα 5.10: Διαγράμματα διασποράς στα επίπεδα  $\xi_1, M_{1/2}$  (πάνω εικόνα) και  $\xi_3, M_{1/2}$  (κάτω εικόνα) για δεδομένο  $\xi_2$  και τυχαίες τιμές για τα  $\xi_{1,3}$  και  $M_{1/2}$ . Ο συμβολισμός είναι ο ίδιος με αυτόν του σχήματος 5.9.

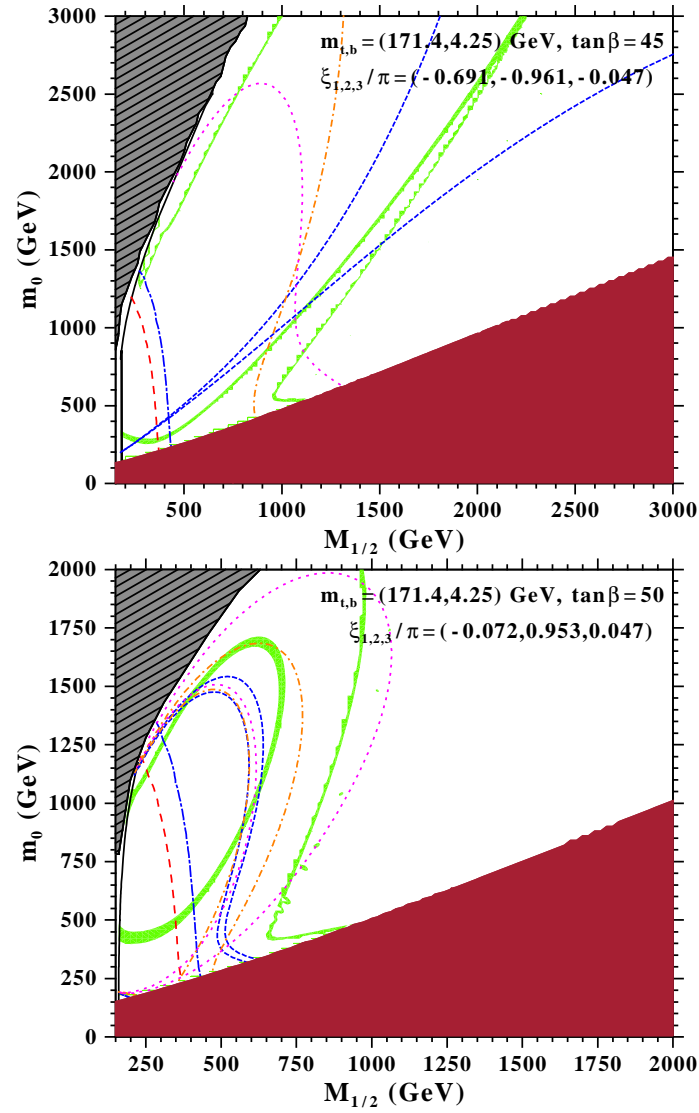
λείεται από τα δεδομένα της ΗΔΡ  $d_e$ , συρρικνώνεται, επιτρέποντας μικρότερα  $M_{1/2}$  ενώ η κοσμολογικά αποδεκτή χοάνη που δημιουργείται, εκτείνεται σε μεγαλύτερες τιμές  $M_{1/2}$ . Επειδή οι τιμές της παραμέτρου  $M_{1/2}$  που επιτρέπονται είναι αρκετά μεγάλες, το τμήμα του παραμετρικού χώρου  $m_0, M_{1/2}$  στο οποίο ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι περιορισμοί από το WMAP3 και τα δεδομένα των ΗΔΡ δίνει ένα βαρύ φάσμα μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων, πέρα από τις δυνατότητες ανίχνευσης του LHC. Και στην εικόνα αυτή, όπως και στην πάνω εικόνα, υπάρχει η περιοχή του Σημείου Εστίασης όπου ικανοποιούνται όλα τα δεδομένα, η οποία ξεκινά από μικρότερες τιμές  $m_0 > 2.1 TeV$  και ακολουθεί το όριο της περιοχή όπου απαγορεύεται η Ηλεκτρασθενής συμμετρία. Ένα τμήμα της περιλαμβάνει σημεία με  $M_{1/2} < 800 GeV$  τα οποία εξασφαλίζουν μάζες στα υπερσυμμετρικά σωματίδια οι οποίες είναι ανιχνεύσιμες στο LHC.

Στο σχήμα 5.12, πάνω, η τιμή της  $\tan\beta = 45$  είναι μεγάλη και οι κοσμολογικά επιτρεπόμενες περιοχές έχουν την μορφή χοάνης που εκτείνεται διαγώνια σε μεγάλες τιμές των  $m_0 \sim 3000 GeV, M_{1/2} \sim 2200 GeV$ . Συγχρόνως εκτείνονται και οι περιοχές όπου ικανοποιούνται οι ΗΔΡ, επικαλύπτοντας σε μεγάλο ποσοστό τις κοσμολογικά επιτρεπτές χοάνες. Η περιοχή που είναι συμβατή με κάθε πειραματικό περιορισμό, χαρακτηρίζεται από τιμές  $m_0, M_{1/2} > 1.3 TeV$ . Ένα μικρό τμήμα της είναι προσβάσιμο από το LHC. Ανάλογα συμπεράσματα ισχύουν κάτω, για την τιμή  $\tan\beta = 50$  σε ότι αφορά τις κοσμολογικά επιτρεπτές περιοχές. Οι περιορισμοί από τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ επιβάλλουν  $m_{0,1/2} < (2000, 1000) GeV$ , συνεπώς υπάρχει επικάλυψη μεταξύ αυτών των δύο περιοχών, όχι όμως σε μεγάλη έκταση όπως στο σχήμα 5.11. Για την ακρίβεια, υπάρχει μια μικρή περιοχή επικάλυψης γύρω από το σημείο  $m_0, M_{1/2} = 900, 600 GeV$ . Στην περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP όταν αυξάνεται η  $\tan\beta$  οι κοσμολογικές χοάνες εκτείνονται σε περιοχές με μεγαλύτερα  $m_{0,1/2}$ . Εδώ δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο λόγω της ευαισθησίας της μάζας του κουάρκ bottom και άρα των κοσμολογικών χοανών με τις φάσεις που παραβιάζουν την συμμετρία CP. Επομένως οι κοσμολογικά επιτρεπτές χοάνες εμφανίζονται σε τιμές της παραμέτρου  $\tan\beta$  μικρότερες σε σχέση με την περίπτωση που διατηρείται η συμμετρία CP.

Στην ανάλυση που προηγήθηκε, η φάση  $\phi_\mu$  ήταν μηδενική. Είναι δυνατόν εντούτοις να αναζητηθούν περιπτώσεις με μεγάλες τιμές της φάσης αυτής στις οποίες να ικανοποιούνται όλα τα πειραματικά δεδομένα. Κάτι τέτοιο δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί όταν οι φάσεις των gauginos είναι μηδέν. Σε θεωρητικά πρότυπα που βασίζονται στην θεωρία της Υπερβαρύτητας, στα οποία οι μόνες επιτρεπτές φάσεις είναι η φάση της παραμέτρου  $\mu$  και της κοινής τριγραμμικής σταθεράς στην κλίμακα ενοποίησης, η τιμή της  $\phi_\mu$  περιορίζεται δραστικά από τα δεδομένα των ΗΔΡ και ιδιαίτερα του ηλεκτρονίου. Αν επιτρέψουμε μη



Σχήμα 5.11: Ο παραμετρικός χώρος  $m_0, M_{1/2}$  για μη μηδενικές τιμές των φάσεων των gauginos που φαίνονται στο σχήμα. Οι τιμές των  $A_0, \phi_\mu$  είναι  $A_0 = 100$  GeV και  $\phi_\mu = 0$ . Οι σύντομες διακεκομμένες γραμμές σκιαγραφούν τα όρια της  $d_e$ , οι εστιγμένες γραμμές (ματζέντα) τα όρια της  $d_{Hg}$  και οι εστιγμένες - διακεκομμένες γραμμές (πορτοκαλί), τα όρια της  $d_n$ . Εάν απεικονίζεται μόνο μια γραμμή για τα όρια των ΗΔΡ, σημαίνει ότι η άλλη βρίσκεται εκτός του δεδομένου εύρους τιμών  $m_0, M_{1/2}$ . Οι περιοχές που επιτρέπονται από τους περιορισμούς που θέτουν οι ΗΔΡ βρίσκονται μεταξύ των παραπάνω γραμμών σε κάθε περίπτωση. Για τις υπόλοιπες καμπύλες και σκιασμένες περιοχές ακολουθείται ο συμβολισμός του σχήματος 5.7.

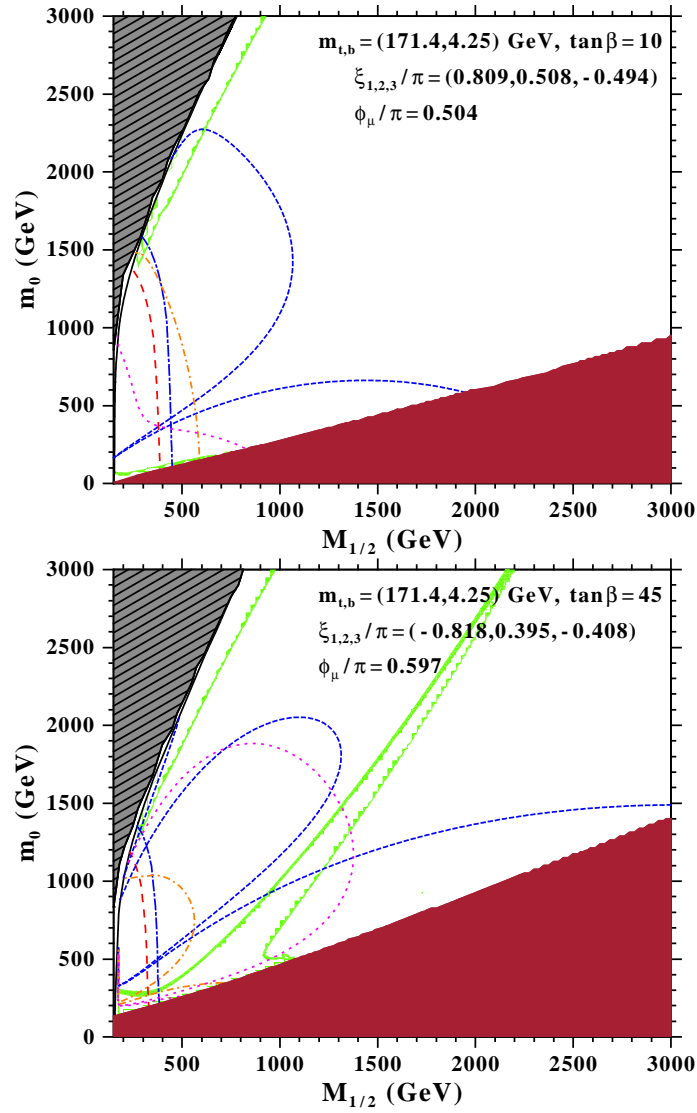


Σχήμα 5.12: Όπως το σχήμα 5.11 για διαφορετικές τιμές  $\tan\beta$  και των φάσεων των gauginos .

μηδενικές και διαφορετικές τιμές στις φάσεις των gauginos οι περιορισμοί στην γωνία  $\phi_\mu$  γίνονται πιο ελαστικοί. Στο σχήμα 5.13 παρουσιάζουμε την περίπτωση όπου  $\phi_\mu$  είναι μη μηδενική και έχει μεγάλη τιμή. Πάνω, είναι η περίπτωση με  $\tan\beta = 10$  και κάτω η περίπτωση  $\tan\beta = 45$ . Και στις δύο περιπτώσεις και κυρίως για  $\tan\beta = 45$  υπάρχει ένα μεγάλο μέρος του παραμετρικού χώρου όπου ικανοποιούνται όλα τα πειραματικά δεδομένα. Για  $\tan\beta = 10$  μόνο η περιοχή του Σημείου Εστίασης είναι αποδεκτή από τα κοσμολογικά δεδομένα και τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ. Για  $\tan\beta = 45$ , εκτός από την περιοχή του Σημείου Εστίασης είναι επιτρεπτά και τα σημεία πάνω στην κοσμολογική χοάνη. Και στις δύο περιπτώσεις υπάρχουν σημεία του παραμετρικού χώρου που μπορούν να ανιχνευθούν στο LHC.

Οι τιμές των ποσοτήτων  $arg(\mu M_{1,2})$  στην κλίμακα  $M_{GUT}$  είναι μεγάλες, της τάξης  $\mathcal{O}(0.1 \pi)$ . Οι ποσότητες αυτές διατηρούν τη ίδια σχεδόν τιμή σε κάθε σημείο του επιπέδου  $m_0, M_{1/2}$  διότι η φάση  $\phi_\mu$  δεν μεταβάλλεται με την ενέργεια και οι φάσεις των gauginos μεταβάλλονται πολύ λίγο, σε προσέγγιση 1-βρόχου διότι δεν εξαρτώνται από τις τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων που είναι μεταβλητές εισόδου στην κλίμακα ενοποίησης. Η μεταβολή αυτή επηρεάζει μόνο τις τιμές των ΗΔΡ. Ο συγκεκριμένος συνδυασμός των φάσεων  $arg(\mu M_{1,2})$  καθορίζει την Βαρυογένεση μέσω Higgsino και gaugino κατά την Ηλεκτρασθενή μετάβαση φάσης. Για τον λόγο αυτό και σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το μέτρο της παραμέτρου  $\mu$  είναι συγκρίσιμο με αυτό των  $M_{1,2}$  σε ένα μεγάλο τμήμα του επιτρεπόμενου παραμετρικού χώρου, που παρουσιάζεται στο σχήμα αυτό, οι επιτρεπτές περιοχές του σχήματος 5.13 μπορούν να είναι συμβατές με τέτοιους μηχανισμούς Βαρυογένεσης [89–91].

Με σκοπό να διερευνήσουμε την ευαισθησία των περιοχών όπου περιορίζονται οι φάσεις λόγω του μηχανισμού αλληλοαναίρεσης, επιλέξαμε ένα σημείο εντός της κοσμολογικής χοάνης στο σχήμα 5.13, αριστερά και στην συνέχεια μεταβάλλαμε τις φάσεις  $\xi_{1,2,3}$  και  $\phi_\mu$  γύρω από τις τιμές που εμφανίζονται στο σχήμα αυτό, δημιουργώντας ένα τυχαίο δείγμα 100000 σημείων. Με βάση αυτό το δείγμα σχεδιάστηκαν οι διαγράμματα 5.14 με  $m_0 = 2000 \text{ GeV}$ ,  $M_{1/2} = 1720 \text{ GeV}$ ,  $A_0 = 100 \text{ GeV}$ ,  $\tan\beta = 45$ ,  $-0.87 < \xi_1/\pi < -0.77$ ,  $0.34 < \xi_2/\pi < 0.44$ ,  $-0.46 < \xi_3/\pi < -0.36$  και  $0.55 < \phi_\mu/\pi < 0.65$ . Οι τελείες (χρώματος κόκκινου) παριστάνουν τα σημεία που ικανοποιούν όλα τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ και τα δεδομένα του WMAP3. Με τον ρόμβο (χρώματος μπλε) σημειώνεται το σημείο που αντιστοιχεί στις τιμές των φάσεων αριστερής εικόνας του σχήματος 5.13. Οι μεταβολές στις φάσεις  $\phi_\mu$ ,  $\xi_3$  και  $\xi_2$  είναι περίπου  $0.05 \pi$ . Η περιοχή τιμών όμως της φάσης  $\xi_1$  όπου υπάρχει συμβατότητα με τα δεδομένα των ΗΔΡ και του WMAP3 εμφανίζεται ευρύτερη. Επομένως προκειμένου να επιτύχουμε για μεγάλα  $\tan\beta$  εκτεταμένες κοσμολογικές χοάνες συμβατές



Σχήμα 5.13: Όπως στο σχήμα 5.11 για μη μηδενική φάση της παραμέτρου  $\mu$  και για τιμές των φάσεων των gauginos που αναγράφονται σε κάθε περίπτωση.

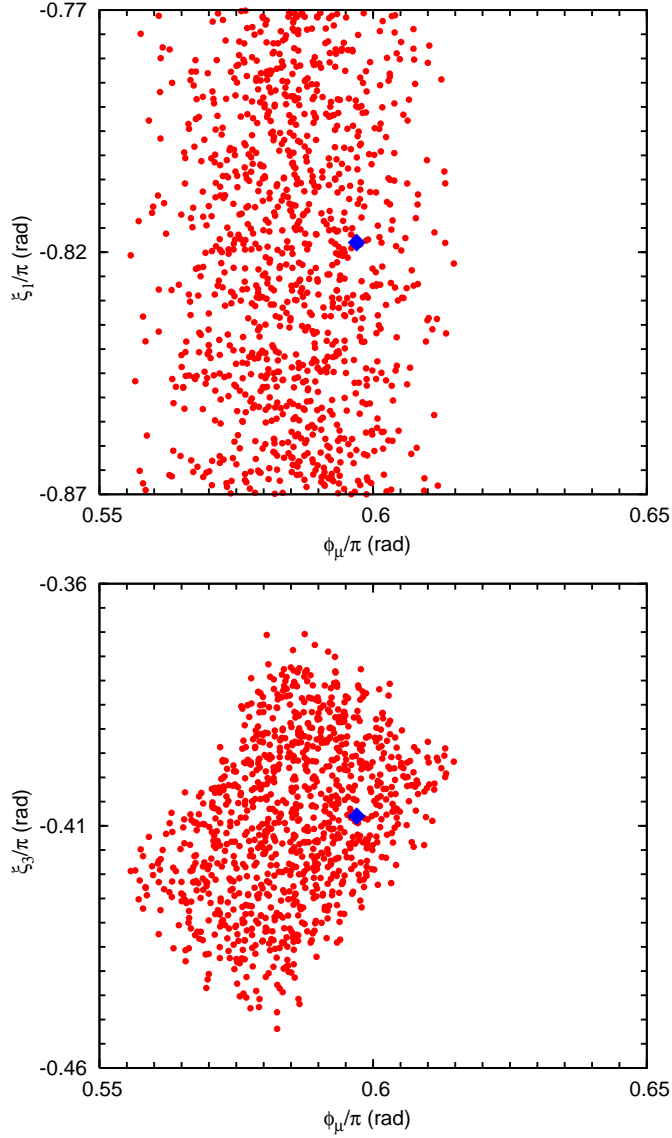
με τα όρια των ΗΔΡ αρκεί οι ρυθμίσεις των φάσεων  $\xi_{2,3}$  και  $\phi_\mu$  να έχουν εύρος  $0.01\pi$  και της φάσης  $\xi_1$ ,  $0.1\pi$ . Παρ' όλο που οι φάσεις των τριγραμμικών ζεύξεων ελήφθησαν μηδενικές στην κλίμακα ενοποίησης, ελέγχθηκε αριθμητικά ότι αν μεταβληθούν με εύρος της τάξης  $0.1\pi$  δεν αποσταθεροποιούν το μηχανισμό αλληλοαναίρεσης για τις ΗΔΡ.

## 5.4 Συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήθηκε το Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο (MSSM) με παρουσία φάσεων που παραβιάζουν την συμμετρία CP. Διερευνήθηκε ο ρόλος των φάσεων με στόχο να εντοπιστούν περιοχές του παραμετρικού χώρου οι οποίες ικανοποιούν ταυτόχρονα τους περιορισμούς που επιβάλλουν τα πειραματικά όρια των Ηλεκτρικών Διπολικών Ροπών, τα κοσμολογικά δεδομένα από το WMAP3 για την περίσσεια της Σκοτεινής Ύλης και άλλα δεδομένα από τους επιταχυντές. Μεγάλες τιμές των φάσεων είναι αναγκαίες για τις θεωρίες της Βαρυογένεσης και της Λεπτογένεσης ενώ τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ δρουν προς την αντίθετη κατεύθυνση, περιορίζοντας τις δραστικά. Σε πρότυπα που βασίζονται στην Υπερβαρύτητα και στα οποία επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες, υπάρχουν δύο ανεξάρτητες φάσεις, η φάση της τριγραμμικής σταθεράς και η φάση της παραμέτρου ανάμειξης  $\mu$  των higgsinos. Τα πειραματικά δεδομένα των ΗΔΡ αναγκάζουν την φάση της παραμέτρου ανάμειξης  $\mu$  να πάρει πολύ μικρές τιμές. Εάν επιτρέψουμε την παρουσία και άλλων φάσεων δημιουργούνται νέες δυνατότητες στην μελέτη. Στην κατεύθυνση αυτή είδαμε ότι ο ρόλος των φάσεων των gauginos είναι καθοριστικός καθώς επιτρέπει τον περιορισμό των ΗΔΡ εφ' όσον ρυθμίσουμε προσεκτικά τις τιμές τους στην κλίμακα ενοποίησης.

Υιοθετήσαμε την μεθοδολογία κατά την οποία οι τιμές των παραμέτρων σε χαμηλές ενέργειες προκύπτουν από τις τιμές που έχουν στην κλίμακα ενοποίησης, οι οποίες αποτελούν μεταβλητές εισόδου στην αριθμητική ανάλυση, μέσω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης. Η αντιμετώπιση αυτή είναι και η φυσιολογική με την έννοια ότι η χαμηλοενεργειακή περιγραφή πηγάζει από μια ενοποιημένη θεωρία στην κλίμακα ενοποίησης  $M_{GUT}$  η οποία προσδιορίζει και τις τιμές των παραμέτρων σε ενεργειακές κλίμακες της τάξης  $M_{GUT}$ . Ελήφθησαν υπ' όψη οι εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων για τις φάσεις και τα μέτρα όλων των εμπλεκόμενων παραμέτρων. Αποδείξαμε ότι η εξέλιξη των φάσεων με την ενεργειακή κλίμακα σε προσέγγιση 2-βρόχων επάγει σημαντικές διορθώσεις στις υπολογιζόμενες ΗΔΡ με συνέπεια να περιορίζεται ο επιτρεπτός παραμετρικός χώρος. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η εξάρτηση της ΗΔΡ από την φάση του gluino στην περίπτωση που αυτή είναι η μοναδική μη μηδενική φάση στην





Σχήμα 5.14: Διαγράμματα διασποράς για ένα τυχαίο δείγμα με  $m_0 = 2000$  GeV,  $M_{1/2} = 1720$  GeV,  $A_0 = 100$  GeV,  $\tan\beta = 45$  και φάσεις στις περιοχές  $-0.87 < \xi_1/\pi < -0.77$ ,  $0.34 < \xi_2/\pi < 0.44$ ,  $-0.46 < \xi_3/\pi < -0.36$  και  $0.55 < \phi_\mu/\pi < 0.65$ . Οι τελείες (κόκκινο) παριστάνουν τα σημεία που ικανοποιούν όλα τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ και τα δεδομένα του WMAP3. Με τον ρόμβο (μπλε) σημειώνεται το σημείο που αντιστοιχεί στις τιμές των φάσεων της κάτω εικόνας του σχήματος 5.13.

κλίμακα ενοποίησης. Οι τιμές των  $H\Delta P$  επηρεάζονται επίσης και από την ύπαρξη της σχετικής μετατόπισης φάσης μεταξύ των μέσων τιμών στο κενό των πεδίων Higgs , ιδιαίτερα στην περίπτωση μεγάλων τιμών της παραμέτρου  $\tan \beta$ . Οι φάσεις της παραμέτρου  $\mu$  και του  $g\mu\text{ino}$  διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην αριθμητική ανάλυση. Επιδρούν αφ' ενός στις διορθώσεις της μάζας του  $b$ , με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η τιμή της περιόσεως των  $\text{neutralinos}$  , και αφ' ετέρου στις διορθώσεις της σύζευξης Yukawa του bottom οι οποίες μπορούν να γίνουν πολύ μεγάλες και να οδηγήσουν σε εμφάνιση πόλων Landau σε μεγάλα  $\tan \beta$ . Το τελευταίο έχει ως συνέπεια να συρρικνώνονται περιοχές του παραμετρικού χώρου συμβατές με τα κοσμολογικά δεδομένα για μεγάλες τιμές  $\tan \beta$ .

## Κεφάλαιο 6

### Συμπεράσματα

Αντικείμενο της διατριβής ήταν η μελέτη της Σκοτεινής Ύλης στα πλαίσια υπερσυμμετρικών προτύπων τα οποία ενδεχομένως αποτελούν χαμηλοενεργειακές εκδηλώσεις μιας ενοποιημένης περιγραφής όλων των δυνάμεων, η οποία υφίσταται σε ενεργειακές κλίμακες της τάξης της μάζας του Planck.

Τα πρόσφατα δεδομένα του WMAP3 για το ποσοστό της Σκοτεινής Ύλης θέτουν σοβαρούς περιορισμούς στα υπερσυμμετρικά πρότυπα τα οποία προβλέπουν την ύπαρξη υποψηφίων σωματιδίων για την Σκοτεινή Ύλη όπως το *neutralino*. Η ανίχνευσή του στο LHC, μαζί με άλλα υπερσυμμετρικά σωματίδια, θα γίνει εφικτή αν η κλίμακα παραβίασης της Υπερσυμμετρίας είναι μερικά TeV οπότε το κατώφλι της Υπερσυμμετρίας θα είναι εντός των ορίων που ορίζει το LHC. Οι απλές εκδοχές των υπερσυμμετρικών προτύπων οι βασιζόμενες στα πρότυπα Υπερβαρύτητας αδυνατούν να εξηγήσουν την παρατηρούμενη βαρυονική ασυμμετρία του Σύμπαντος χωρίς την ύπαρξη νέων μιγαδικών φάσεων, διαφορετικών της φάσης Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, που παραβιάζουν την συμμετρία CP στον υπερσυμμετρικό τομέα των προτύπων. Στις πιο απλές εκδοχές αυτή η παραβίαση είναι πολύ μικρή λόγω των ισχυρών περιορισμών που τίθενται από τα πειράματα των ΗΔΡ με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να έχουμε μεγάλη παραβίαση της συμμετρίας CP, όπως απαιτούν οι θεωρίες Βαρυογένεσης, εκτός αν η κλίμακα παραβίασης της Υπερσυμμετρίας μετατεθεί πολύ υψηλότερα, εκτός των δυνατοτήτων ανίχνευσης του LHC. Σε πιο διευρυμένες θεωρήσεις της Υπερσυμμετρίας που παρουσιάζονται στην διατριβή οι πηγές παραβίασης είναι περισσότερες και υπάρχει δυνατότητα οι αναγκαίες για την Βαρυογένεση μη μηδενικές φάσεις να είναι μεγάλες.

Οι πρόσφατες τιμές για την περίσσεια της Σκοτεινής Ύλης απαιτούν και λεπτομερείς υπολογισμούς, ιδιαίτερα η περιοχή με φαινομενολογικό ενδιαφέρον όπως κοντά στα κατώφλια και τους πόλους εξαϋλώσης ζευγών *neutralinos* όπου η περίσσεια αυτή εναρμονίζεται

με τα δεδομένα του WMAP3 . Στην διατριβή αυτή, για τον υπολογισμό της περίσσειας, αναπτύχθηκε η τεχνική των πλατών ελικότητας στην οποία αποφεύγονται οι πολυάριθμοι όροι συμβολής στην συνολική ενεργό διατομή που συναντώνται με την καθιερωμένη τεχνική των πινάκων  $\gamma$  και επιτυγχάνεται καλύτερος, θεωρητικός και αριθμητικός έλεγχος της διαδικασίας εξαϋλώσης των *neutralinos* . Αποφεύγουμε επίσης την μη σχετικιστική προσέγγιση, με αποτέλεσμα οι υπολογισμοί να είναι ακριβέστεροι ειδικά κοντά σε πόλους μαζών. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό όταν οι εξαϋλώσεις των *neutralinos* γίνονται κοντά στον συντονισμό μάζας του Higgs οπότε και οι τιμές της περίσσειας που προκύπτουν είναι μικρές, σε συμφωνία με τα σύγχρονα κοσμολογικά δεδομένα. Η τεχνική ανάπτυξης σε μερικά κύματα επιτρέπει την συμμετοχή κυμάτων οποιασδήποτε ολικής στροφορμής  $J$  βελτιώνοντας τις υπάρχουσες μεθόδους στις οποίες  $J \leq 2$ . Έχει διαμορφωθεί μάλιστα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να περιλαμβάνονται εύκολα οι φάσεις που παραβιάζουν την συμμετρία CP .

Για την αριθμητική επεξεργασία των προτύπων με παρουσία πηγών παραβίασης της συμμετρίας CP αναπτύχθηκε κώδικας σε γλώσσα Fortran που λαμβάνει υπ' όψη του όλες τις εκλεπτυσμένες ρυθμίσεις που απαιτούνται όπως η μεταβολή των φάσεων με την ενεργειακή κλίμακα σε προσέγγιση δύο κβαντικών βρόχων. Ευρέθη ότι στο επίπεδο αυτό η μεταβολή των φάσεων με την ενέργεια είναι μη τριτοβάθμια. Αναφέρεται το παράδειγμα των φάσεων των *gauginos* , οι οποίες έστω και αν είναι οι μοναδικές μη μηδενικές φάσεις στην κλίμακα ενοποίησης, επάγουν λόγω των εξισώσεων επανακανονικοποίησης μικρές φάσεις στις άλλες παραμέτρους της θεωρίας σε χαμηλότερες ενέργειες. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα να διαφοροποιούνται δραστικά οι υπολογιζόμενες ΗΔΡ και να περιορίζεται ο παραμετρικός χώρος που επιτρέπουν τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ. Επίσης σημαντικό στοιχείο στην ανάλυση είναι και η έλλειψη ευθυγράμμισης των φάσεων των μέσων αναμενόμενων τιμών του κενού των πεδίων Higgs , η οποία προκύπτει από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού σε προσέγγιση ενός κβαντικού βρόχου όταν υπάρχουν πηγές παραβίασης της συμμετρίας CP . Η γωνία αυτή επιδρά σημαντικά στον υπολογισμό των ΗΔΡ, ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές  $\tan \beta$  καθώς και σε άλλα φυσικά μεγέθη με μεγάλη φαινομενολογική σημασία όπως το φάσμα μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων και το πλάτος διάσπασης των μποζονίων Higgs σε ζεύγη  $b\bar{b}$ .

Σε ό,τι αφορά την αναζήτηση περιοχών που ικανοποιούν και τους κοσμολογικούς περιορισμούς και τους περιορισμούς από τις ΗΔΡ, ευρέθη ότι αυτό επιτυγχάνεται δύσκολα και μόνο αν ρυθμίσουμε προσεκτικά τις τιμές των φάσεων στις μεγάλες ενέργειες. Συγκεκριμένα , η δυνατότητα αυτή υπάρχει στις περιπτώσεις όπου τα *neutralinos* εξαϋλώνονται μέσω συντονισμού στην μάζα των Higgses και στις οποίες οι επιτρεπτές κοσμολογικά περιοχές

εκτείνονται με μορφή χοάνης σε μεγάλο τμήμα του παραμετρικού χώρου. Τότε είναι πιο πιθανό οι χοάνες αυτές να επικαλύπτονται με περιοχές έχουμε ρυθμίσει τις τιμές των φάσεων με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται τα πειραματικά όρια των ΗΔΡ. Η επικάλυψη αυτή είναι εφικτή για τιμές των φάσεων επαρκώς μεγάλων όπως απαιτούν ορισμένες θεωρίες της Βαρυογένεσης. Είναι αξιοσημείωτο να τονίσουμε εδώ ότι οι επιτρεπτές παραμετρικές περιοχές που προκύπτουν με τους τρόπους που περιγράψαμε είναι τέτοιες ώστε το φάσμα των υπερσυμμετρικών σωματιδίων να είναι προσπελάσιμο από τα μελλοντικά πειράματα του LHC.

## Παράρτημα Α΄

### Το Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο - Συμβάσεις

Το Περιορισμένο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο (MSSM) υπακούει στην ίδια συμμετρία βαθμίδας  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  με το Καθιερωμένο Πρότυπο. Τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου με σπιν 0, 1/2 ανήκουν μαζί με τους αντίστοιχους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους που έχουν σπιν 1/2, 0 αντίστοιχα, σε κοινές αναπαραστάσεις της υπερσυμμετρικής άλγεβρας που ονομάζονται *χειραλικά υπερπεδία* και συμβολίζονται με  $\hat{Q}$ ,  $\hat{L}$  κ.ο.κ. Με ανάλογο τρόπο τα σωματίδια με σπιν 1 ανήκουν μαζί με τα υπερσυμμετρικά gauginos με σπιν 1/2 στα *διανυσματικά υπερπεδία*. Στον Πίνακα Α.1 παρουσιάζεται το σωματιδιακό περιεχόμενο του MSSM μαζί με τα φορτία των μετασχηματισμών  $SU(3)$ ,  $SU(2)$ ,  $U(1)$ . Παρατίθενται δε για λόγους οικονομίας χώρου τα μέλη της πρώτης μόνο γενιάς των κουάρκ και των λεπτονίων.

Ας σημειωθεί ότι οι συνιστώσες των χειραλικών υπερπεδίων ( $u_L, d_L, u_L^c, d_L^c$  κλπ) είναι αριστερόστροφοι σπίνορες Weyl δύο συνιστωσών. Τα υπερπεδία  $\hat{U}^C, \hat{D}^C, \hat{L}^C$  συνδέονται με τα  $\hat{U}, \hat{D}, \hat{L}$  μέσω της συζυγίας φορτίου. Κατ' αυτόν τον τρόπο, για παράδειγμα το  $\hat{U}^c$  περιλαμβάνει το δεξιόστροφο αντικουάρκ  $\bar{u}_R \equiv u_L^c$  και τον υπερσυμμετρικό του εταίρο  $\tilde{u}_R^* \equiv \tilde{u}_L^c$ .

Η υπερσυμμετρική Λαγκρανζιανή πρέπει να περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις των συνηθισμένων σωματιδίων μεταξύ τους, σύμφωνα με το Καθιερωμένο Πρότυπο, αλλά και με τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους ενώ ταυτόχρονα να είναι αναλλοίωτη σε μετασχηματισμούς βαθμίδας και σε υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς. Οι κινητικοί όροι όπως εκφράζονται με την μορφή της συναλλοίωτης παραγώγου περιγράφουν τις αλληλεπιδράσεις βαθμίδας όλων των σωματιδίων, συνηθισμένων και υπερσυμμετρικών, και υπακούουν στο αίτημα της αναλλοιότητας. Για την περιγραφή αλληλεπιδράσεων μεταξύ

	$SU(2)$	$U_Y(1)$	$SU(3)$
$\hat{Q} : \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix}_L$	2	1/3	3
$\hat{U}^C : u_L^c, \tilde{u}_L^c$	1	-4/3	$\bar{3}$
$\hat{D}^C : d_L^c, \tilde{d}_L^c$	1	2/3	$\bar{3}$
$\hat{L} : \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \tilde{\nu} \\ \tilde{e} \end{pmatrix}_L$	2	-1	1
$\hat{E}^C : e_L^c, \tilde{e}_L^c$	1	2	1
$\hat{H}_1 : \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}$	2	-1	1
$\hat{H}_2 : \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}$	2	1	1
$\hat{W} : \begin{pmatrix} W^1 \\ W^2 \\ W^3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tilde{W}^1 \\ \tilde{W}^2 \\ \tilde{W}^3 \end{pmatrix}$	1	0	1
$\hat{B} : B, \tilde{B}$	1	0	1
$\hat{g}^\alpha : g^\alpha, \tilde{g}^\alpha$	1	0	8

Πίνακας Α.1: Το σωματιδιακό περιεχόμενο του MSSM .

σωματιδίων και υπερσυμμετρικών σωματιδίων είναι αναγκαία η εισαγωγή της έννοιας του *υπερδυναμικού*  $\mathcal{W}$ . Πρόκειται για μια αναλυτική συνάρτηση που περιέχει χειραλικά πεδία, δεν περιλαμβάνει ούτε παραγώγους ούτε τους μιγαδικούς συζυγείς αυτών.

Η Λαγκρανζιανή που προκύπτει από το υπερδυναμικό είναι υπερσυμμετρικά αναλλοίωτη και έχει την μορφή :

$$\mathcal{L}_{\mathcal{W}} = - \sum_i \left| \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i} \right|^2 + \sum_{ij} \left[ \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + (h.c) \right]. \quad (\text{A.1})$$

Στην έκφραση (A.1)  $\phi_i, \psi_i$  είναι τα βαθμωτά και τα φερμιονικά πεδία Weyl αντίστοιχα.

Για μια επανακανονικοποιήσιμη θεωρία το υπερδυναμικό πρέπει να περιέχει όρους που εμπλέκουν το πολύ μέχρι τρία υπερπεδία. Εάν αγνοήσει κανείς την ανάμειξη μεταξύ των φερμιονικών γενεών το υπερδυναμικό του MSSM παίρνει την απλή μορφή,

$$\mathcal{W} = h_t Q^T \epsilon H_2 U^c + h_b Q^T \epsilon H_1 D^c + h_\tau L^T \epsilon H_2 E^c + \mu H_1^T \epsilon H_2 \quad (\text{A.2})$$

Με  $h_t, h_b, h_\tau$  συμβολίζονται οι σταθερές ζεύξης τύπου Yukawa και τα στοιχεία του διαδιάστατου αντισυμμετρικού πίνακα  $\epsilon$  είναι  $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$ . Από τους όρους αυτούς θα προκύψουν οι αλληλεπιδράσεις των κουάρκς και των λεπτονίων με τα πεδία Higgs οπότε οι

σταθερές αυτές προσδιορίζονται από τις μάζες των φερμιονίων και τις μέσες αναμενόμενες τιμές στο κενό των ουδέτερων συνιστωσών των πεδίων Higgs . Στο υπερδυναμικό (A.2) έχουν παραληφθεί οι όροι Yukawa για την πρώτη και δεύτερη γεννεά στην προσέγγιση όπου οι σταθερές ζεύξης τους Yukawa θεωρούνται μικρές συγκρινόμενες με αυτές της τρίτης γεννεάς. Οι όροι Yukawa της έκφρασης A.2 από τους οποίους προκύπτουν οι μάζες των top, bottom, tau δίνονται από την σχέση :

$$\mathcal{W} = h_t H_2^0 U U^c - h_b H_1^0 D D^c - h_\tau H_1^0 E E^c .$$

Το τμήμα της Λαγκρανζιανής  $\mathcal{L}_{soft}$  που παραβιάζει ήπια την Υπερσυμμετρία και περιέχει μόνο βαθμωτά πεδία δίνεται από την έκφραση :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{scalar} = & - \sum_i m_i^2 |\phi_i|^2 \\ & - (A_t h_t Q^T \in H_2 U^c + A_b h_b Q^T \in H_1 D^c + A_\tau h_\tau L^T \in H_2 E^c + h.c) \\ & - (m_3^2 H_1^T \in H_2 + h.c) , \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

όπου η άθροιση γίνεται σε όλα τα βαθμωτά πεδία και τις βαθμωτές συνιστώσες των υπερσυμμετρικών πολλαπλετών που εμφανίζονται.

Οι "ήπιοι" όροι μάζας για τα gauginos δίνονται από την σχέση :

$$\mathcal{L}_{gaugino} = -\frac{1}{2} ( M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W}^{(i)} \tilde{W}^{(i)} + M_3 \tilde{G} \tilde{G} + h.c.). \quad (\text{A.4})$$

Τα φερμιονικά πεδία (gauginos)  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{W}^{(i)}$ ,  $\tilde{G}$  αντιστοιχούν στις ομάδες συμμετρίας  $U(1)$ ,  $SU(2)$ , και  $SU(3)$  . Ακολουθείται ο συμβολισμός των Ellis και Zwirner [145] με την διαφορά ότι τα πρόσημα των μαζών των gauginos καθώς και των σταθερών Yukawa του bottom και του tau έχουν αντιστραφεί στην δική μας περίπτωση. Οι εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 1-βρόχου στην αναφορά αυτή συμπίπτουν με τις δικές μας αν αλλάξουν τα πρόσημα στις μάζες των gauginos . ενώ δεν επηρεάζονται από την σύμβαση που υιοθετεί κανείς για τις σταθερές Yukawa , γιατί αυτές εμφανίζονται μόνο σε άρτιες ή μόνο σε περιττές δυνάμεις μέσα στις εξισώσεις επανακανονικοποίησης. Σε προσέγγιση 2-βρόχων και στην γενικότερη περίπτωση όπου οι υπερσυμμετρικές παράμετροι είναι μιγαδικές, ώστε να παραβιάζεται η συμμετρία CP , οι εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης μπορούν να αναζητηθούν στις αναφορές [117] και [118]. Σύμφωνα με την πρώτη αναφορά από αυτές το τμήμα της Λαγκρανζιανής που παραβιάζει ήπια την Υπερσυμμετρία έχει την μορφή :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{6} h^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{1}{2} b^{ij} \phi_i \phi_j - \frac{1}{2} (m^2)_i^j \phi_i \phi_j^* - \frac{1}{2} M_{(a)} \lambda_a \lambda_a + (h.c) \quad (\text{A.5})$$



Αν αγνοήσουμε την ανάμειξη των γεύσεων στα λεπτόνια και τα κουάρκς καθώς και στους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους όπως τονίσαμε παραπάνω οι “ηπιοί” όροι μάζας για τα βαθμωτά  $\phi_i$  απλουστεύονται :

$$\mathcal{L} = -Re(m^2)_i^i |\phi_i|^2$$

Από την εξίσωση Α' συμπεραίνουμε ότι τα φανταστικά μέρη των  $(m^2)_i^i$  δεν συμμετέχουν στην Λαγκρανζιανή. Επιπλέον οι εξισώσεις επανακανονικοποίησης των παραμέτρων που εμφανίζονται στην Λαγκρανζιανή δεν εξαρτώνται από τα φανταστικά μέρη των  $(m^2)_i^i$  και άρα αυτά δεν επηρεάζουν τις φυσικές ποσότητες. Επομένως μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή, ακόμη και να μηδενιστούν.

Οι εξισώσεις επανακανονικοποίησης σε προσέγγιση 2-βρόχων για τις τριγραμμικές σταθερές σύζευξης  $A_{t,b,\tau}$  προκύπτουν αν αντικατασταθούν οι παράμετροι  $h_{ijk}$  και οι σταθερές Yukawa  $Y_{ijk}$  στις εξισώσεις επανακανονικοποίησης της αναφοράς [117] από την ισότητα  $h \equiv -A \cdot Y$  όπου έχουν παραληφθεί οι δείκτες γεύσεως και όπου ακολουθούμε την σύμβαση αντίθετου προσήμου για τις μάζες των gauginos όπως προαναφέρθηκε. Η παράμετρος  $\mu$  της αναφοράς [117] αντιστοιχεί στην δική μας παράμετρο  $\mu$  ενώ η παράμετρος  $B$  σύζευξης των βαθμωτών πεδίων Higgs της ίδιας αναφοράς αντιστοιχεί στην δική μας παράμετρο  $-m_3^2$ .

Σύμφωνα με την έκφραση του υπερδυναμικού (A.2) και έχοντας υπ' όψιν τις μέσες αναμενομενες τιμές των πεδίων Higgs στο κενό  $\langle H_1 \rangle = v_1$ ,  $\langle H_2 \rangle = \exp(i\theta)v_2$ , όπου  $v_{1,2}$  πραγματικοί αριθμοί) οι όροι μάζας της Λαγκρανζιανής για το bottom και το tau είναι :

$$\mathcal{L} = h_b v_1 b b_c + h_\tau \tau \tau_c + (h.c.)$$

Επομένως οι αντίστοιχες τρέχουσες μάζες ακολουθώντας την καθιερωμένη σύμβαση για τις φερμιονικές μάζες στην Λαγκρανζιανή θα δίνονται από τις σχέσεις  $m_b = -h_b v_1$  και  $m_\tau = -h_\tau v_1$ . Αυτή είναι η σύμβαση που ακολουθείται στην παρούσα μελέτη. Σε ό,τι αφορά το κουάρκ top ο όρος μάζας της Λαγκρανζιανής λόγω της παραβίασης της συμμετρίας CP έχει την μορφή :

$$\mathcal{L} = h_t v_2 e^{i\theta} t t_c + (h.c.)$$

Η φάση  $\theta$  είναι δυνατόν να απορροφηθεί με έναν χειραλικό μετασχηματισμό του φερμιονικού πεδίου του top οπότε η τρέχουσα μάζα του top ισούται με  $m_t = h_t v_2$ . Ο μετασχηματισμός αυτός τροποποιεί άλλες σταθερές σύζευξης, όπως για παράδειγμα την σταθερά σύζευξης gluino-top-stop, οι οποίες αποκτούν πλέον εξάρτηση από την σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  μεταξύ των  $\langle H_1 \rangle$ ,  $\langle H_2 \rangle$ .

Ο πίνακας μάζας των neutralinos ως προς την βάση  $\tilde{B}, \tilde{W}^{(3)}, i\tilde{H}_1^0, i\tilde{H}_2^0$  έχει την μορφή :

$$\mathcal{M}_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & g' \langle H_1^* \rangle & -g' \langle H_2^* \rangle \\ 0 & M_2 & -g \langle H_1^* \rangle & g \langle H_2^* \rangle \\ g' \langle H_1^* \rangle & -g \langle H_1^* \rangle & 0 & -\mu \\ -g' \langle H_2^* \rangle & g \langle H_2^* \rangle & -\mu & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Ο αντίστοιχος πίνακας που εισέρχεται στις εκφράσεις του ενεργού δυναμικού και ο οποίος εξαρτάται από τα πεδία έχει την ίδια μορφή αρκεί να αντικαταστήσουμε τις μέσες αναμενόμενες τιμές των πεδίων Higgs στο κενό από τις ουδέτερες συνιστώσες των αντίστοιχων ισοτοπικών διπλετών Higgs . Στην περίπτωση παραβίασης της συμμετρίας CP οι μάζες των gauginos , η παράμετρος  $\mu$  και οι μέσες αναμενόμενες τιμές του κενού των πεδίων Higgs είναι μιγαδικές. Οι ιδιοκαταστάσεις μάζας εξαρτώνται από την σχετική διαφορά φάσης των πεδίων Higgs . Ο συμμετρικός πίνακας A.6 μπορεί να διαγωνιοποιηθεί με τον ακόλουθο τρόπο :

$$\mathcal{O}^T \mathcal{M}_N \mathcal{O} = \text{diag} \left( m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\chi}_3^0}, m_{\tilde{\chi}_4^0} \right). \quad (\text{A.7})$$

όπου ο πίνακας  $\mathcal{O}$  είναι γενικά μιγαδικός. Η σύμβασή μας έχει επιλεγεί έτσι ώστε οι ιδιοτιμές  $m_{\tilde{\chi}_i^0}$  να είναι πραγματικές και θετικές.

Ο πίνακας μάζας των charginos είναι

$$\mathcal{M}_C = \begin{pmatrix} M_2 & -g \langle H_2^* \rangle \\ -g \langle H_1^* \rangle & \mu \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

και μπορεί να διαγωνιοποιηθεί ως εξής :

$$U \mathcal{M}_c V^\dagger = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1} & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των charginos σε αναπαράσταση Dirac ορίζονται ως :

$$\tilde{\chi}_1 \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1^+ \\ \lambda_1^- \end{pmatrix}, \quad \tilde{\chi}_2 \equiv \begin{pmatrix} \lambda_2^+ \\ \lambda_2^- \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

όπου οι σπίνορες Weyl  $\lambda_{1,2}^\pm$  σχετίζονται με τα πεδία  $\tilde{W}^\pm, i\tilde{H}_1^-, i\tilde{H}_2^+$  με τους μετασχηματισμούς που ακολουθούν :

$$V \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ i\tilde{H}_2^+ \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1^+ \\ \lambda_2^+ \end{pmatrix}, \quad \left( \tilde{W}^-, i\tilde{H}_1^- \right) U^\dagger \equiv (\lambda_1^-, \lambda_2^-). \quad (\text{A.11})$$

## Παράρτημα Β΄

### Οι μάζες των σωματιδίων Higgs

Στην περίπτωση που παραβιάζεται η συμμετρία CP ο πίνακας μάζας των σωματιδίων Higgs ως προς την βάση  $\{R_1, R_2, I_1, I_2\}$ , έχοντας υπ' όψη τους ορισμούς (3.10), είναι

$$M_H^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 c_\beta^2 + M_A^2 s_\beta^2 + \bar{\delta}_{11} & -(M_Z^2 + M_A^2) c_\beta s_\beta + \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{13} s_\beta & \bar{\delta}_{14} c_\beta \\ -(M_Z^2 + M_A^2) c_\beta s_\beta + \bar{\delta}_{12} & M_Z^2 s_\beta^2 + M_A^2 c_\beta^2 + \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{23} s_\beta & \bar{\delta}_{24} c_\beta \\ \bar{\delta}_{13} s_\beta & \bar{\delta}_{23} c_\beta & (M_A^2 + \bar{\delta}_{33}) s_\beta^2 & (M_A^2 + \bar{\delta}_{34}) c_\beta s_\beta \\ \bar{\delta}_{14} s_\beta & \bar{\delta}_{24} c_\beta & (M_A^2 + \bar{\delta}_{34}) c_\beta s_\beta & (M_A^2 + \bar{\delta}_{44}) c_\beta^2 \end{pmatrix}$$

όπου ακολουθούμε τον συμβολισμό :  $c_\beta \equiv \cos \beta$ ,  $s_\beta \equiv \sin \beta$ . Οι υπόλοιπες ποσότητες που εισέρχονται στα στοιχεία του παραπάνω πίνακα, ορίζονται με τον ακόλουθο τρόπο :

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{11} &= -\frac{1}{\sqrt{2} v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_1} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 R_1} \\ \bar{\delta}_{22} &= -\frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_2} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 R_2} \\ \bar{\delta}_{12} &= \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_1 \partial R_2} \\ \bar{\delta}_{33} &= \frac{1}{s_\beta^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2} v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_1} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 I_1} \right) \\ \bar{\delta}_{44} &= \frac{1}{c_\beta^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_2} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 I_2} \right) \end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\delta}_{13} &= \frac{1}{s_\beta} \left( \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_1 \partial I_1} \right) \\
\bar{\delta}_{14} &= \frac{1}{c_\beta} \left( -\frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial I_1} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_1 \partial I_2} \right) \\
\bar{\delta}_{23} &= \frac{1}{s_\beta} \left( -\frac{1}{\sqrt{2} v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial I_2} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_2 \partial I_1} \right) \\
\bar{\delta}_{24} &= \frac{1}{c_\beta} \left( \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_2 \partial I_2} \right) \\
\bar{\delta}_{34} &= \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left( \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial I_1 \partial I_2} \right)
\end{aligned}$$

Εκμεταλλευόμενοι την συμμετρία του δυναμικού (3.15) σε μετασχηματισμούς  $SU(2)$  μπορούμε να εκφράσουμε τον πίνακα μάζας (B.1) σε πιο απλή μορφή. Η συμμετρία αυτή επιβάλλει τις παρακάτω σχέσεις :

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\sqrt{2} v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_1} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 I_1} &= \frac{s_\beta}{c_\beta} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial I_1 \partial I_2} \\
-\frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial R_2} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial^2 I_2} &= \frac{c_\beta}{s_\beta} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial I_1 \partial I_2} \\
-\frac{1}{\sqrt{2} v_2} \frac{\partial \Delta V}{\partial I_1} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_1 \partial I_2} &= \frac{c_\beta}{s_\beta} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_1 \partial I_1} \\
-\frac{1}{\sqrt{2} v_1} \frac{\partial \Delta V}{\partial I_2} + \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_2 \partial I_1} &= \frac{c_\beta}{s_\beta} \frac{\partial^2 \Delta V}{\partial R_2 \partial I_2}, \tag{B.2}
\end{aligned}$$

Λόγω των σχέσεων αυτών όλες οι ποσότητες  $\delta_{ij}$  που εμφανίζονται στον πίνακα (B.1) δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\begin{aligned}
\bar{\delta}_{33} &= \bar{\delta}_{44} = \bar{\delta}_{34} \\
\bar{\delta}_{13} &= \bar{\delta}_{14} \\
\bar{\delta}_{23} &= \bar{\delta}_{24} \tag{B.3}
\end{aligned}$$

## B'.1 Συνεισφορές από τα sfermions και τα fermions.

Στις συνεισφορές που ακολουθούν και οι οποίες μπορούν να αναζητηθούν στις αναφορές [67] υπάρχουν επιπλέον όροι, οι οποίοι συμβολίζονται ως  $\delta_{extra}$ , που οφείλονται στην παρουσία των όρων "D" (D-terms) στους πίνακες μάζας των sfermions. Οι όροι παραλείφθηκαν σε πρώτη προσέγγιση στις αναφορές [67]. Στις εκφράσεις που ακολουθούν

οι συναρτήσεις  $f_1(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  ορίζονται ως,  $f_2(x, y) = 2 - \frac{y+x}{y-x} \ln \frac{y}{x}$  και  $f_1(x, y) = f_2(x, y) - \ln \frac{xy}{Q^4}$  όπου  $Q$  η ενεργειακή κλίμακα στην οποία υπολογίζουμε τις συνεισφορές. Στις ιδιοτιμές των μαζών των sfermions με  $m_{\tilde{f}_1}$  συμβολίζουμε την μικρότερη ιδιοτιμή, δηλαδή  $m_{\tilde{f}_1} < m_{\tilde{f}_2}$ .

### B'.1.1 Συνεισφορές των Stops και top

Ισχύει

$$\delta_{33}^{\tilde{t},t} = (\delta M_A^2)_{\tilde{t},t} = \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left[ \frac{1}{2} \beta_{h_t} |\mu| |A_t| \cos \gamma_t f_1(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \right] \quad (\text{B.4})$$

$$\delta_{11}^{\tilde{t},t} = 2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu|^2 \frac{(\hat{P}_1^{\tilde{t}})^2}{(\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$$

$$\delta_{22}^{\tilde{t},t} = 2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu|^2 \frac{(\hat{P}_2^{\tilde{t}})^2}{(\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 2 \beta_{h_t} m_t^2 \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{m_t^4} + 4 \beta_{h_t} m_t^2 |A_t| \frac{\hat{P}_2^{\tilde{t}}}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}$$

$$\delta_{12}^{\tilde{t},t} = 2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu| |A_t| \frac{\hat{P}_1^{\tilde{t}} \hat{P}_2^{\tilde{t}}}{(\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) + 2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu| \frac{\hat{P}_1^{\tilde{t}}}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}$$

$$\delta_{33}^{\tilde{t},t} = 2 \beta_{h_t} m_t^2 \frac{|\mu|^2 |A_t|^2 \sin^2 \gamma_t}{s_\beta^2 (\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$$

$$\delta_{13}^{\tilde{t},t} = -2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu|^2 |A_t| \sin \gamma_t \frac{\hat{P}_1^{\tilde{t}}}{s_\beta (\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$$

$$\delta_{23}^{\tilde{t},t} = -2 \beta_{h_t} m_t^2 \frac{|\mu| |A_t| \sin \gamma_t}{s_\beta \Delta m_{\tilde{t}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} - 2 \beta_{h_t} m_t^2 |\mu| |A_t|^2 \sin \gamma_t \frac{\hat{P}_2^{\tilde{t}}}{s_\beta (\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)$$

όπου

$$\Delta m_{\tilde{t}}^2 \equiv m_{\tilde{t}_2}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2$$

$$\beta_{h_t} \equiv \frac{3 h_t^2}{16 \pi^2}$$

$$\hat{P}_1^{\tilde{t}} = |\mu| \cot \beta + |A_t| \cos \gamma_t$$

$$\hat{P}_2^{\tilde{t}} = |\mu| \cot \beta \cos \gamma_t + |A_t|$$

$$\gamma_t = \varphi_{A_t} + \varphi_\mu$$

Οι επιπλέον συνεισφορές στα  $\Delta_{ij}$  από τους όρους -D του δυναμικού είναι,

$$\begin{aligned} \delta_{11}^{\tilde{t},t,extra} &= \frac{G_+^2 + G_-^2}{2} v_1^2 Lp - \left( \frac{G_+ v_1 (G_- \mathcal{H} v_1 + 2 |\mu| h_t^2 (|\mu| v_1 + |A_t| \cos \gamma_t v_2))}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \right) Lm \\ &+ v_1 \left( -\frac{G_-^2 v_1}{2} + \frac{G_- \mathcal{H} (G_- \mathcal{H} v_1 + 4 |\mu| h_t^2 (|\mu| v_1 + |A_t| \cos \gamma_t v_2))}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \right) f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{22}^{\tilde{t},t\text{ extra}} &= \frac{G_-^2 + G_+(G_+ - 4h_t^2)}{2} v_2^2 L_p + v_2 \left( \frac{2|A_t| |\mu| \cos \gamma_t G_+ h_t^2 v_1}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{-G_- G_+ \mathcal{H} + 2h_t^2(|A_t|^2 G_+ + G_- \mathcal{H})}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \right) L_m \right) \\
&\quad + v_2 \left( \frac{-2|A_t| |\mu| \cos \gamma_t G_- \mathcal{H} H_t^2 v_1}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} + \frac{G_- \mathcal{H} (G_- \mathcal{H} - 4|A_t|^2 h_t^2) v_2}{2 \Delta m_{\tilde{t}}^2} - \frac{G_-^2 v_2}{2} \right) f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12}^{\tilde{t},t\text{ extra}} &= -\frac{1}{2} (G_-^2 + G_+(G_+ - 2h_t^2)) v_1 v_2 L_p + \left( \frac{(-|A_t|^2 + |\mu|^2) G_+ h_t^2 + G_- \mathcal{H} (G_+ - h_t^2)}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} v_1 v_2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{|A_t| |\mu| \cos \gamma_t G_+ h_t^2 (v_1^2 - v_2^2)}{\Delta m_{\tilde{t}}^2} \right) L_m + \left( \frac{G_-^2}{2} v_1 v_2 - \frac{G_- \mathcal{H} (G_- \mathcal{H} + 2(-|A_t|^2 + |\mu|^2) h_t^2)}{2(\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} v_1 v_2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{|A_t| |\mu| \cos \gamma_t G_- \mathcal{H} h_t^2 (v_1^2 - v_2^2)}{(\Delta m_{\tilde{t}}^2)^2} \right) f_2(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2)
\end{aligned}$$

όπου

$$\begin{aligned}
G_+ &= \frac{g^2}{2 c_w^2} \\
G_- &= \frac{g^2}{c_w^2} \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{3} s_w^2 \right) \\
L_p &= \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{Q^4} \\
L_m &= \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \\
\mathcal{H} &= (m_{Q_3}^2 - m_{U_3}^2) + G_- (v_1^2 - v_2^2)
\end{aligned} \tag{B.5}$$

### B'.1.2 Συνεισφορές των Sbottoms και bottom

Ισχύει

$$\delta_{33}^{\tilde{b},b} = (\delta M_A^2)_{\tilde{b},b} = \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left[ \frac{1}{2} \beta_{h_b} |\mu| |A_b| \cos \gamma_b f_1(m_{\tilde{b}_1}^2, m_{\tilde{b}_2}^2) \right] \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{\bar{b},b} &= 2\beta_{h_b} m_b^2 |A_b|^2 \frac{(\hat{P}_1^{\bar{b}})^2}{(\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) + 2\beta_{h_b} m_b^2 \ln \frac{m_{\bar{b}_1}^2 m_{\bar{b}_2}^2}{m_b^4} + 4\beta_{h_b} m_b^2 |A_b| \frac{\hat{P}_1^{\bar{b}}}{\Delta m_b^2} \ln \frac{m_{\bar{b}_2}^2}{m_{\bar{b}_1}^2} \\
\delta_{22}^{\bar{b},b} &= k_{\bar{b}} \cot \beta + 2\beta_{h_b} m_b^2 |\mu|^2 \frac{(\hat{P}_2^{\bar{b}})^2}{(\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\delta_{12}^{\bar{b},b} &= 2\beta_{h_b} m_b^2 |\mu| |A_b| \frac{\hat{P}_1^{\bar{b}} \hat{P}_2^{\bar{b}}}{(\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) + 2\beta_{h_b} m_b^2 |\mu| \frac{\hat{P}_2^{\bar{b}}}{\Delta m_b^2} \ln \frac{m_{\bar{b}_2}^2}{m_{\bar{b}_1}^2} \\
\delta_{33}^{\bar{b},b} &= 2\beta_{h_b} m_b^2 \frac{|\mu|^2 |A_b|^2 \sin^2 \gamma_b}{c_\beta^2 (\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\delta_{13}^{\bar{b},b} &= -2\beta_{h_b} m_b^2 \frac{|\mu| |A_b| \sin \gamma_b}{c_\beta \Delta m_b^2} \ln \frac{m_{\bar{b}_2}^2}{m_{\bar{b}_1}^2} - 2\beta_{h_b} m_b^2 |\mu| |A_b|^2 \sin \gamma_b \frac{\hat{P}_1^{\bar{b}}}{c_\beta (\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\delta_{23}^{\bar{b},b} &= -2\beta_{h_b} m_b^2 |\mu|^2 |A_b| \sin \gamma_b \frac{\hat{P}_2^{\bar{b}}}{c_\beta (\Delta m_b^2)^2} f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\Delta m_b^2 &\equiv m_{\bar{b}_2}^2 - m_{\bar{b}_1}^2 \\
\beta_{h_b} &\equiv \frac{3h_b^2}{16\pi^2} \\
\hat{P}_1^{\bar{b}} &= |\mu| \tan \beta \cos \gamma_b + |A_b| \\
\hat{P}_2^{\bar{b}} &= |\mu| \tan \beta + |A_b| \cos \gamma_b \\
\gamma_b &= \varphi_{A_b} + \varphi_\mu
\end{aligned}$$

Οι επιπλέον όροι από τους όρους -D του δυναμικού είναι,

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{\bar{b},b,extra} &= \frac{1}{2}(G_-^2 + G_+(G_+ + 4h_b^2))v_1^2 Lp \\
&\quad - \frac{v_1(2|A_b|^2 G_+ h_b^2 v_1 + G_- \mathcal{H}(G_+ + 2h_b^2)v_1 + 2|A_b||\mu| \cos \gamma_b G_+ h_b^2 v_2)}{\Delta m_b^2} Lm \\
&\quad + v_1 \left( -\frac{G_-^2 v_1}{2} + \frac{G_- \mathcal{H}(4|A_b|^2 h_b^2 v_1 + G_- \mathcal{H}v_1 + 4|A_b||\mu| \cos \gamma_b h_b^2 v_2)}{2(\Delta m_b^2)^2} \right) f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\delta_{22}^{\bar{b},b,extra} &= \frac{1}{2}(G_+^2 + G_-^2)v_2^2 Lp + \frac{v_2(2|A_b||\mu| \cos \gamma_b G_+ h_b^2 \langle 1 \rangle + v_2 G_+(2|\mu|^2 h_b^2 - G_- \mathcal{H}))}{\Delta m_b^2} Lm \\
&\quad + v_2 \left( \frac{-4|A_b||\mu| \cos \gamma_b G_+ h_b^2 \mathcal{H}v_1 + v_2 G_- \mathcal{H}(-4|\mu|^2 h_b^2 + G_- \mathcal{H})}{2(\Delta m_b^2)^2} - \frac{1}{2}G_-^2 v_2 \right) f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2) \\
\delta_{12}^{\bar{b},b,extra} &= -\frac{1}{2}(G_-^2 + G_+(G_+ + 2h_b^2))v_1 v_2 Lp + \left( \frac{(|A_b|^2 - |\mu|^2)G_+ h_b^2 + G_- \mathcal{H}(G_+ + h_b^2)}{\Delta m_b^2} v_1 v_2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{|A_b||\mu| \cos \gamma_b G_+ h_b^2 (v_1^2 - v_2^2)}{\Delta m_b^2} \right) Lm + \left( \frac{G_-^2}{2} v_1 v_2 - \frac{G_- \mathcal{H}(G_- \mathcal{H} + 2(|A_b|^2 - |\mu|^2)h_b^2)}{2(\Delta m_b^2)^2} v_1 v_2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{|A_b||\mu| \cos \gamma_b G_- \mathcal{H}h_b^2}{(\Delta m_b^2)^2} (v_1^2 - v_2^2) \right) f_2(m_{\bar{b}_1}^2, m_{\bar{b}_2}^2)
\end{aligned}$$

όπου

$$\begin{aligned}
G_+ &= - \frac{g^2}{4 c_w^2} \\
G_- &= \frac{g^2}{c_w^2} \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} s_w^2 \right) \\
L_p &= \ln \frac{m_{\tilde{b}_1}^2 m_{\tilde{b}_2}^2}{Q^4} \\
L_m &= \ln \frac{m_{\tilde{b}_1}^2}{m_{\tilde{b}_2}^2} \\
\mathcal{H} &= (m_{Q_3}^2 - m_{D_3}^2) + G_- (v_1^2 - v_2^2)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

### B'.1.3 Συνεισφορές των Staus και tau

Ισχύει

$$\tilde{\delta}_{33}^{\tilde{\tau},\tau} = (\delta M_A^2)_{\tilde{\tau},\tau} = (\delta M_A^2)_{\tilde{b},b} [h_b \rightarrow h_\tau, m_b \rightarrow m_\tau, m_{\tilde{b}} \rightarrow m_{\tilde{\tau}}] \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{\tilde{\tau},\tau} &= 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |A_\tau|^2 \frac{(\hat{P}_1^{\tilde{\tau}})^2}{(\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) + 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_1}^2 m_{\tilde{\tau}_2}^2}{m_\tau^4} \\
&\quad + 4 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |A_\tau| \frac{\hat{P}_1^{\tilde{\tau}}}{\Delta m_{\tilde{\tau}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_2}^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} \\
\delta_{22}^{\tilde{\tau},\tau} &= 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |\mu|^2 \frac{(\hat{P}_2^{\tilde{\tau}})^2}{(\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) \\
\delta_{12}^{\tilde{\tau},\tau} &= 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |\mu| |A_\tau| \frac{\hat{P}_1^{\tilde{\tau}} \hat{P}_2^{\tilde{\tau}}}{(\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) + 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |\mu| \frac{\hat{P}_2^{\tilde{\tau}}}{\Delta m_{\tilde{\tau}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_2}^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} \\
\delta_{33}^{\tilde{\tau},\tau} &= \frac{k_{\tilde{\tau}}}{c_\beta s_\beta} + 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 \frac{|\mu|^2 |A_\tau|^2 \sin^2 \gamma_\tau}{c_\beta^2 (\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) \\
\delta_{13}^{\tilde{\tau},\tau} &= -2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 \frac{|\mu| |A_\tau| \sin \gamma_\tau}{c_\beta \Delta m_{\tilde{\tau}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_2}^2}{m_{\tilde{\tau}_1}^2} - 2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |\mu| |A_\tau|^2 \sin \gamma_\tau \frac{\hat{P}_1^{\tilde{\tau}}}{c_\beta (\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) \\
\delta_{23}^{\tilde{\tau},\tau} &= -2 \beta_{h_\tau} m_\tau^2 |\mu|^2 |A_\tau| \sin \gamma_\tau \frac{\hat{P}_2^{\tilde{\tau}}}{c_\beta (\Delta m_{\tilde{\tau}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) \\
\Delta m_{\tilde{\tau}}^2 &\equiv m_{\tilde{\tau}_2}^2 - m_{\tilde{\tau}_1}^2 \\
\beta_{h_\tau} &\equiv \frac{h_\tau^2}{16 \pi^2} \\
\hat{P}_1^{\tilde{\tau}} &= |\mu| \tan \beta \cos \gamma_\tau + |A_\tau| \\
\hat{P}_2^{\tilde{\tau}} &= |\mu| \tan \beta + |A_\tau| \cos \gamma_\tau \\
k_{\tilde{\tau}} &= \frac{1}{2} \beta_{h_\tau} |\mu| |A_\tau| \cos \gamma_\tau f_1(m_{\tilde{\tau}_1}^2, m_{\tilde{\tau}_2}^2) \\
\gamma_\tau &= \varphi_{A_\tau} + \varphi_\mu
\end{aligned}$$



Οι εκφράσεις για τους επιπλέον όρους είναι ίδιες με αυτές για τα sbottoms αρκεί να γίνουν οι αντικαταστάσεις  $h_b \rightarrow h_\tau, m_b \rightarrow m_\tau, m_{\tilde{b}} \rightarrow m_{\tilde{\tau}}$ . Ισχύουν επίσης οι παρακάτω σχέσεις,

$$\begin{aligned}
G_+ &= -\frac{g^2}{4c_w^2} \\
G_- &= \frac{g^2}{c_w^2} \left(-\frac{1}{4} + s_w^2\right) \\
L_p &= \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_1}^2 m_{\tilde{\tau}_2}^2}{Q^4} \\
L_m &= \ln \frac{m_{\tilde{\tau}_1}^2}{m_{\tilde{\tau}_2}^2} \\
\mathcal{H} &= (m_{L_3}^2 - m_{E_3}^2) + G_- (v_1^2 - v_2^2)
\end{aligned} \tag{B.9}$$

## Β'.2 Συνεισφορές των διανυματικών μποζονίων $Z, W^\pm$

### Β'.2.1 Συνεισφορά του μποζονίου $Z$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^Z &= \frac{3g^2}{32\pi^2 c_w^2} M_Z^2 c_\beta^2 \ln \frac{M_Z^2}{Q^2} \\
\delta_{22}^Z &= \frac{3g^2}{32\pi^2 c_w^2} M_Z^2 s_\beta^2 \ln \frac{M_Z^2}{Q^2} \\
\delta_{12}^Z &= \frac{3g^2}{32\pi^2 c_w^2} M_Z^2 c_\beta s_\beta \ln \frac{M_Z^2}{Q^2} \\
\delta_{33}^Z &= \delta_{13}^Z = \delta_{23}^Z = 0
\end{aligned}$$

### Β'.2.2 Συνεισφορά των μποζονίων $W^\pm$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^W &= \frac{3g^2}{16\pi^2 c_w^2} M_W^2 c_\beta^2 \ln \frac{M_W^2}{Q^2} \\
\delta_{22}^W &= \frac{3g^2}{16\pi^2 c_w^2} M_W^2 s_\beta^2 \ln \frac{M_W^2}{Q^2} \\
\delta_{12}^W &= \frac{3g^2}{16\pi^2 c_w^2} M_W^2 c_\beta s_\beta \ln \frac{M_W^2}{Q^2} \\
\delta_{33}^W &= \delta_{13}^W = \delta_{23}^W = 0
\end{aligned}$$

### B.3 Συνεισφορές των $\text{charginos}$ .

Ισχύει

$$\delta_{33}^{\tilde{c}} = (\delta M_A^2)_{\tilde{c}} = \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left[ -\frac{g^2}{16\pi^2} |M_2| |\mu| \cos\gamma_2 f_1(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \right] \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} \delta_{11}^{\tilde{c}} &= -\frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 \ln \frac{m_{\tilde{c}_1}^2 m_{\tilde{c}_2}^2}{Q^4} - \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 \frac{\hat{P}_1^{\tilde{c}}}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} - \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 \frac{(\hat{P}_1^{\tilde{c}})^2}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{22}^{\tilde{c}} &= -\frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 \ln \frac{m_{\tilde{c}_1}^2 m_{\tilde{c}_2}^2}{Q^4} - \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 \frac{\hat{P}_2^{\tilde{c}}}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} - \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 \frac{(\hat{P}_2^{\tilde{c}})^2}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{12}^{\tilde{c}} &= -\frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta \ln \frac{m_{\tilde{c}_1}^2 m_{\tilde{c}_2}^2}{Q^4} - \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta \frac{\hat{P}_1^{\tilde{c}} + \hat{P}_2^{\tilde{c}}}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} \\ &\quad - \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta \frac{\hat{P}_1^{\tilde{c}} \hat{P}_2^{\tilde{c}}}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{33}^{\tilde{c}} &= -\frac{g^2}{2\pi^2} M_W^2 \frac{|M_2|^2 |\mu|^2 \sin^2\gamma_2}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{13}^{\tilde{c}} &= \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 c_\beta \frac{|M_2| |\mu| \sin\gamma_2}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} + \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 c_\beta \frac{\hat{P}_1^{\tilde{c}} |M_2| |\mu| \sin\gamma_2}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{23}^{\tilde{c}} &= \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 s_\beta \frac{|M_2| |\mu| \sin\gamma_2}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} + \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^2 s_\beta \frac{\hat{P}_2^{\tilde{c}} |M_2| |\mu| \sin\gamma_2}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \end{aligned}$$

Οι επιπλέον συνεισφορές προκύπτουν αν κρατήσουμε τους όρους τάξης  $\mathcal{O}(g^4)$  στις ιδιοτιμές του πίνακα μάζας  $M_{\tilde{c}}^2$

$$\begin{aligned} \delta_{11,extra}^{\tilde{c}} &= \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 f_1(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) - \frac{g^2}{2\pi^2} \frac{M_W^4}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} c_\beta^2 c_{2\beta} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} \\ &\quad - \frac{g^2}{2\pi^2} M_W^4 c_\beta^2 c_{2\beta} \frac{(\hat{P}_1^{\tilde{c}} + M_W^2 c_{2\beta})}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{22,extra}^{\tilde{c}} &= \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 f_1(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) + \frac{g^2}{2\pi^2} \frac{M_W^4}{\Delta m_{\tilde{c}}^2} s_\beta^2 c_{2\beta} \ln \frac{m_{\tilde{c}_2}^2}{m_{\tilde{c}_1}^2} \\ &\quad + \frac{g^2}{2\pi^2} M_W^4 s_\beta^2 c_{2\beta} \frac{(\hat{P}_2^{\tilde{c}} - M_W^2 c_{2\beta})}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{12,extra}^{\tilde{c}} &= \frac{g^2}{8\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta f_1(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) - \frac{g^2}{4\pi^2} M_W^4 c_\beta s_\beta c_{2\beta} \frac{(\hat{P}_2^{\tilde{c}} - \hat{P}_1^{\tilde{c}} - 2 M_W^2 c_{2\beta})}{(\Delta m_{\tilde{c}}^2)^2} f_2(m_{\tilde{c}_1}^2, m_{\tilde{c}_2}^2) \\ \delta_{13,extra}^{\tilde{c}} &= \delta_{23,extra}^{\tilde{c}} = \delta_{33,extra}^{\tilde{c}} = 0 \end{aligned}$$

Στις ανωτέρω εκφράσεις ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις ( $m_{\tilde{c}_1} < m_{\tilde{c}_2}$ )

$$\begin{aligned} \Delta m_{\tilde{c}}^2 &\equiv m_{\tilde{c}_2}^2 - m_{\tilde{c}_1}^2 \\ \hat{P}_1^{\tilde{c}} &= |M_2|^2 + |\mu|^2 + 2 |M_2| |\mu| \cos\gamma_2 \tan\beta \\ \hat{P}_2^{\tilde{c}} &= |M_2|^2 + |\mu|^2 + 2 |M_2| |\mu| \cos\gamma_2 \cot\beta \\ \gamma_2 &= \xi_2 + \varphi_\mu \end{aligned}$$

## B'.4 Συνεισφορές των neutralinos

Ισχύει

$$\delta_{33}^{\tilde{\chi}} = (\delta M_A^2)_{\tilde{\chi}} = \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left[ \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \frac{\tilde{Q}_{11}(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)} \right] \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} \delta_{ij}^{\tilde{Z}} = \Lambda_{ij} & - \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \left[ -\frac{F_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_j(m_{\tilde{\chi}_a}^2) q(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{(h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2))^3} \right. \\ & + \left. \frac{F_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_j(m_{\tilde{\chi}_a}^2) + F_j(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \right] \\ & - \frac{1}{16 \pi^2} \sum_a \frac{F_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_j(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \ln \frac{m_{\tilde{\chi}_a}^2}{Q^2} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

για  $i, j = 1, 2$

$$\begin{aligned} \delta_{33}^{\tilde{Z}} = \Lambda_{33} & - \frac{1}{c_\beta^2} \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \left[ -\frac{F_4^2(m_{\tilde{\chi}_a}^2) q(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{(h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2))^3} + 2 \frac{F_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \right] \\ & - \frac{1}{c_\beta^2} \frac{1}{16 \pi^2} \sum_a \frac{F_4^2(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \ln \frac{m_{\tilde{\chi}_a}^2}{Q^2} \\ \delta_{13}^{\tilde{Z}} = \Lambda_{13} & - \frac{1}{s_\beta} \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \left[ -\frac{F_1(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2) q(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{(h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2))^3} \right. \\ & + \left. \frac{F_1(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2) + F_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_1(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \right] \\ & - \frac{1}{s_\beta} \frac{1}{16 \pi^2} \sum_a \frac{F_1(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \ln \frac{m_{\tilde{\chi}_a}^2}{Q^2} \\ \delta_{23}^{\tilde{Z}} = \Lambda_{23} & - \frac{1}{c_\beta} \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \left[ -\frac{F_2(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) q(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{(h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2))^3} \right. \\ & + \left. \frac{F_2(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) + F_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) P_2(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \right] \\ & - \frac{1}{c_\beta} \frac{1}{16 \pi^2} \sum_a \frac{F_2(m_{\tilde{\chi}_a}^2) F_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2} \ln \frac{m_{\tilde{\chi}_a}^2}{Q^2} \end{aligned}$$

Στις παραπάνω εκφράσεις  $h(\lambda)$  είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα μάζας των neutralinos στο τετράγωνο :  $h(\lambda) \equiv \det(M_{\tilde{\chi}}^\dagger M_{\tilde{\chi}} - \lambda I) = \prod_{i=1}^4 (\lambda - m_{\tilde{\chi}_i}^2)$ , του οποίου οι ρίζες είναι οι αντίστοιχες ιδιοτιμές μάζας  $h(\lambda = m_{\tilde{\chi}_a}^2) = 0$ . Το πολυώνυμο αυτό είναι τετάρτου βαθμού ως προς  $\lambda$  και μπορεί να γραφεί γενικά ως  $h(\lambda_i) = \lambda_i^4 + A_i \lambda_i^3 + B_i \lambda_i^2 + C_i \lambda_i + D_i$   $i = 1, \dots, 4$ . Οι συντελεστές  $A_i, B_i, C_i, D_i$  εξαρτώνται

από τις ουδέτερες συνιστώσες των πεδίων Higgs και από την σχετική μετατόπιση φάσης  $\theta$  μεταξύ των μέσων αναμενόμενων τιμών του κενού  $\langle H_1^0 \rangle, \langle H_2^0 \rangle$ . Οι συναρτήσεις  $q, F_i, P_i$  ορίζονται ως ακολούθως :

$$\begin{aligned} q(m_{\tilde{\chi}_a}^2) &= 12 (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + 6 m_{\tilde{\chi}_a}^2 + 2 B \\ F_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2) &= A'_i (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^3 + B'_i (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + C'_i m_{\tilde{\chi}_a}^2 + D'_i \\ P_i(m_{\tilde{\chi}_a}^2) &= 3 A'_i (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + 2 B'_i (m_{\tilde{\chi}_a}^2) + C'_i \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Οι τονούμενες ποσότητες είναι οι παραγωγίσεις των συντελεστών  $A_i, B_i, C_i$ , ως προς τις συνιστώσες των ουδέτερων πεδίων Higgs , για παράδειγμα  $A'_i \equiv \frac{\partial A_i}{\partial \phi_i}$  όπου  $\phi_i$  είναι τα  $R_1, R_2, I_1, I_2$  για  $i = 1, 2, 3, 4$  αντίστοιχα. Οι εκφράσεις για τους συντελεστές αυτούς και τις παραγωγούς τους μπορούν να αναζητηθούν στην αναφορά [67] (βλέπε hep-ph/0204092) όπου έχουν παραληφθεί οι όροι τάξης  $g^4$ . Στην δική μας προσέγγιση οι όροι αυτοί λαμβάνονται υπ' όψη με αποτέλεσμα να υπάρχουν επιπλέον συνεισφορές στις εκφράσεις των συντελεστών και των παραγώγων τους, για παράδειγμα  $\delta A_i, \delta B_i$  κ.ο.κ σε σχέση με την παραπάνω δημοσίευση στην οποία θα αναφερόμαστε με τον δείκτη  $N, A_i^N$  κλπ. Για τις ποσότητες  $\Lambda_{ij}$  ισχύει,

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} &= \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \frac{\delta \tilde{Q}_{11}(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)} \\ \Lambda_{22} &= \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \frac{\delta \tilde{Q}_{22}(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)} \\ \Lambda_{12} &= \frac{1}{32 \pi^2} \sum_a f(m_{\tilde{\chi}_a}^2) \frac{\delta \tilde{Q}_{12}(m_{\tilde{\chi}_a}^2)}{h'(m_{\tilde{\chi}_a}^2)} \\ \Lambda_{33} &= \Lambda_{13} = \Lambda_{23} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

και  $\tilde{Q}_{11} = \hat{\beta}_1 (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + \hat{c}_1 m_{\tilde{\chi}_a}^2 + \hat{d}_1$ . Είναι  $\delta \tilde{Q}_{ii} = \delta \hat{\beta}_i (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + \delta \hat{c}_i m_{\tilde{\chi}_a}^2 + \delta \hat{d}_i$  για  $i = 1, 2$  ενώ  $\delta \tilde{Q}_{12} = \delta \hat{\beta}_{12} (m_{\tilde{\chi}_a}^2)^2 + \delta \hat{c}_{12} m_{\tilde{\chi}_a}^2 + \delta \hat{d}_{12}$ . Παρακάτω ορίζονται οι συντελεστές των πολυωνύμων

που προαναφέρθηκαν :

$$\begin{aligned}
A^N &= -(|M_1|^2 + |M_2|^2 + 2 |\mu|^2 + 2 M_Z^2) \\
B^N &= |\mu|^4 + |M_1|^2 |M_2|^2 + 2 |\mu|^2 (|M_1|^2 + |M_2|^2) + 2 M_Z^2 c_w^2 b_2 \\
&\quad - 2 M_Z^2 |\mu| c_w^2 s_{2\beta} b_1 + 2 |\mu|^2 M_Z^2 \\
\delta A &= 0 \\
\delta B &= |M_Z|^4
\end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\begin{aligned}
A_1^{\prime N} &= -\sqrt{2} v_1 \frac{g^2}{c_w^2} \\
B_1^{\prime N} &= \sqrt{2} v_1 g^2 \left( \frac{|\mu|^2}{c_w^2} + b_2 - \tan \beta |\mu| b_1 \right) \\
C_1^{\prime N} &= -\sqrt{2} v_1 g^2 (|\mu|^2 b_2 - \tan \beta |\mu| (|M_1| |M_2| b_5 + |\mu|^2 b_1)) \\
D_1^{\prime N} &= -\sqrt{2} v_1 g^2 \tan \beta |\mu|^2 (|\mu| |M_1| |M_2| b_5)
\end{aligned} \tag{B.16}$$

$$\begin{aligned}
\delta A_1' &= 0 \\
\delta B_1' &= \sqrt{2} v_1 g^2 \frac{M_Z^2}{c_w^2} \\
\delta C_1' &= -\sqrt{2} v_1 g^2 \left( \frac{2 M_Z^2 s_\beta^2 |\mu|^2}{c_w^2} + M_Z^2 c_w^2 b_3^2 \right) \\
\delta D_1' &= \sqrt{2} v_1 g^2 |\mu|^2 \tan \beta (M_Z^2 c_w^2 s_{2\beta} b_3^2)
\end{aligned} \tag{B.17}$$

$$A_2', B_2', C_2', D_2' = A_1', B_1', C_1', D_1' (v_1 \rightarrow v_2, c_\beta \leftrightarrow s_\beta)$$

$$\begin{aligned}
A_3^{\prime N} &= 0 \\
B_3^{\prime N} &= \sqrt{2} v_1 g^2 \tan \beta |\mu| b_6 \\
C_3^{\prime N} &= \sqrt{2} v_1 g^2 \tan \beta |\mu| b_7 \\
D_3^{\prime N} &= \sqrt{2} v_1 g^2 \tan \beta |M_1| |M_2| |\mu|^3 b_8
\end{aligned} \tag{B.18}$$

$$\left[ A_4^{\prime N}, B_4^{\prime N}, C_4^{\prime N}, D_4^{\prime N} \right] = \left[ A_3^{\prime N}, B_3^{\prime N}, C_3^{\prime N}, D_3^{\prime N} \right] / \tan \beta$$

$$\delta A'_3 = \delta B'_3 = \delta C'_3 = \delta D'_3 = 0 \quad (\text{B.19})$$

$$\delta A'_4 = \delta B'_4 = \delta C'_4 = \delta D'_4 = 0$$

Επομένως  $\delta F'_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2) = \delta P'_3(m_{\tilde{\chi}_a}^2) = \delta F'_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) = \delta P'_4(m_{\tilde{\chi}_a}^2) = 0$ .

$$b_1 = |M_2| \cos \gamma_2 + t_w^2 |M_1| \cos \gamma_1 \quad (\text{B.20})$$

$$b_2 = |M_1|^2 + t_w^2 |M_2|^2$$

$$b_3 = [ |M_1|^2 + t_w^4 |M_2|^2 + 2 t_w^2 |M_1| |M_2| \cos(\xi_1 - \xi_2) ]^{1/2}$$

$$b_4 = |M_2| (|\mu|^2 + |M_1|^2) \cos \gamma_2 + t_w^2 |M_1| (|\mu|^2 + |M_2|^2) \cos \gamma_1$$

$$b_5 = |M_1| \cos \gamma_2 + t_w^2 |M_2| \cos \gamma_1$$

$$b_6 = |M_2| \sin \gamma_2 + t_w^2 |M_1| \sin \gamma_1$$

$$b_7 = -[ |M_2| (|\mu|^2 + |M_1|^2) \sin \gamma_2 + t_w^2 |M_1| (|\mu|^2 + |M_2|^2) \sin \gamma_1 ]$$

$$b_8 = |M_1| \sin \gamma_2 + t_w^2 |M_2| \sin \gamma_1$$

## B'.5 Συνεισφορές των Higgses .

Οι επιπλέον όροι σε σχέση με τις συνεισφορές που δίνονται στην βιβλιογραφία [67] [hep-ph/0204092] προκύπτουν από το γεγονός ότι συμπεριλαμβάνονται οι όροι τάξης  $\mathcal{O}(g^4)$  των πεδίακά εξαρτημένων ιδιοτιμών μάζας στο τετράγωνο ενώ η παραγωγή τους ως προς τα πεδία προηγείται της εφαρμογής των συνθηκών ελαχιστοποίησης του δυναμικού.

### B'.5.1 Συνεισφορές από τα φορτισμένα Higgses

Η συνεισφορά στις διορθώσεις της παραμέτρου  $M_A^2$  προέρχεται από την ύπαρξη των επιπλέον όρων  $\delta_{ij}^{H^\pm, extra}$ . Ισχύει,

$$\check{\delta}_{33}^{H^\pm} = (\delta M_A^2)_{H^\pm} = \frac{1}{c_\beta s_\beta} \left[ -\frac{g^2}{32\pi^2} m_A^2 \left( \ln \frac{m_{H^\pm}^2}{Q^2} - 1 \right) \right] \quad (\text{B.21})$$

όπου  $m_A^2$  η μάζα του ψευδοβαθμωτού σωματιδίου Higgs .

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{H^\pm, N} &= \frac{g^2}{16\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} \\
\delta_{22}^{H^\pm, N} &= \frac{g^2}{16\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} \\
\delta_{12}^{H^\pm, N} &= \frac{g^2}{16\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} \\
\delta_{33}^{H^\pm, N} &= \delta_{13}^{H^\pm, N} = \delta_{23}^{H^\pm, N} = 0
\end{aligned} \tag{B.22}$$

Οι επιπλέον όροι δίνονται από τις σχέσεις που ακολουθούν,

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{H^\pm, extra} &= k_{H^\pm} s_\beta^2 - \hat{H} c_\beta^2 \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} - \frac{g^2}{32\pi^2} M_W^2 c_\beta^2 (1 + t_w^4 + \frac{c_{2\beta}^2}{c_w^4} - 2 \frac{c_{2\beta}}{c_w^2}) \\
\delta_{22}^{H^\pm, extra} &= k_{H^\pm} c_\beta^2 - \hat{H} s_\beta^2 \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} - \frac{g^2}{32\pi^2} M_W^2 s_\beta^2 (1 + t_w^4 + \frac{c_{2\beta}^2}{c_w^4} + 2 \frac{c_{2\beta}}{c_w^2}) \\
\delta_{12}^{H^\pm, extra} &= -k_{H^\pm} c_\beta s_\beta + \hat{H} c_\beta s_\beta \ln \frac{m_{H^+}^2}{Q^2} + \frac{g^2}{32\pi^2} M_W^2 c_\beta s_\beta (-1 + t_w^4 - \frac{c_{2\beta}^2}{c_w^4}) \\
\delta_{33}^{H^\pm, extra} &= k_{H^\pm} \\
\delta_{13}^{H^\pm, extra} &= \delta_{23}^{H^\pm, extra} = 0
\end{aligned} \tag{B.23}$$

$$\text{όπου } \hat{H} = \frac{g^2}{32\pi^2} M_W^2 (1 - t_w^4 + \frac{c_{2\beta}^2}{c_w^4}).$$

## B'5.2 Συνεισφορές από τα ουδέτερα Higgses

### α) Άρτιες ιδιοκαταστάσεις ως προς CP

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{even, N} &= -\frac{1}{32\pi^2} \left( \frac{1}{16} \frac{A_0^2}{(m_H^2 - m_h^2)^2} f_2(m_H^2, m_h^2) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) v_1^2 \ln \frac{m_H^2 m_h^2}{Q^4} - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) \frac{\sqrt{2} v_1 A_0}{(m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_H^2}{m_h^2} \right) \\
\delta_{22}^{even, N} &= -\frac{1}{32\pi^2} \left( \frac{1}{16} \frac{B_0^2}{(m_H^2 - m_h^2)^2} f_2(m_H^2, m_h^2) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) v_2^2 \ln \frac{m_H^2 m_h^2}{Q^4} - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) \frac{\sqrt{2} v_2 B_0}{(m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_H^2}{m_h^2} \right) \\
\delta_{12}^{even, N} &= \frac{1}{32\pi^2} \left( \frac{1}{16} \frac{A_0 B_0}{(m_H^2 - m_h^2)^2} f_2(m_H^2, m_h^2) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) v_1 v_2 \ln \frac{m_H^2 m_h^2}{Q^4} - \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) \frac{\sqrt{2} v_1 B_0 + \sqrt{2} v_2 A_0}{(m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_H^2}{m_h^2} \right) \\
\delta_{33}^{even, N} &= \delta_{13}^{even, N} = \delta_{23}^{even, N} = 0
\end{aligned} \tag{B.24}$$

όπου  $A_0 = 2(g^2 + g'^2) \sqrt{2} v_1 (M_Z^2 - m_A^2) c_{2\beta} + (g^2 + g'^2) \sqrt{2} v_2 (M_Z^2 + m_A^2) s_{2\beta}$  και  $B_0 = A_0(v_1 \leftrightarrow v_2, c_\beta \leftrightarrow s_\beta)$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{even, extra} &= \frac{g^2}{32\pi^2 c_w^2} \left[ 4(m_A^2 - 3M_Z^2) M_Z^2 + 16(m_A^2 - M_Z^2) M_Z^2 c_{2\beta} \right. \\
&\quad \left. - 4M_Z^2(-3m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta} \right] \frac{1}{32(m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_h^2}{m_H^2} \\
&\quad + \left[ \frac{4m_A^2 - 16M_Z^2 - 4(m_A^2 + 4M_Z^2) c_{2\beta}}{32} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{32(m_H^2 - m_h^2)^2} (2M_Z^2(5m_A^2)^2 - 6m_A^2 + 5M_Z^2) \right. \\
&\quad \left. + (7m_A^2 - 5M_Z^2)(m_A^2 - 3M_Z^2) M_Z^2 c_{2\beta} - 2m_A^2 M_Z^2(-3m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta} \right. \\
&\quad \left. + 6(M_Z^2)^2(-3m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta} + M_Z^2(-3m_A^2 + M_Z^2)^2 c_{4\beta} \right] f_2(m_h^2, m_H^2) \\
&\quad + \left[ \frac{-4m_A^2 + 20M_Z^2 + 4(m_A^2 + 5M_Z^2) c_{2\beta}}{32} \right] \ln \frac{m_h^2 m_H^2}{Q^4}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\delta_{22}^{even, extra} &= \frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} [4 (m_A^2 - 3 M_Z^2) M_Z^2 - 16 (m_A^2 - M_Z^2) M_Z^2 c_{2\beta} \\
&\quad - 4 M_Z^2 (-3 m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta}] \frac{1}{32 (m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_h^2}{m_H^2} \\
&\quad + \left[ \frac{4 m_A^2 - 16 M_Z^2 + 4 (m_A^2 + 4 M_Z^2) c_{2\beta}}{32} \right. \\
&\quad + \frac{1}{32 (m_H^2 - m_h^2)^2} (2 M_Z^2 (5 (m_A^2)^2 - 6 m_A^2 + 5 M_Z^2) \\
&\quad + (-7 m_A^2 + 5 M_Z^2) (m_A^2 - 3 M_Z^2) M_Z^2 c_{2\beta} - 2 m_A^2 M_Z^2 (-3 m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta}) \\
&\quad + 6 (M_Z^2)^2 (-3 m_A^2 + M_Z^2) c_{4\beta} + M_Z^2 (-3 m_A^2 + M_Z^2)^2 c_{4\beta}] f_2(m_h^2, m_H^2) \\
&\quad \left. + \left[ \frac{-4 m_A^2 + 20 M_Z^2 - 4 (m_A^2 + 5 M_Z^2) c_{2\beta}}{32} \right] \ln \frac{m_h^2 m_H^2}{Q^4} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12}^{even, extra} &= -\frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} \left[ \frac{M_Z^2 (m_A^2 + M_Z^2) s_{2\beta}}{4 (m_H^2 - m_h^2)} \ln \frac{m_h^2}{m_H^2} \right. \\
&\quad + [(-4 (m_A^2)^3 - (m_A^2)^2 M_Z^2 + 18 m_A^2 (M_Z^2)^2 + 11 (M_Z^2)^3) s_{2\beta} \\
&\quad - (5 (m_A^2)^2 + 2 m_A^2 M_Z^2 + (M_Z^2)^2) M_Z^2 s_{6\beta}] \frac{f_2(m_h^2, m_H^2)}{32 (m_H^2 - m_h^2)^2} \\
&\quad + \left[ \frac{M_Z^2 s_{2\beta}}{8} + \frac{1}{32 (m_H^2 - m_h^2)^2} (4 (m_A^2 - 2 M_Z^2) \right. \\
&\quad \left. ((M_Z^2)^2 + m_A^2 M_Z^2 + (M_Z^2)^2) s_{2\beta} \right. \\
&\quad \left. - 4 m_A^2 M_Z^2 (m_A^2 - 2 M_Z^2) s_{6\beta} \right] \ln \frac{m_h^2 m_H^2}{Q^4} \left. \right]
\end{aligned}$$

## β) Περίττες ιδιοκαταστάσεις ως προς CP

$$\delta_{ij}^{odd, N} = 0$$

$$\begin{aligned}
\delta_{11}^{odd, extra} &= \frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} M_Z^2 c_\beta^2 \left[ \frac{1 - c_{4\beta}}{8 m_A^2} f(m_A^2) + \frac{1 + c_{4\beta}}{8} \ln \frac{m_A^2}{Q^2} \right] \\
\delta_{22}^{odd, extra} &= \frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} M_Z^2 s_\beta^2 \left[ \frac{1 - c_{4\beta}}{8 m_A^2} f(m_A^2) + \frac{1 + c_{4\beta}}{8} \ln \frac{m_A^2}{Q^2} \right] \\
\delta_{12}^{odd, extra} &= -\frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} M_Z^2 c_\beta s_\beta \left[ \frac{1 - c_{4\beta}}{8 m_A^2} f(m_A^2) + \frac{1 + c_{4\beta}}{8} \ln \frac{m_A^2}{Q^2} \right] \\
\delta_{33}^{odd, extra} &= -\frac{g^2}{32 \pi^2 c_w^2} \left[ \frac{1}{4} f(m_A^2) \right] \\
\delta_{13}^{odd, extra} &= \delta_{23}^{odd, extra} = 0
\end{aligned} \tag{B.25}$$



## Παράρτημα Γ'

# Αλληλεπιδράσεις που συμμετέχουν στην εξαΰλωση των neutralinos

### Γ'.1 Αλληλεπιδράσεις στην διαδικασία $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow f \bar{f}$

#### Γ'.1.1 Κανάλι $s$ - Ανταλλαγή μποζονίου $Z$

Η αλληλεπίδραση των neutralinos με το μποζόνιο  $Z$  χρησιμοποιώντας συμβολισμό Dirac δίνεται από την σχέση,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}Z} &= \frac{g}{4c_w} \sum_a \bar{\tilde{\chi}}_a \gamma^\mu [C_{aa}^{(Z)} P_L - (C_{aa}^{(Z)})^* P_R] \tilde{\chi}_a Z_\mu \\ &+ \frac{g}{2c_w} \sum_{a>\beta} \bar{\tilde{\chi}}_a \gamma^\mu [C_{a\beta}^{(Z)} P_L - (C_{a\beta}^{(Z)})^* P_R] \tilde{\chi}_\beta Z_\mu \end{aligned} \quad (\Gamma.1)$$

όπου

$$C_{a\beta}^{(Z)} = (O_{a3}^* O_{\beta 3} - O_{a3}^* O_{\beta 4})$$

και  $O_{a\beta}$  είναι ο πίνακας που διαγωνιοποιεί τον πίνακα μάζας των neutralinos,  $O^T M_{\tilde{\chi}} O = M_{\tilde{\chi}}^{diag}$ . Από την σχέση (Γ.1) προκύπτει η αλληλεπίδραση του ελαφρύτερου neutralino με το μποζόνιο  $Z$ :

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}Z} = \frac{1}{2} A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}} (\bar{\tilde{\chi}} \gamma^\mu \gamma_5 \tilde{\chi}) Z_\mu \quad (\Gamma.2)$$

όπου  $A_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}} = -\frac{g}{2c_w} C_{aa}^{(Z)}$ . Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης φερμιονίου-αντιφερμιονίου-μποζονίου  $Z$  δίνεται από την σχέση,

$$\mathcal{L}_{f\bar{f}Z} = i \frac{g}{2c_w} \bar{\Psi}_f \gamma^\mu \left[ (T_3^f - s_w^2 Q_f) P_L + (-s_w^2 Q_f) P_R \right] \Psi_f Z_\mu \quad (\Gamma.3)$$

ή ισοδύναμα από την σχέση

$$\mathcal{L}_{f\bar{f}Z} = i \bar{\Psi}_f \gamma^\mu (V^f + A^f \gamma_5) \Psi_f Z_\mu \quad (\Gamma.4)$$

όπου  $V^f = \frac{g}{2c_w} (T_3^f - 2s_w^2 Q_f)$  και  $A^f = \frac{g}{2c_w} (-T_3^f)$ .

### Γ'.1.2 Κανάλι $s$ - Ανταλλαγή βαθμωτών μποζονίων Higgs

Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης μεταξύ neutralinos και των σωματιδίων Higgses δίνεται από την σχέση,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}H_k} &= \frac{g}{4c_w} \sum_a \tilde{\chi}_a [C_{aa}^{(H_k)} P_L + (C_{aa}^{(H_k)})^* P_R] \tilde{\chi}_a H_k \\ &+ \frac{g}{2c_w} \sum_{a>\beta} \tilde{\chi}_a [C_{a\beta}^{(H_k)} P_L + (C_{a\beta}^{(H_k)})^* P_R] \tilde{\chi}_\beta H_k \end{aligned} \quad (\Gamma.5)$$

όπου

$$C_{a\beta}^{(H_k)} = (c_w \mathcal{O}_{2\beta} - s_w \mathcal{O}_{1\beta}) [\mathcal{O}_{3a} \mathcal{R}_{1k} - e^{-i\theta} \mathcal{O}_{4a} \mathcal{R}_{2k} + i (c_\beta e^{-i\theta} \mathcal{O}_{4a} - s_\beta \mathcal{O}_{3a}) \mathcal{R}_{3k}] + (\alpha \leftrightarrow \beta)$$

Ισοδύναμα η σχέση Γ.5 για το ελαφρύτερο neutralino μπορεί να γραφεί πιο απλά με τον ακόλουθο τρόπο,

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}\tilde{\chi}H_k} = \frac{1}{2} \tilde{\chi} (g_S^{H_k} + g_A^{H_k} \gamma_5) \tilde{\chi} H_k \quad (\Gamma.6)$$

όπου  $g_S^{H_k} = \frac{g}{2c_w} \text{Re}[C_{aa}^{(H_k)}]$  και  $g_A^{H_k} = i \frac{g}{2c_w} \text{Im}[C_{aa}^{(H_k)}]$ .

Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης μεταξύ φερμιονίου-αντιφερμιονίου και των Higgses έχει την γενική μορφή,

$$\mathcal{L}_{f\bar{f}H_k} = \bar{f} (g_S^{f,k} + g_A^{f,k} \gamma_5) f H_k. \quad (\Gamma.7)$$

Υπάρχουν όμως διαφοροποιήσεις ανάλογα με το ισοσπίν του φερμιονίου οι οποίες είναι δυνατόν να κατηγοριοποιηθούν όπως φαίνεται παρακάτω. Για τα φερμιόνια με ισοσπίν  $T_3^f = -\frac{1}{2}$  ισχύει

$$\mathcal{L}_{d\bar{d}H_k} = \bar{\Psi}_d \left( g_{S_k}^{(d)} + g_{A_k}^{(d)} \gamma_5 \right) \Psi_d H_k \quad (\Gamma.8)$$

όπου  $g_{S_k}^{(d)} = -\frac{g m_d}{2 M_W} \frac{\mathcal{R}_{1k}}{c_\beta}$  και  $g_{A_k}^{(d)} = i \frac{g m_d}{2 M_W} \mathcal{R}_{3k} \tan \beta$  Για τα φερμιόνια με ισοσπίν

$T_3^f = \frac{1}{2}$  ισχύει

$$\mathcal{L}_{u\bar{u}H_k} = \bar{\Psi}'_u \left( g_{S_k}^{(u)} + g_{A_k}^{(u)} \gamma_5 \right) \Psi'_u H_k \quad (\Gamma.9)$$

όπου  $g_{S_k}^{(u)} = -\frac{g m_u}{2 M_W} \frac{\mathcal{R}_{2k}}{s_\beta}$  και  $g_{A_k}^{(d)} = i \frac{g m_u}{2 M_W} \mathcal{R}_{3k} \cot \beta$

ενώ  $u'_L = e^{i\theta/2} u_L, \bar{u}'_R = e^{i\theta/2} \bar{u}_R$

### Γ'.1.3 Κανάλια $t$ & $u$ : ανταλλαγή sfermions $\tilde{f}$

Η έκφραση για την αλληλεπίδραση μεταξύ neutralinos -φερμιονίου - sfermion είναι

$$\mathcal{L} = i \bar{\tilde{\chi}}_a (\mathcal{P}_L a_{aj}^{f\tilde{f}} + \mathcal{P}_R b_{aj}^{f\tilde{f}}) f \tilde{f}_j^* + i \bar{\tilde{\chi}}_a (\mathcal{P}_L a_{aj}^{f'\tilde{f}'} + \mathcal{P}_R b_{aj}^{f'\tilde{f}'}) f' \tilde{f}_j'^* + (h.c).$$

όπου γίνεται άθροιση στις ιδιοκαταστάσεις μάζας των ανταλλασσόμενων sfermions,  $\tilde{f}_j$ ,  $j = 1, 2$ . Με  $K_{ij}^f$  συμβολίζεται ο πίνακας που διαγωνιοποιεί τον πίνακα μάζας των sfermions,  $K M^2 K^\dagger = \text{diag} (m_{\tilde{f}_1}^2, m_{\tilde{f}_2}^2)$ . Οι αριστερόστροφες και δεξιόστροφες σταθερές σύζευξης για τα φερμιόνια με ισοσπίν  $T_3^f = \frac{1}{2}$  και τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους δίνονται από τις σχέσεις,

$$\begin{aligned} a_{aj}^{f\tilde{f}} &= \sqrt{2} (g T_f^3 O_{2a} + g' \frac{Y_f}{2} O_{1a}) K_{j1}^f + h_f O_{4a} K_{j2}^f, \\ b_{aj}^{f\tilde{f}} &= \sqrt{2} (-g' \frac{Y_f^c}{2} O_{1a}^*) K_{j2}^f - h_f O_{4a}^* K_{j1}^f, \end{aligned} \quad (\Gamma.10)$$

ενώ οι αντίστοιχες εκφράσεις για τα φερμιόνια με ισοσπίν  $T_3^f = -\frac{1}{2}$  και τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους είναι,

$$\begin{aligned} a_{aj}^{f'\tilde{f}'} &= \sqrt{2} (g T_{f'}^3 O_{2a} + g' \frac{Y_{f'}}{2} O_{1a}) K_{j1}^{f'} - h_{f'} O_{3a} K_{j2}^{f'}, \\ b_{aj}^{f'\tilde{f}'} &= \sqrt{2} (-g' \frac{Y_{f'}^c}{2} O_{1a}^*) K_{j2}^{f'} + h_{f'} O_{3a}^* K_{j1}^{f'}. \end{aligned} \quad (\Gamma.11)$$

## Γ'.2 Αλληλεπιδράσεις στις διαδικασίες $\tilde{\chi} \tilde{\chi} \rightarrow W^+ W^-, Z Z$

### Κανάλι $s$ - Ανταλλαγή βαθμωτών μποζονίων Higgs

Η αλληλεπίδραση των σωματιδίων Higgs με τα μποζόνια  $W^\pm$  δίνεται από την σχέση,

$$\mathcal{L} = \sum_k \lambda_{H_k}^W (W_\mu^{(+)} W^{\mu(-)}) H_k \quad k = 1..3 \quad (\Gamma.12)$$

όπου η σταθερά  $\lambda_{H_k}^W$  ισούται με  $\lambda_{H_k}^W = \frac{g}{M_W} (\cos \beta \mathcal{R}_{1k} + \sin \beta \mathcal{R}_{2k})$  και  $\mathcal{R}$  είναι ο πίνακας που διαγωνιοποιεί τον πίνακα μάζας των Higgses. Στην περίπτωση που οι τελικές καταστάσεις είναι τα ουδέτερα μποζόνια  $Z$  η έκφραση για την Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης είναι παρόμοια με την σχέση (Γ.12),

$$\mathcal{L} = \sum_k \lambda_{H_k}^Z (Z_\mu Z^\mu) H_k \quad k = 1..3 \quad (\Gamma.13)$$

όπου  $\lambda_{H_k}^Z = \frac{1}{2} \lambda_{H_k}^Z [M_W \rightarrow M_Z]$ .

## Κανάλια $t, u$ - Ανταλλαγή $\text{charginos}$ και $\text{neutralinos}$

Η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδρασης μεταξύ  $\text{neutralino}$ ,  $\text{chargino}$  και του διανυσματικού μποζονίου  $W$  δίνεται από την σχέση,

$$\mathcal{L} = g W_\mu^\dagger \sum_{i=1}^2 \tilde{\chi}_a \gamma^\mu [\mathcal{P}_L \mathcal{C}_{ai}^L + \mathcal{P}_R \mathcal{C}_{ai}^R] \tilde{c}_i + (h.c) \quad a = 1..4, \quad i = 1, 2, \quad (\Gamma.14)$$

όπου  $\mathcal{P}_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma_5}{2}$  και οι σταθερές σύζευξης  $C_{a,i}^{L,R}$  ορίζονται ως,

$$\mathcal{C}_{ai}^L \equiv +\frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{O}_{4a}^* V_{i2}^* - \mathcal{O}_{2a}^* V_{i1}^* \quad , \quad \mathcal{C}_{ai}^R \equiv -\frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{O}_{3a} U_{i2}^* - \mathcal{O}_{2a} U_{i1}^* . \quad (\Gamma.15)$$

Στην περίπτωση που το ανταλλασσόμενο σωματίδιο είναι  $\text{neutralino}$ , η Λαγκρανζιανή αλληλεπίδραση των  $\text{neutralinos}$  με τα ουδέτερα μποζόνια  $Z$  δίνεται από τις σχέσεις Γ.1 και Γ.2 στην παράγραφο Γ.1.1.

## Παράρτημα Δ'

### Πλάτος σκέδασης σε σωματίδια με σπίν $s \leq 1$ στα κανάλια $t, u$

Ένα πλάτος σκέδασης δύο σωματιδίων  $\lambda_{1,2}, m_{1,2}$  στο κανάλι  $t$  με τελικές καταστάσεις σωματίδια  $h_{3,4}, m_{3,4}$  με σπίν  $s \leq 1$  μπορεί να τεθεί στην γενική μορφή

$$\mathcal{M} = \frac{f_0 d_{\mu\mu'}^{(0)} + f_1 d_{\mu\mu'}^{(1)} + f_2 d_{\mu\mu'}^{(2)}}{1 - a \cos \theta}, \quad (\Delta.1)$$

με  $a = \frac{2p_1 p_3}{F(s)}$  και  $F(s) = \frac{s}{2} + m_3^2 - m_1^2 - m_2^2$ . Όταν τα τελικά προϊόντα είναι φερμιόνια ( $s = 1/2$ ) ισχύει  $f_2 = 0$  ενώ αν είναι βαθμωτά σωματίδια,  $f_1 = f_2 = 0$ . Αναπτύσσοντας τον διαδότη της σχέσης (Δ.1) ως

$$\frac{1}{1 - a \cos \theta} = \sum_n \Pi_n a P_n(\cos \theta) \equiv \Pi_n(a) d_{00}^{(n)}(\cos \theta), \quad (\Delta.2)$$

έχουμε από την εξίσωση (Δ.1) ότι

$$\mathcal{M} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} f_k \Pi_n(a) \left( d_{00}^{(k)} \times d_{00}^{(n)} \right) \quad (\Delta.3)$$

και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της πρόσθεσης των στροφορμών για το γινόμενο  $d_{00}^{(k)} \times d_{00}^{(n)}$  τελικά έχουμε  $\mathcal{M} = \sum_J A_J d_{\mu,\mu'}^{(J)}$  όπου

$$A_J = f_0 \Pi_J \delta_{\mu 0}, \delta_{\mu' 0} + f_1 \sum_{k=|J-1|}^{J+1} \Pi_k C_J^{1k}(\mu) C_J^{1k}(\mu') + f_2 \sum_{k=|J-2|}^{J+2} \Pi_k C_J^{2k}(\mu) C_J^{2k}(\mu') \quad (\Delta.4)$$

Ο συντελεστής της  $f_2$  για  $J = 2$  είναι μηδέν. Οι συντελεστές  $C_J^{1k}(\mu) C_J^{2k}(\mu)$  είναι οι συντελεστές Clebsh-Gordan οι οποίοι ορίζονται ως  $C_J^{ln}(\mu) \equiv \langle l n \mu 0 | J \mu \rangle$ ,  $l = 1, 2$  και δίνονται

παρακάτω. Προκειμένου να έχουμε την έκφραση του πλάτους σκέδασης στο κανάλι-  $u$  αρκεί αν αντικαταστήσουμε στην σχέση (Δ.1) το  $a$  με το  $-a$  και να εισάγουμε ένα σημείο  $(-1)$  σε σχέση με το πλάτος στο κανάλι- $t$ .

$$C_J^{1,n}(\mu)$$

Όταν  $J = 0$  τότε  $n = 1$  και  $C_0^{1,1}(\mu) = -\delta_{\mu 0} \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Για  $J \neq 0$  τότε  $n = J - 1, J, J + 1$  και έχουμε τον πίνακα ταβύσθι για  $\mu = 1, 0, -1$ . Για  $\mu = 2, -2$  οι συντελεστές  $C_J^{1,n}$  είναι μηδέν.

	$\mu = 1$	$\mu = 0$	$\mu = -1$
$C_J^{1,J-1}$	$\sqrt{\frac{J+1}{2J-1}} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{J}{2J-1}}$	$\sqrt{\frac{J+1}{2J-1}} \frac{1}{\sqrt{2}}$
$C_J^{1,J}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$C_J^{1,J+1}$	$\sqrt{\frac{J}{2J+3}} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{\frac{J+1}{2J+3}}$	$\sqrt{\frac{J}{2J+3}} \frac{1}{\sqrt{2}}$

Πίνακας Δ'.1: Οι συντελεστές Clebsh-Gordan  $C_J^{1,n}(\mu)$  για  $J \neq 0$ .

$$C_J^{2,n}(\mu)$$

Όταν  $J = 0$  τότε  $n = 2$  και  $C_0^{2,2}(\mu) = \delta_{\mu 0} \frac{1}{\sqrt{5}}$ . Όταν  $J = 1$  τότε  $n = 1, 2, 3$ . Ισχύει ότι  $C_1^{2,1}(\mu) = -\sqrt{\frac{4-\mu^2}{10}}$ ,  $C_1^{2,2}(\mu) = -\mu \sqrt{\frac{4-\mu^2}{10}}$  όπου  $\mu = 1, 0, -1$ . Είναι  $C_1^{2,3}(\mu = \pm 1) = -\sqrt{\frac{3}{35}}$ ,  $C_1^{2,3}(\mu = 0) = \sqrt{\frac{3}{35}}$ . Όταν  $J \geq 2$  οι συντελεστές δίνονται στον πίνακα Δ'.2.

Ισχύει επίσης ότι  $C_J^{2,J-2}(-\mu) = C_J^{2,J-2}(\mu)$ ,  $C_J^{2,J-1}(-\mu) = -C_J^{2,J-1}(\mu)$ ,  $C_J^{2,J}(-\mu) = C_J^{2,J}(\mu)$ ,  $C_J^{2,J+1}(-\mu) = -C_J^{2,J+1}(\mu)$  και  $C_J^{2,J+2}(-\mu) = C_J^{2,J+2}(\mu)$  για  $\mu = 1, 2$ . Οι συντελεστές  $f_0, f_1, f_2$  της σχέσης (Δ.4) για καθεμιά από τις ποσότητες  $FQ^{(i)}$ ,  $FQ5^{(i)}$ ,  $FM^i$ ,  $FM5^i$  για το κανάλι -  $t$  δίνονται στον πίνακα Δ'.3.



	$\mu = 2$	$\mu = 1$	$\mu = 0$
$C_J^{2,J-2}$	$\sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{(J+1)(J+2)}{(2J-3)(2J-1)}}$	$\sqrt{\frac{(J+1)(J-1)}{(2J-3)(2J-1)}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{J(J+1)}{(2J-3)(2J-1)}}$
$C_J^{2,J-1}$	$\sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{J+2}{2J-1}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{J-1}{2J-1}}$	0
$C_J^{2,J}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{(J-1)(J+2)}{(2J+3)(2J-1)}}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{(2J+3)(2J-1)}}$	$-\sqrt{\frac{J(J+1)}{(2J+3)(2J-1)}}$
$C_J^{2,J+1}$	$\sqrt{\frac{J-1}{2(2J+3)}}$	$-\sqrt{\frac{J+2}{2(2J+3)}}$	0
$C_J^{2,J+2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{J(J-1)}{(2J+3)(2J+5)}}$	$-\sqrt{\frac{J(J+2)}{(2J+3)(2J+5)}}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{(J+1)(J+2)}{(2J+3)(2J+5)}}$

Πίνακας Δ'.2: Οι συντελεστές Clebsh-Gordan  $C_J^{2,n}(\mu)$  για  $J \geq 2$ .

$h_3 h_4 \lambda_1 \lambda_2$	$\mu \mu'$	$f_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J=2)}$	$f_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J=1)}$	$f_{h_3 h_4; \lambda_1 \lambda_2}^{(J=0)}$	
$\pm \pm s s$	$0 0$	$\frac{2}{3} p_1$ 0 0 0	$\pm s p_1 - p_3$ 0 $\mp s a$ $\pm s b$	$\frac{p_1}{3} \mp s p_3$ 0 $- a$ $\pm b$	$FQ^{(i)}$ $FQ5^{(i)}$ $FM^{(i)}$ $FM5^{(i)}$
$\pm \pm s - s$	$0 2s$	$\sqrt{\frac{8}{3}} p_1$ 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	$>>$
$\pm \mp \pm \pm$	$\pm 1 0$	$\sqrt{\frac{2}{3}} b p_1$ $\mp \sqrt{\frac{2}{3}} a p_1$ 0 0	$-\sqrt{2} b p_3$ $\pm \sqrt{2} a p_3$ $\sqrt{2}$ $-\sqrt{2}$	0 0 0 0	$>>$
$+ - s - s$	$1 2s$	$2 b p_1$ $-2 a p_1$ 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	$>>$
$- + s - s$	$-1 2s$	$2 b p_1$ $2 a p_1$ 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	$>>$
συνέχεια στην επόμενη σελίδα					

Πίνακας Δ'.3: Οι ποσότητες  $FQ^{(i)}$ ,  $FQ5^{(i)}$ ,  $FM^{(i)}$ ,  $FM5^{(i)}$  για όλους τους συνδυασμούς ελικοτήτων  $\{h_3, h_4, \lambda_1, \lambda_2\}$  και για  $J = 0, 1, 2$ . Συνδυασμοί των ελικοτήτων που δεν εμφανίζονται δίνουν μηδενικές τιμές για τις ποσότητες αυτές. Η μεταβλητή  $s$  είναι  $+1$  ή  $-1$ . Οι αδιάστατες ποσότητες  $a, b$  ορίζονται ως  $a \equiv p_1/m_{\tilde{\chi}}$ ,  $b \equiv E_1/m_{\tilde{\chi}}$ . Ισχύει επίσης ότι  $E_{\pm} \equiv \frac{E_1 E_3 \pm p_1 p_3}{M_W m_{\tilde{\chi}}}$ ,  $p_{\pm} \equiv \frac{p_3 E_1 \pm p_1 E_3}{M_W m_{\tilde{\chi}}}$ ,  $Q_{\pm} = \frac{E_- \pm E_+}{\sqrt{2}}$ ,  $U_{\pm} = \frac{p_- \pm p_+}{\sqrt{2}}$ .

		συνέχεια			
++ 0+	0 -1	$\sqrt{\frac{4}{3}} p_1 E_1/M_W$	$E_1(p_1 - p_3)/M_W$	0	>>
και		0	$p_3(p_1 + p_3)M_W$	0	
-- -0		0	$-p_+$	0	
		0	$\pm E_+$	0	
++ 0-	0 1	$\sqrt{\frac{4}{3}} p_1 E_1/M_W$	$E_1(-p_1 - p_3)/M_W$	0	>>
και		0	$p_3(p_1 - p_3)/M_W$	0	
-- +0		0	$-p_-$	0	
		0	$\mp E_-$	0	
-- 0+	0 -1	$\sqrt{\frac{4}{3}} p_1 E_1/M_W$	$E_1(-p_1 - p_3)/M_W$	0	>>
και		0	$p_3(-p_1 + p_3)/M_W$	0	
++ -0		0	$-p_-$	0	
		0	$\pm E_-$	0	
-- 0-	0 1	$\sqrt{\frac{4}{3}} p_1 E_1/M_W$	$E_1(p_1 - p_3)/M_W$	0	>>
και		0	$-p_3(p_1 + p_3)/M_W$	0	
++ +0		0	$-p_+$	0	
		0	$\mp E_+$	0	
+ - 0+	1 -1	$p_1 Q_+$	$p_1 Q_- - \sqrt{2} p_3 E_+$	0	>>
και		$p_1 U_-$	$p_1 U_+ + \sqrt{2} p_3 p_+$	0	
+ - -0		0	$-\sqrt{2} p_3/M_W$	0	
		0	$\pm \sqrt{2} E_1/M_W$	0	
+ - 0-	1 1	$p_1 Q_+$	$p_1 Q_- - \sqrt{2} p_3 E_-$	0	>>
και		$p_1 U_-$	$p_1 U_+ - \sqrt{2} p_3 p_-$	0	
+ - +0		0	$-\sqrt{2} p_3/M_W$	0	
		0	$\mp \sqrt{2} E_1/M_W$	0	
- + 0+	-1 -1	$p_1 Q_+$	$p_1 Q_- - \sqrt{2} p_3 E_-$	0	>>
και		$-p_1 U_-$	$-p_1 U_+ - \sqrt{2} p_3 p_-$	0	
- + -0		0	$-\sqrt{2} p_3/M_W$	0	
		0	$\pm \sqrt{2} E_1/M_W$	0	
- + 0-	-1 1	$p_1 Q_+$	$p_1 Q_- - \sqrt{2} p_3 E_+$	0	>>
και		$-p_1 U_-$	$-p_1 U_+ + \sqrt{2} p_3 p_+$	0	
- + +0		0	$-\sqrt{2} p_3/M_W$	0	
		0	$\mp \sqrt{2} E_1/M_W$	0	
$\pm \pm$ 00	0 0	$\frac{4}{3} p_1 E_1^2/M_W^2$	$-p_3$	$-\frac{4}{3} (p_1 + p_1 E_1^2/M_W^2)$	>>
		0	0	0	
		0	$\mp 2 p_3 E_1^2/(M_W^2 m_{\tilde{\chi}})$	$a (2 E_1^2 - M_W^2)/M_W^2$	
		0	$\pm 2 p_3 p_1 E_3/(M_W^2 m_{\tilde{\chi}})$	$\mp b (2 E_1^2 - M_W^2)/M_W^2$	
$\pm \mp$ 00	$\pm 1$ 0	$\sqrt{\frac{2}{3}} b 2 p_1 E_1^2/M_W^2$	$-\sqrt{2} b p_3 (1 + (2 p_1^2/M_W^2))$	0	>>
		$\mp \sqrt{\frac{2}{3}} a 2 p_1 E_1^2/M_W^2$	$\pm \sqrt{2} a p_3 (1 + (2 E_1^2/M_W^2))$	0	
		0	$-2 \sqrt{2} p_3 E_1/M_W^2$	0	
		0	0	0	

# Βιβλιογραφία

- [1] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys. ) **1917** (1917) 142.
- [2] E. W. . Kolb and M. S. . Turner, "The Early Universe ", (Addison-Wesley, N.Y. 1990).
- [3] W. L. Freedman *et al.*, *Astrophys. J.* **553** (2001) 47 [arXiv:astro-ph/0012376].
- [4] A. T. Lee *et al.*, *Astrophys. J.* **561** (2001) L1 [arXiv:astro-ph/0104459].  
C. B. Netterfield *et al.* [Boomerang Collaboration], *Astrophys. J.* **571** (2002) 604 [arXiv:astro-ph/0104460].  
N. W. Halverson *et al.*, *Astrophys. J.* **568** (2002) 38 [arXiv:astro-ph/0104489].  
P. de Bernardis *et al.*, *Astrophys. J.* **564** (2002) 559 [arXiv:astro-ph/0105296].
- [5] C. L. Bennett *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 1 [arXiv:astro-ph/0302207].
- [6] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175 [arXiv:astro-ph/0302209].
- [7] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **170** (2007) 377 [arXiv:astro-ph/0603449].
- [8] M. Tegmark *et al.* [SDSS Collaboration], *Phys. Rev. D* **69** (2004) 103501 [arXiv:astro-ph/0310723].
- [9] F. Zwicky, *Helvetica Physica Acta* **6** (1933) 110 • 127.
- [10] V. Rubin, W. K. Ford, Jr, *Astrophys. J.* **159** (1970) 37 .  
V. Rubin, N. Thonnard, W. K. Ford, Jr, *Astrophys. J.* **238** (1980) 471 .
- [11] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team Collaboration], *Astron. J.* **116** (1998) 1009 [arXiv:astro-ph/9805201].

- P. M. Garnavich *et al.* [Supernova Search Team Collaboration], *Astrophys. J.* **509** (1998) 74 [arXiv:astro-ph/9806396].
- S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517** (1999) 565 [arXiv:astro-ph/9812133].
- [12] R. A. Knop *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **598** (2003) 102 [arXiv:astro-ph/0309368].
- [13] M. S. Turner, arXiv:astro-ph/9904051.
- [14] L. J. Rosenberg and K. A. van Bibber, *Phys. Rept.* **325** (2000) 1.
- [15] S. J. Asztalos, L. J. Rosenberg, K. van Bibber, P. Sikivie and K. Zioutas, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **56** (2006) 293.
- [16] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Phys. Rept.* **405** (2005) 279 [arXiv:hep-ph/0404175].
- [17] J. R. Ellis, G. B. Gelmini, J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and S. Sarkar, *Nucl. Phys. B* **373** (1992) 399.
- [18] J. A. R. Cembranos, A. Dobado and A. L. Maroto, arXiv:hep-ph/0402142.
- [19] K. Agashe and G. Servant, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 231805 [arXiv:hep-ph/0403143].
- [20] A. B. Lahanas and D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **568** (2003) 55 [arXiv:hep-ph/0303130].
- [21] J. R. Ellis, K. A. Olive, Y. Santoso and V. C. Spanos, *Phys. Rev. D* **71**, 095007 (2005) [arXiv:hep-ph/0502001].
- [22] CDMS Collaboration, arXiv:astro-ph/0405033; G. Chardin *et al.*, [EDELWEISS Collaboration], *Nucl. Instrum. Meth. A* **520**, 101 (2004); H. V. Klapdor-Kleingrothaus, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **110**, 58 (2002), [arXiv:hep-ph/0206250]; D. Cline, arXiv:astro-ph/0306124; D. R. Smith and N. Weiner, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **124**, 197 (2003), [arXiv:astro-ph/0208403].
- [23] L. Bergstrom, *Rept. Prog. Phys.* **63** (2000) 793 [arXiv:hep-ph/0002126].
- L. Bergstrom, J. Edsjo, P. Gondolo and P. Ullio, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 043506

[arXiv:astro-ph/9806072].

C. Tao, Phys. Scripta **T93** (2001) 82.

Y. Mambrini and C. Munoz, JCAP **0410** (2004) 003 [arXiv:hep-ph/0407352].

- [24] J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and K. Yuan, Phys. Lett. B **267** (1991) 219; J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos, H. Pois and K. Yuan, Phys. Lett. B **273**(1991) 423; J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos and K. Yuan, Nucl. Phys. B **370** (1992) 445; Phys. Rev. D **48**(1993) 2766; S. Kelley, J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos, H. Pois and K. Yuan, Phys. Rev. D **47** (1993) 2461. A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and V. C. Spanos, Phys. Rev. D **62** (2000) 023515 [arXiv:hep-ph/9909497].
- [25] M. Srednicki, R. Watkins and K.A. Olive, Nucl. Phys. B **310** (1988) 693.
- [26] K. Griest, Phys. Rev. D **38** (1988) 2357 [Erratum: **39** (1989) 3802]. J. Ellis and R. Flores, Nucl. Phys. B **307** (1988) 833. R. Barbieri, M. Frigeni and G. Guidice, Nucl. Phys. B **313** (1989) 725. K. Griest and D. Seckel, Phys. Rev. D **43** (1991) 3191. P. Gondolo and G. Gelmini, Nucl. Phys. B **360** (1991) 145. A. Bottino et. al., Phys. Lett. B **295** (1992) 330; M. Drees and M. M. Nojiri, Phys. Rev. D **48** (1993) 3483; V. A. Bednyakov, H. V. Klapdor-Kleingrothaus and S. Kovalenko, Phys. Rev. D **50** (1994) 7128; P. Nath and R. Arnowitt, Phys. Rev. Lett. D **74** (1995) 4592; E. Diehl, G. L. Kane, C. Kolda and J. D. Wells, Phys. Rev. D **52** (1995) 4223; L. Bergstrom and P. Gondolo, Astropart. Phys. **6** (1996) 263; H. Baer and M. Brhlik, Phys. Rev. D **53** (1996) 597; M. Drees, M. M. Nojiri, D. Roy and Y. Yamada, Phys. Rev. D **56** (1997) 276; J. Edsjo and P. Gondolo, Phys. Rev. D **56**, 1879 (1997) [arXiv:hep-ph/9704361]; V. Barger and C. Kao, Phys. Rev. D **57** (1998) 3131. H. Baer and M. Brhlik, Phys. Rev. D **57** (1998) 567; J. D. Vergados, Phys. Rev. D **83** (1998) 3597; J. Wells, Phys. Lett. B4 **43** (1998) 196. M. Brhlik, D. J. Chung and G. L. Kane, Int. J. Mod. Phys. D **10** (2001) 367; V. A. Bednyakov and H. V. Klapdor-Kleingrothaus, Phys. Rev. D **63** (2001) 095005; M. E. Gomez and J. D. Vergados, Phys. Lett. B **512** (2001) 252; V. D. Barger and C. Kao, Phys. Lett. B **518** (2001) 117; L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri and T. Nihei, JHEP 0108 (2001) 024; H. Baer, C. Balazs, A. Belyaev, J. K. Mizukoshi, X. Tata and Y. Wang, JHEP 0207 (2002) 050; U. Chattopadhyay and P. Nath, Phys. Rev. D **66** (2002) 093001.

- [27] P. Gondolo, L. Edsjö, L. Bergström, P. Ullio and E. Baltz, arXiv:astro-ph/0012234 ;  
P. Gondolo, L. Edsjö, L. Bergström, P. Ullio, M. Schelke and E. Baltz, arXiv:astro-ph/0211238, <http://www.physto.se/edsjo/darksusy>.
- [28] G. Belanger, F. Boudjema, A Pukhov and A. Semenov, arXiv:hep-ph/0405253, **micrOMEGAS: Version 1.3** .
- [29] J. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive and M. Srednicki, Nucl. Phys. B238 (1984) 453; H. Goldberg, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1419.
- [30] K.A. Olive and M. Srednicki, Phys. Lett. B **230**(1989) 78; Nucl. Phys. B **355** (1991) 208; K. Griest, M. Kamionkowski and M. S. Turner, Phys. Rev. D **41**(1990) 3565; J. McDonald, K. A. Olive and M. Srednicki, Phys. Lett. B **283** (1992) 80; S. Mizuta, D. Ng and M. Yamaguchi, Phys. Lett. B **300** (1993) 96.
- [31] E. Farhi and L. Susskind, Phys. Rept. **74** (1981) 277.
- [32] J. Abdallah *et al.* [DELPHI Collaboration], Eur. Phys. J. C **22** (2001) 17 [arXiv:hep-ex/0110056].
- [33] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 061802 [arXiv:hep-ex/0102048].
- [34] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3124 [arXiv:hep-ex/9810031].
- [35] J. Wess and J. Bagger, *Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 259 p*
- [36] S. P. Martin, arXiv:hep-ph/9709356.
- [37] H. E. Haber, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **62**, 469 (1998) [arXiv:hep-ph/9709450].
- [38] U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenau, Phys. Lett. B **260** (1991) 447.
- [39] J. R. Ellis, S. Kelley and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **260** (1991) 131.
- [40] R. Haag, J. T. Lopuszanski and M. Sohnius, Nucl. Phys. B **88** (1975) 257.
- [41] A. B. Lahanas and D. V. Nanopoulos, Phys. Rept. **145** (1987) 1.
- [42] L. Girardello and M. T. Grisaru, Nucl. Phys. B **194** (1982) 65.

- [43] D. J. H. Chung, L. L. Everett, G. L. Kane, S. F. King, J. D. Lykken and L. T. Wang, Phys. Rept. **407**, 1 (2005) [arXiv:hep-ph/0312378].
- [44] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970; R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119** (1982) 343; L. J. Hall, J. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. D **27** (1983) 2359; P. Nath, R. Arnowitt and A. H. Chamseddine, Nucl. Phys. B **227** (1983) 121.
- [45] LEP2 SUSY Working group, LEPSUSYWG/02-06.2, LEPSUSYWG/04-07.1 (URL:<http://lepsusy.web.cern.ch/lepsusy/>), A. Heister *et al.* [ALEPH Collaboration], Phys. Lett. B **583** (2004) 247.
- [46] R. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. D **46** (1992) 3981.
- [47] K. L. Chan, U. Chattopadhyay and P. Nath, Phys. Rev. D **58**, 096004 (1998) [arXiv:hep-ph/9710473].
- [48] L. E. Ibanez, C. Lopez and C. Munoz, Nucl. Phys. B **256** (1985) 218.
- [49] J. L. Feng, K. T. Matchev and F. Wilczek, Phys. Lett. B **482** (2000) 388 [arXiv:hep-ph/0004043]; Phys. Rev. D **63** (2001) 045024 [arXiv:hep-ph/0008115].
- [50] J. L. Feng, K. T. Matchev and T. Moroi, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 2322 [arXiv:hep-ph/9908309]; Phys. Rev. D **61** (2000) 075005 [arXiv:hep-ph/9909334].
- [51] G. C. Branco, Eur. Phys. J. direct C **4S1** (2002) 29 [arXiv:hep-ph/0205075].
- [52] D. E. Groom *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Eur. Phys. J. C **15** (2000) 1.
- [53] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv:hep-ex/0203007.
- [54] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 091802 [arXiv:hep-ex/0107061].
- [55] A. G. Cohen, D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **43** (1993) 27 [arXiv:hep-ph/9302210]; M. B. Gavela, M. Lozano, J. Orloff and O. Pène, Nucl. Phys. B **430** (1994) 345 [arXiv:hep-ph/9406288]; M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, O. Pène and C. Quimbay, Nucl. Phys. B **430** (1994) 382 [arXiv:hep-ph/9406289]; V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Usp. Fiz. Nauk **166** (1996) 493 [Phys. Usp. **39** (1996) 461] [arXiv:hep-ph/9603208].



- [56] V. Cirigliano, S. Profumo and M. J. Ramsey-Musolf, JHEP **0607** (2006) 002 [arXiv:hep-ph/0603246].
- [57] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. D **16** (1977) 1791.
- [58] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38** (1977) 1440.
- [59] J. R. Ellis, S. Ferrara and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **114**, 231 (1982); W. Buchmuller and D. Wyler, Phys. Lett. B **121**, 321 (1983); J. Polchinski and M. B. Wise, Phys. Lett. B **125**, 393 (1983); M. Dugan, B. Grinstein and L. J. Hall, Nucl. Phys. B **255**, 413 (1985).
- [60] F. del Aguila, M. B. Gavela, J. A. Grifols and A. Mendez, Phys. Lett. B **126**, 71 (1983) [Erratum-ibid. B **129**, 473 (1983)]; E. Franco and M. L. Mangano, Phys. Lett. B **135**, 445 (1984); J. M. Gerard, W. Grimus, A. Raychaudhuri and G. Zoupanos, Phys. Lett. B **140**, 349 (1984); J. M. Gerard, W. Grimus, A. Masiero, D. V. Nanopoulos and A. Raychaudhuri, Nucl. Phys. B **253**, 93 (1985); A. I. Sanda, Phys. Rev. D **32**, 2992 (1985).
- [61] R. Arnowitt, J. L. Lopez and D. V. Nanopoulos, Phys. Rev. D **42**, 2423 (1990); R. Arnowitt, M. J. Duff and K. S. Stelle, Phys. Rev. D **43**, 3085 (1991).
- [62] R. Garisto and J. D. Wells, Phys. Rev. D **55**, 1611 (1997) [arXiv:hep-ph/9609511].
- [63] S. Dimopoulos and S. D. Thomas, Nucl. Phys. B **465**, 23 (1996) [arXiv:hep-ph/9510220];
- [64] D. A. Demir, A. Masiero and O. Vives, Phys. Rev. D **61**, 075009 (2000) [arXiv:hep-ph/9909325]; D. A. Demir, A. Masiero and O. Vives, Phys. Lett. B **479**, 230 (2000) [arXiv:hep-ph/9911337].
- [65] M. Brhlik and G. L. Kane, Phys. Lett. B **437**, 331 (1998) [arXiv:hep-ph/9803391].
- [66] S. Mrenna, G. L. Kane and L. T. Wang, Phys. Lett. B **483**, 175 (2000) [arXiv:hep-ph/9910477]; S. Y. Choi, A. Djouadi, M. Guchait, J. Kalinowski, H. S. Song and P. M. Zerwas, Eur. Phys. J. C **14**, 535 (2000) [arXiv:hep-ph/0002033]; V. D. Barger, T. Han, T. J. Li and T. Plehn, Phys. Lett. B **475**, 342 (2000) [arXiv:hep-ph/9907425]; V. D. Barger, T. Han and J. Jiang, Phys. Rev. D **63**, 075002 (2001) [arXiv:hep-ph/0006223]; S. Y. Choi, J. Kalinowski, G. Moortgat-Pick and P. M. Zerwas, arXiv:hep-ph/0202039; J. Kalinowski and G. Moortgat-Pick, in *Proc. of the*

*APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001)*  
ed. N. Graf, eConf **C010630**, P323 (2001) [arXiv:hep-ph/0202083].

- [67] A. Pilaftsis, Phys. Lett. B **435**, 88 (1998) [arXiv:hep-ph/9805373]; A. Pilaftsis, Phys. Rev. D **58**, 096010 (1998) [arXiv:hep-ph/9803297]; A. Pilaftsis and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **553**, 3 (1999) [arXiv:hep-ph/9902371]; K. S. Babu, C. F. Kolda, J. March-Russell and F. Wilczek, Phys. Rev. D **59**, 016004 (1999) [arXiv:hep-ph/9804355]; B. Grzadkowski, J. F. Gunion and J. Kalinowski, Phys. Lett. B **480**, 287 (2000) [arXiv:hep-ph/0001093]; A. G. Akeroyd and A. Arhrib, Phys. Rev. D **64**, 095018 (2001) [arXiv:hep-ph/0107040]; S. Y. Choi, B. c. Chung, P. Ko and J. S. Lee, Phys. Rev. D **66**, 016009 (2002) [arXiv:hep-ph/0206025]; S. Y. Choi, M. Drees and J. S. Lee, Phys. Lett. B **481**, 57 (2000) [arXiv:hep-ph/0002287]; G. L. Kane and L. T. Wang, Phys. Lett. B **488**, 383 (2000) [arXiv:hep-ph/0003198]; S. Heinemeyer, Eur. Phys. J. C **22**, 521 (2001) [arXiv:hep-ph/0108059]; S. W. Ham, S. K. Oh, E. J. Yoo, C. M. Kim and D. Son, Phys. Rev. D **68**, 055003 (2003) [arXiv:hep-ph/0205244]; M. Carena, J. R. Ellis, A. Pilaftsis and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **586**, 92 (2000) [arXiv:hep-ph/0003180]; M. Carena, J. R. Ellis, A. Pilaftsis and C. E. M. Wagner, Phys. Lett. B **495**, 155 (2000) [arXiv:hep-ph/0009212]; M. S. Carena, J. R. Ellis, A. Pilaftsis and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **625**, 345 (2002) [arXiv:hep-ph/0111245]; T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **63**, 035009 (2001) [arXiv:hep-ph/0008237]; T. Ibrahim, Phys. Rev. D **64**, 035009 (2001) [arXiv:hep-ph/0102218]; T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **66**, 015005 (2002) [arXiv:hep-ph/0204092]; A. Dedes and S. Moretti, Nucl. Phys. B **576**, 29 (2000) [arXiv:hep-ph/9909418]; Phys. Rev. Lett. **84**, 22 (2000) [arXiv:hep-ph/9908516]; S. Y. Choi and J. S. Lee, Phys. Rev. D **61**, 115002 (2000) [arXiv:hep-ph/9910557]; S. Y. Choi, K. Hagiwara and J. S. Lee, Phys. Lett. B **529**, 212 (2002) [arXiv:hep-ph/0110138]; A. Arhrib, D. K. Ghosh and O. C. W. Kong, Phys. Lett. B **537**, 217 (2002) [arXiv:hep-ph/0112039]; D. Atwood and A. Soni, Phys. Rev. D **52**, 6271 (1995) [arXiv:hep-ph/9505233]; B. Grzadkowski and J. F. Gunion, Phys. Lett. B **350**, 218 (1995) [arXiv:hep-ph/9501339]; A. Pilaftsis, Phys. Rev. Lett. **77**, 4996 (1996) [arXiv:hep-ph/9603328]; Nucl. Phys. B **504**, 61 (1997) [arXiv:hep-ph/9702393]; E. Asakawa,

- S. Y. Choi and J. S. Lee, Phys. Rev. D **63**, 015012 (2001) [arXiv:hep-ph/0005118];  
M. S. Berger, Phys. Rev. Lett. **87**, 131801 (2001) [arXiv:hep-ph/0105128];  
C. Blochinger *et al.*, arXiv:hep-ph/0202199;  
S. Y. Choi and J. S. Lee, Phys. Rev. D **61**, 015003 (2000) [arXiv:hep-ph/9907496];  
S. Y. Choi, K. Hagiwara and J. S. Lee, Phys. Rev. D **64**, 032004 (2001) [arXiv:hep-ph/0103294];  
S. Y. Choi, M. Drees, J. S. Lee and J. Song, Eur. Phys. J. C **25**, 307 (2002) [arXiv:hep-ph/0204200];  
E. Christova, H. Eberl, W. Majerotto and S. Kraml, JHEP **0212**, 021 (2002) [arXiv:hep-ph/0211063];  
E. Christova, H. Eberl, W. Majerotto and S. Kraml, Nucl. Phys. B **639**, 263 (2002) [Erratum-ibid. B **647**, 359 (2002)] [arXiv:hep-ph/0205227];  
M. Carena, J. R. Ellis, S. Mrenna, A. Pilaftsis and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **659**, 145 (2003) [arXiv:hep-ph/0211467];  
M. Carena and H. E. Haber, Prog. Part. Nucl. Phys. **50**, 63 (2003) [arXiv:hep-ph/0208209];  
S. W. Ham, S. K. Oh, E. J. Yoo, C. M. Kim and D. Son, Phys. Rev. D **68**, 055003 (2003) [arXiv:hep-ph/0205244];  
J. S. Lee, A. Pilaftsis, M. Carena, S. Y. Choi, M. Drees, J. R. Ellis and C. E. M. Wagner, Comput. Phys. Commun. **156**, 283 (2004) [arXiv:hep-ph/0307377].
- [68] S. Kraml *et al.*, arXiv:hep-ph/0608079.
- [69] A. B. Lahanas, N. E. Mavromatos and D. V. Nanopoulos, Int. J. Mod. Phys. D **12**, 1529 (2003) [arXiv:hep-ph/0308251].
- [70] T. Falk, K. A. Olive and M. Srednicki, Phys. Lett. B **354**, 99 (1995) [arXiv:hep-ph/9502401].
- [71] T. Falk, A. Ferstl and K. A. Olive, Phys. Rev. D **59**, 055009 (1999) [Erratum-ibid. D **60**, 119904 (1999)] [arXiv:hep-ph/9806413].
- [72] T. Falk, arXiv:hep-ph/0001207.
- [73] T. Falk, A. Ferstl and K. A. Olive, Astropart. Phys. **13**, 301 (2000) [arXiv:hep-ph/9908311].
- [74] M. E. Gomez, T. Ibrahim, P. Nath and S. Skadhauge, arXiv:hep-ph/0410007.
- [75] M. E. Gomez, T. Ibrahim, P. Nath and S. Skadhauge, Phys. Rev. D **70**, 035014 (2004) [arXiv:hep-ph/0404025].

- [76] M. E. Gomez, T. Ibrahim, P. Nath and S. Skadhauge, *Prepared for IDM 2004: 5th International Workshop on the Identification of Dark Matter, Edinburgh, Scotland, United Kingdom, 6-10 Sep 2004*
- [77] M. Argyrou, A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and V. C. Spanos, *Phys. Rev. D* **70**, 095008 (2004) [Erratum-ibid. *D* **70**, 119902 (2004)] [arXiv:hep-ph/0404286].
- [78] T. Nihei and M. Sasagawa, *Phys. Rev. D* **70**, 055011 (2004) [Erratum-ibid. *D* **70**, 079901 (2004)] [arXiv:hep-ph/0404100].
- [79] M. E. Gomez, T. Ibrahim, P. Nath and S. Skadhauge, *Phys. Rev. D* **72**, 095008 (2005) [arXiv:hep-ph/0506243].
- [80] T. Nihei, *Phys. Rev. D* **73**, 035005 (2006) [arXiv:hep-ph/0508285].
- [81] G. Belanger, F. Boudjema, S. Kraml, A. Pukhov and A. Semenov, *Phys. Rev. D* **73**, 115007 (2006) [arXiv:hep-ph/0604150].
- [82] G. Belanger, F. Boudjema, S. Kraml, A. Pukhov and A. Semenov, *AIP Conf. Proc.* **878**, 46 (2006) [arXiv:hep-ph/0610110].
- [83] M. Fukugita and T. Yanagida, *Phys. Lett. B* **174**, 45 (1986).
- [84] A.G. Cohen, D.B. Kaplan and A.E. Nelson, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **43** (1993) 27; M. Quiros, *Helv. Phys. Acta* **67** (1994) 451; V.A. Rubakov and M.E. Shaposhnikov, *Phys. Usp.* **39** (1996) 461; M. Carena and C.E.M. Wagner, hep-ph/9704347; A. Riotto, M. Trodden, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** (1999) 35; M. Quiros and M. Seco, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **81** (2000) 63, hep-ph/9703274.
- [85] M. S. Carena, M. Quiros and C. E. M. Wagner, *Phys. Lett. B* **380**, 81 (1996) [arXiv:hep-ph/9603420]; D. Delepine, J. M. Gerard, R. Gonzalez Felipe and J. Weyers, *Phys. Lett. B* **386**, 183 (1996) [arXiv:hep-ph/9604440]; J. M. Cline and G. D. Moore, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3315 (1998) [arXiv:hep-ph/9806354].
- [86] M. S. Carena, M. Quiros and C. E. M. Wagner, *Nucl. Phys. B* **524**, 3 (1998) [arXiv:hep-ph/9710401].
- [87] M. S. Carena, M. Quiros, A. Riotto, I. Vilja and C. E. M. Wagner, *Nucl. Phys. B* **503**, 387 (1997) [arXiv:hep-ph/9702409]; M. S. Carena, J. M. Moreno, M. Quiros,

- M. Seco and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **599**, 158 (2001) [arXiv:hep-ph/0011055];
- [88] M. Laine and K. Rummukainen, Nucl. Phys. B **535**, 423 (1998) [arXiv:hep-lat/9804019]; M. Laine and K. Rummukainen, Nucl. Phys. B **597**, 23 (2001) [arXiv:hep-lat/0009025]; M. Laine, arXiv:hep-ph/0010275.
- [89] C. Balazs, M. S. Carena and C. E. M. Wagner, Phys. Rev. D **70**, 015007 (2004) [arXiv:hep-ph/0403224]; C. Balazs, M. S. Carena, A. Menon, D. E. Morrissey and C. E. M. Wagner, Phys. Rev. D **71**, 075002 (2005) [arXiv:hep-ph/0412264].
- [90] V. Cirigliano, S. Profumo and M. J. Ramsey-Musolf, JHEP **0607**, 002 (2006) [arXiv:hep-ph/0603246].
- [91] C. Lee, V. Cirigliano and M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **71**, 075010 (2005) [arXiv:hep-ph/0412354];
- [92] B. C. Regan, E. D. Commins, C. J. Schmidt and D. DeMille, Phys. Rev. Lett. **88**, 071805 (2002).
- [93] P. G. Harris *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 904.
- [94] M. V. Romalis, W. C. Griffith and E. N. Fortson, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2505 [arXiv:hep-ex/0012001].
- [95] T. Falk and K. A. Olive, Phys. Lett. B **375**, 196 (1996) [arXiv:hep-ph/9602299]; T. Falk and K. A. Olive, Phys. Lett. B **439**, 71 (1998) [arXiv:hep-ph/9806236].
- [96] T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Lett. B **418**, 98 (1998) [arXiv:hep-ph/9707409]; T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **57**, 478 (1998) [Erratum-ibid. D **58**, 019901 (1998 ERRAT,D60,079903.1999 ERRAT,D60,119901.1999)] [arXiv:hep-ph/9708456];
- [97] T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **58**, 111301 (1998) [Erratum-ibid. D **60**, 099902 (1999)] [arXiv:hep-ph/9807501].
- [98] M. Brhlik, G. J. Good and G. L. Kane, Phys. Rev. D **59**, 115004 (1999) [arXiv:hep-ph/9810457]; A. Bartl, T. Gajdosik, W. Porod, P. Stockinger and H. Stremnitzer, Phys. Rev. D **60**, 073003 (1999) [arXiv:hep-ph/9903402]; S. Pokorski, J. Rosiek and C. A. Savoy, Nucl. Phys. B **570**, 81 (2000) [arXiv:hep-ph/9906206];

- R. Arnowitt, B. Dutta and Y. Santoso, Phys. Rev. D **64**, 113010 (2001) [arXiv:hep-ph/0106089].
- [99] T. Falk, K. A. Olive, M. Pospelov and R. Roiban, Nucl. Phys. B **560**, 3 (1999) [arXiv:hep-ph/9904393]. V. D. Barger, T. Falk, T. Han, J. Jiang, T. Li and T. Plehn, Phys. Rev. D **64**, 056007 (2001) [arXiv:hep-ph/0101106]. S. Abel, S. Khalil and O. Lebedev, Nucl. Phys. B **606**, 151 (2001) [arXiv:hep-ph/0103320].
- [100] M. Brhlik, L. L. Everett, G. L. Kane and J. D. Lykken, Phys. Rev. Lett. **83**, 2124 (1999) [arXiv:hep-ph/9905215]; M. Brhlik, L. L. Everett, G. L. Kane and J. D. Lykken, Phys. Rev. D **62**, 035005 (2000) [arXiv:hep-ph/9908326]; T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **61**, 093004 (2000) [arXiv:hep-ph/9910553]; S. Abel, S. Khalil and O. Lebedev, Phys. Rev. Lett. **86**, 5850 (2001) [arXiv:hep-ph/0103031].
- [101] P. Nath, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2565. Y. Kizukuri and N. Oshimo, Phys. Rev. D **45**, 1806 (1992). Y. Kizukuri and N. Oshimo, Phys. Rev. D **46**, 3025 (1992). A. G. Cohen, D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. B **388**, 588 (1996) [arXiv:hep-ph/9607394].
- [102] A. Pilaftsis, Phys. Lett. B **471**, 174 (1999) [arXiv:hep-ph/9909485].
- [103] O. Lebedev and M. Pospelov, Phys. Rev. Lett. **89**, 101801 (2002) [arXiv:hep-ph/0204359].
- [104] D. Chang, W. Y. Keung and A. Pilaftsis, Phys. Rev. Lett. **82**, 900 (1999) [Erratum-ibid. **83**, 3972 (1999)] [arXiv:hep-ph/9811202]; D. Chang, W. F. Chang and W. Y. Keung, Phys. Rev. D **66**, 116008 (2002) [arXiv:hep-ph/0205084]; A. Pilaftsis, Nucl. Phys. B **644**, 263 (2002) [arXiv:hep-ph/0207277].
- [105] W. J. Marciano and A. Queijeiro, Phys. Rev. D **33**, 3449 (1986); T. Kadoyoshi and N. Oshimo, Phys. Rev. D **55**, 1481 (1997) [arXiv:hep-ph/9607301]; N. G. Deshpande and J. Jiang, Phys. Lett. B **615**, 111 (2005) [arXiv:hep-ph/0503116].
- [106] A. Pilaftsis, Phys. Rev. D **62**, 016007 (2000) [arXiv:hep-ph/9912253].
- [107] D. Chang, W. F. Chang and W. Y. Keung, Phys. Rev. D **71**, 076006 (2005) [arXiv:hep-ph/0503055].

- [108] G. F. Giudice and A. Romanino, Phys. Lett. B **634**, 307 (2006) [arXiv:hep-ph/0510197].
- [109] K. A. Olive, M. Pospelov, A. Ritz and Y. Santoso, Phys. Rev. D **72**, 075001 (2005) [arXiv:hep-ph/0506106].
- [110] U. Chattopadhyay, T. Ibrahim and D. P. Roy, Phys. Rev. D **64**, 013004 (2001) [arXiv:hep-ph/0012337]; D. A. Demir, O. Lebedev, K. A. Olive, M. Pospelov and A. Ritz, Nucl. Phys. B **680**, 339 (2004) [arXiv:hep-ph/0311314]; S. Oshima, T. Nihei and T. Fujita, J. Phys. Soc. Jap. **74**, 2480 (2005) [arXiv:hep-ph/0501236].
- [111] M. Pospelov and A. Ritz, Annals Phys. **318**, 119 (2005) [arXiv:hep-ph/0504231].
- [112] J. Erler and M. J. Ramsey-Musolf, Prog. Part. Nucl. Phys. **54**, 351 (2005) [arXiv:hep-ph/0404291].
- [113] S. M. Barr and A. Zee, Phys. Rev. Lett. **65**, 21 (1990) [Erratum-ibid. **65**, 2920 (1990)].
- [114] I. B. Khriplovich and S. K. Lamoreaux, *Berlin, Germany: Springer (1997) 230 p*; Z. W. Liu and H. P. Kelly, Phys. Rev. A **45** (1992) R4210; A.-M. Martensson-Pendrill, *Methods in Computational Chemistry, Volume 5: Atomic, Molecular Properties*, ed. S. Wilson (Plenum Press, New York 1992); E. Lindroth, A.-M. Martensson-Pendrill, Europhys. Lett. **15** (1991) 155.
- [115] M. Pospelov and A. Ritz, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 2526 [arXiv:hep-ph/9904483]; Nucl. Phys. B **573** (2000) 177 [arXiv:hep-ph/9908508]; Phys. Rev. D **63** (2001) 073015 [arXiv:hep-ph/0010037].
- [116] M. Dugan, B. Grinstein and L. J. Hall, Nucl. Phys. B **255**, 413 (1985).
- [117] S. P. Martin and M. T. Vaughn, Phys. Rev. D **50**, 2282 (1994) [arXiv:hep-ph/9311340].
- [118] Y. Yamada, Phys. Rev. D **50**, 3537 (1994) [arXiv:hep-ph/9401241].
- [119] S. R. Coleman and E. Weinberg, Phys. Rev. D **7** (1973) 1888.
- [120] M. Argyrou, A. Katsikatsou and I. Malamos, Mod. Phys. Lett. A **21** (2006) 3009 [arXiv:hep-ph/0507274].

- [121] L. J. Hall, R. Rattazzi and U. Sarid, Phys. Rev. D **50**, 7048 (1994) [arXiv:hep-ph/9306309]; Phys. Rev. D **53**, 1553 (1996) [arXiv:hep-ph/9505428]; R. Hempfling, Phys. Rev. D **49**, 6168 (1994); M. S. Carena, M. Olechowski, S. Pokorski and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **426**, 269 (1994) [arXiv:hep-ph/9402253].
- [122] M. S. Carena, D. Garcia, U. Nierste and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **577**, 88 (2000) [arXiv:hep-ph/9912516].
- [123] T. Ibrahim and P. Nath, Phys. Rev. D **67**, 095003 (2003) [Erratum-ibid. D **68**, 019901 (2003)] [arXiv:hep-ph/0301110].
- [124] G. Martinelli and C. T. Sachrajda, Nucl. Phys. B **559**, 429 (1999) [arXiv:hep-lat/9812001].
- [125] N. Gray, D. J. Broadhurst, W. Grafe and K. Schilcher, Z. Phys. C **48** (1990) 673.
- [126] D. M. Pierce, J. A. Bagger, K. T. Matchev and R. j. Zhang, Nucl. Phys. B **491**, 3 (1997) [arXiv:hep-ph/9606211].
- [127] K. G. Chetyrkin, Phys. Lett. B **404**, 161 (1997) [arXiv:hep-ph/9703278].
- [128] S. P. Martin and M. T. Vaughn, Phys. Lett. B **318** (1993) 331 [arXiv:hep-ph/9308222].
- [129] S. P. Martin, Phys. Rev. D **72**, 096008 (2005) [arXiv:hep-ph/0509115].
- [130] Y. Yamada, Phys. Lett. B **623**, 104 (2005) [arXiv:hep-ph/0506262].
- [131] M. Argyrou, A. B. Lahanas and V. C. Spanos, JHEP **0805** (2008) 026 [arXiv:0804.2613 [hep-ph]].
- [132] H. E. Haber, arXiv:hep-ph/9405376.
- [133] R. N. Cahn, Phys. Rev. D **36** (1987) 2666 [Erratum-ibid. D **40** (1989) 922]; A. Borrelli, M. Consoli, L. Maiani and R. Sisto, Nucl. Phys. B **333** (1990) 357.
- [134] M. Spira, Fortsch. Phys. **46** (1998) 203 [arXiv:hep-ph/9705337].
- [135] D. A. Demir, Phys. Rev. D **60** (1999) 055006 [arXiv:hep-ph/9901389].
- [136] D. A. Demir, Phys. Rev. D **60**, 095007 (1999) [arXiv:hep-ph/9905571].



- [137] P. Nath, J. z. Wu and R. Arnowitt, Phys. Rev. D **52** (1995) 4169 [arXiv:hep-ph/9502388].
- [138] E. Brubaker *et al.* [Tevatron Electroweak Working Group], arXiv:hep-ex/0608032.
- [139] A. B. Lahanas and V. C. Spanos, Eur. Phys. J. C **23** (2002) 185 [arXiv:hep-ph/0106345]; J. R. Ellis, K. A. Olive, Y. Santoso and V. C. Spanos, Phys. Rev. D **69** (2004) 095004 [arXiv:hep-ph/0310356].
- [140] M. Drees and M. M. Nojiri, Phys. Rev. D **47** (1993) 376 [arXiv:hep-ph/9207234]; H. Baer and M. Brhlik, Phys. Rev. D **53** (1996) 597 [arXiv:hep-ph/9508321]; A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and V. C. Spanos, Phys. Rev. D **62** (2000) 023515 [arXiv:hep-ph/9909497]; Mod. Phys. Lett. A **16** (2001) 1229 [arXiv:hep-ph/0009065]; H. Baer, M. Brhlik, M. A. Diaz, J. Ferrandis, P. Mercadante, P. Quintana and X. Tata, Phys. Rev. D **63** (2001) 015007 [arXiv:hep-ph/0005027]; J. R. Ellis, T. Falk, G. Ganis, K. A. Olive and M. Srednicki, Phys. Lett. B **510** (2001) 236 [arXiv:hep-ph/0102098].
- [141] [CDF Collaboration], arXiv:hep-ex/0703034.
- [142] M. Frank, T. Hahn, S. Heinemeyer, W. Hollik, H. Rzehak and G. Weiglein, JHEP **0702** (2007) 047 [arXiv:hep-ph/0611326]; S. Heinemeyer, W. Hollik and G. Weiglein, Eur. Phys. J. C **9** (1999) 343 [arXiv:hep-ph/9812472].
- [143] J. R. Ellis, T. Falk and K. A. Olive, Phys. Lett. B **444** (1998) 367; J. R. Ellis, T. Falk, K. A. Olive and M. Srednicki, Astropart. Phys. **13** (2000) 181 [Erratum-ibid. **15**, 413 (2001)] [arXiv:hep-ph/9905481]; M. E. Gomez, G. Lazarides and C. Pallis, Phys. Rev. D **61** (2000) 123512; R. Arnowitt, B. Dutta and Y. Santoso, Nucl. Phys. B **606** (2001) 59 [arXiv:hep-ph/0102181]; T. Nihei, L. Roszkowski and R. Ruiz de Austri, JHEP **0207** (2002) 024 [arXiv:hep-ph/0206266]; J. Edsjo, M. Schelke, P. Ullio and P. Gondolo, JCAP **0304**, 001 (2003) [arXiv:hep-ph/0301106].
- [144] V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], arXiv:0712.0598 [hep-ex].
- [145] J. R. Ellis and F. Zwirner, Nucl. Phys. B **338** (1990) 317.