



ΘΑΛΗΣ - Πανεπιστήμιο Πειραιά Μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τη μελέτη της ευστάθειας σε προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια

Δ14 - Ανάπτυξη αλγορίθμου ευσταθούς πολυκριτήριας βελτιστοποίησης

Π14.1: Τεχνική έκθεση (μεθοδολογία ανάπτυξης
αλγορίθμου ευσταθούς πολυκριτήριας βελτιστοποίησης)

Π14.2: Υπολογιστική υλοποίηση (αλγόριθμος ευσταθούς
πολυκριτήριας βελτιστοποίησης)



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΚΡΗΤΗΣ



ΕΘΝΙΚΟ
ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Στοιχεία παραδοτέου

Δράση: Δ14 – Ανάπτυξη αλγορίθμου ευσταθούς πολυκριτήριας βελτιστοποίησης

Τίτλος παραδοτέου: Π14.1: Τεχνική έκθεση (μεθοδολογία ανάπτυξης αλγορίθμου ευσταθούς πολυκριτήριας βελτιστοποίησης)

Π14.2: Υπολογιστική υλοποίηση (αλγόριθμος ευσταθούς πολυκριτήριας βελτιστοποίησης)

Τύπος παραδοτέου: S – PU

SW – PU

Έκδοση: 02

Ημερομηνία: 7 Απριλίου 2015

Υπεύθυνος σύνταξης: Καθηγητής Ιωάννης Ψαρράς

Ομάδα σύνταξης: Αναπληρωτής Καθηγητής Δημήτριος Ασκούνης
Αναπληρωτής Καθηγητής Γεώργιος Μαυρωτάς
Δρ. Χάρης Δούκας
Δρ. Παναγιώτης Ξυδώνας
Ελευθέριος Σίσκος, MSc.
Professor Jose Figueira
Καθηγητής Ιωάννης Σίσκος
Καθηγητής Διονύσης Γιαννακόπουλος
Καθηγητής Αθανάσιος Σπυριδάκος
Αναπληρωτής Καθηγητής Ευάγγελος Γρηγορούδης
Δρ. Νικόλαος Τσότσολας
Δρ. Ιωάννης Πολίτης
Νικόλαος Χριστοδουλάκης, MSc.
Prof. Christian Hurson
Γεωργία Μουριάδου, MSc.
Καθηγητής Κωνσταντίνος Ζοπουνίδης
Καθηγητής Νικόλαος Ματσατσίνης
Αναπληρωτής Καθηγητής Μιχάλης Δούμπος
Επίκουρος Καθηγητής Παύλος Δελιάς
Professor Alexis Tsoukias
Δημήτριος Νίκλης, MSc

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	4
2. Εγχειρίδιο χρήσης πολυστοχικού λογισμικού	5
2.1 MOIP – Multi-Objective Integer Programming	5
2.2 MOLP – Multi-Objective Linear Programming	8
2.3 MOMIP – Multi-Objective Mixed Integer Programming.....	10
Βιβλιογραφία	11
Παράρτημα	12

1. Εισαγωγή

Το λογισμικό που αναπτύχθηκε από την Κύρια Ερευνητική Ομάδα του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου, αφορά στις μεθοδολογίες ανάλυσης ευστάθειας σε πραγματικά προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού (πολυκριτηριακός μαθηματικός προγραμματισμός). Αυτές οι μεθοδολογίες ανάλυσης ευστάθειας αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια της Δράσης Δ.10 και αξιολογήθηκαν πειραματικά κατά την Τεχνική Έκθεση Π.11. Τέλος, χρησιμοποιήθηκαν σε πραγματικά προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού μεγάλης κλίμακας κατά την υλοποίηση της Δράσης Δ.12.

Στόχος της παρούσας Τεχνικής Έκθεσης είναι η συνοπτική παρουσίαση των μέτρων αξιολόγησης της ευστάθειας στα προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού και κατόπιν η παρουσίαση του σχετικού λογισμικού που αναπτύχθηκε. Παράλληλα, με την παρουσίαση του λογισμικού και την παράθεση όλου του πηγαίου κώδικα στο Παράρτημα του παρόντος Παραδοτέου, θα δοθούν και οδηγίες σωστής χρήσης του με τη μορφή εγχειριδίου.

Ο κώδικας του αναπτυχθέντος λογισμικού/αλγορίθμων είναι γραμμένος σε γλώσσα μοντελοποίησης, και πιο συγκεκριμένα στην πλατφόρμα GAMS (General Algebraic Modeling System). Η πλατφόρμα GAMS αποτελεί ένα πολύ ισχυρό εργαλείο που εξειδικεύεται σε προβλήματα μαθηματικής βελτιστοποίησης όλων των ειδών (Linear Programming, Integer Programming, Non Linear Programming, Mixed Complementarity Problems, Quadratically Constrained Programs, κλπ.). Η πλατφόρμα ενσωματώνει όλους τους αντίστοιχους solvers που απαιτούνται για την επίλυση των συγκεκριμένων ειδών προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Το λογισμικό GAMS μπορεί κανείς να το κατεβάσει δωρεάν από την ιστοσελίδα <http://www.gams.com/> και να κάνει απεριόριστη χρήση του, με τον περιορισμό ότι τα προβλήματα που θα επιλύει δε θα ξεπερνούν σε μέγεθος τις 300 μεταβλητές και περιορισμούς. Για την επίλυση μεγαλύτερων προβλημάτων βελτιστοποίησης, είναι αναγκαία η αγορά του, είτε με business ή με ακαδημαϊκούς όρους.

Σημειώνεται ότι η πλατφόρμα GAMS αποτελεί μια εκ των υψηλά εξειδικευμένων σε προβλήματα βελτιστοποίησης, και το γεγονός ότι εστιάζει μόνο στην αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων, την κάνει μία εκ των ισχυρότερων, σύμφωνα με τους εμπειρογνώμονες. Παράλληλα, η εκτεταμένη βιβλιογραφία (manuals, documentations, tutorials, model libraries, κ.α.), που έχει αναπτυχθεί, βοηθούν εξαιρετικά ένα νέο χρήστη της.

2. Εγχειρίδιο χρήσης πολυστοχικού λογισμικού

Το λογισμικό που αναπτύχθηκε από το ΕΜΠ, είναι ενσωματωμένο σε τρία διαφορετικά αρχεία GAMS. Αυτά είναι τα:

- MOIP – MultiObjective Integer Programming,
- MOLP - MultiObjective Linear Programming, και
- MOMIP – MultiObjective Mixed Integer Programming.

Τα τρία διαφορετικά αρχεία αφορούν στην ανάλυση της ευστάθειας στα τρία πιο βασικά προβλήματα πολυστοχικού μαθηματικού προγραμματισμού και θα εξεταστούν αναλυτικά παρακάτω. Τα πρώτο αρχείο λογισμικού (MOIP) αφορά στην επιλογή βέλτιστου χαρτοφυλακίου έργων, ενώ τα άλλα δύο (MOLP και MOMIP) στην βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου μετοχών. Και στα τρία δίνεται παρατείνεται μια πραγματική εφαρμογή, όπως παρουσιάστηκαν στις Τεχνικές Εκθέσεις Π.11 και Π.12.

Το πρώτο βήμα που πρέπει να κάνει ο χρήστης είναι η λήψη και εγκατάσταση της πλατφόρμας GAMS από το site της εταιρείας: <http://www.gams.com/download/>. Κατόπιν, κάνοντας διπλό κλικ σε ένα εκ των τριών αρχείων, αυτό θα ανοίξει και θα είναι έτοιμο προς άμεση επεξεργασία. Διαφορετικά, ο χρήστης μπορεί να ανοίξει το πρόγραμμα GAMS, να πατήσει “File” και κατόπιν “Open” και να κάνει browse το αρχείο, ώστε να το ανοίξει.

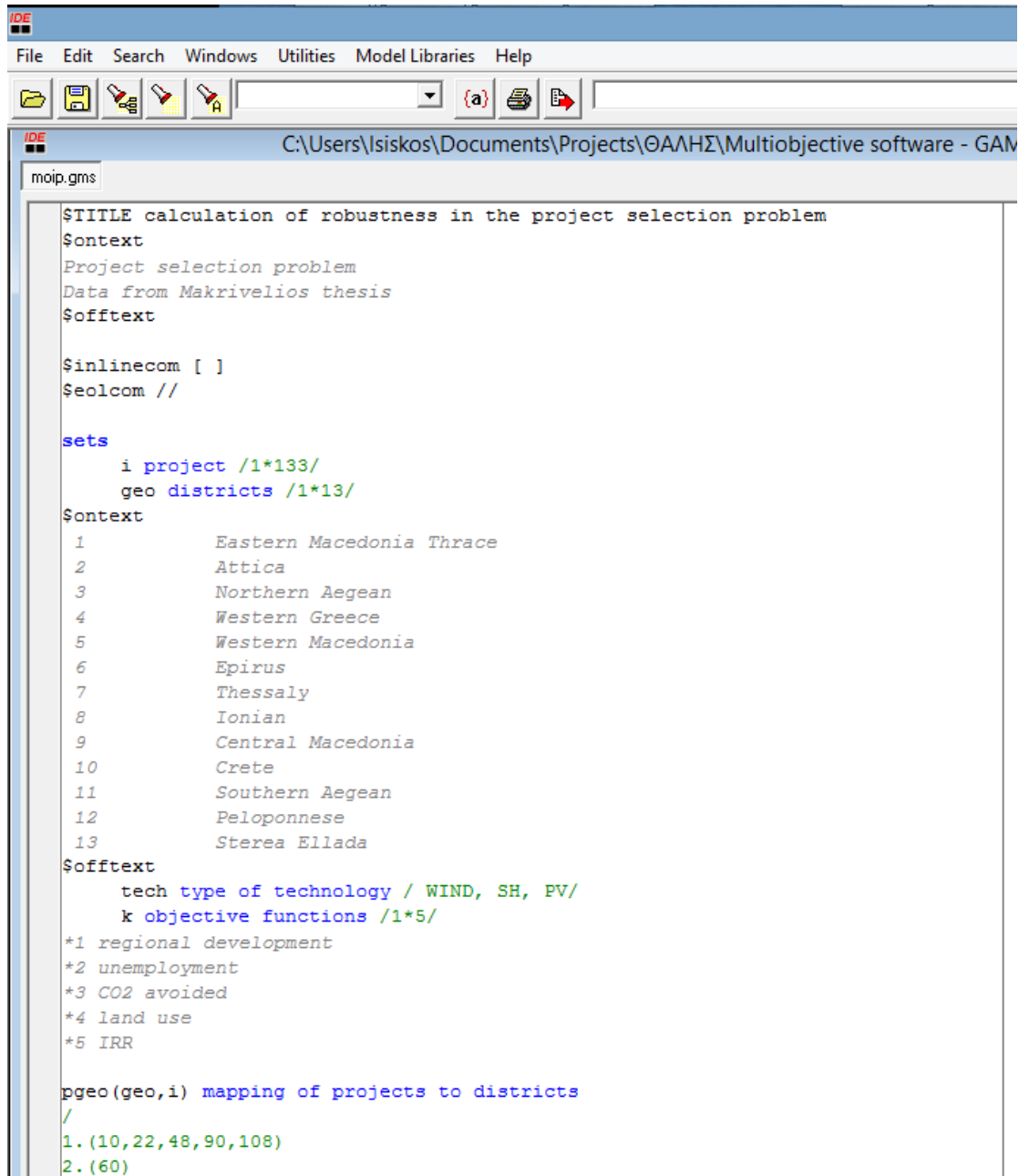
2.1 MOIP – Multi-Objective Integer Programming

Το συγκεκριμένο αρχείο εστιάζει στην επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης πολυστοχικού ακέραίου μαθηματικού προγραμματισμού, και πιο συγκεκριμένα, στην επιλογή βέλτιστου χαρτοφυλακίου έργων. Παρέχει το παράδειγμα που αναφέρεται στις δημοσιευμένες επιστημονικές εργασίες Manrotas et al. (2015a) και Manrotas et al. (2015b).

Στην αρχή του κώδικα, ο χρήστης καλείται να ορίσει έξι διαφορετικά set παραμέτρων. Συγκεκριμένα, τα διαφορετικά projects που αξιολογούνται (i), τη γεωγραφική τους θέση (geo), το είδος τεχνολογίας που αφορούν (Tech) και τις αντικειμενικές συναρτήσεις (k). Τα άλλα δύο sets εισάγονται με τη μορφή πίνακα και είναι: η αντιστοίχιση έργων σε γεωγραφική περιοχή (geo, i) και η αντιστοίχιση των έργων σε τεχνολογίες (tech, i). Τα set, αφορούν στην ουσία τους δείκτες που διαφοροποιούν τις παραμέτρους μεταξύ τους, και απαιτούνται σε κάθε αρχείο GAMS. Τα έξι διαφορετικά sets, εμφανίζονται με **μπλε χρώμα** στο Σχήμα 2.1 και οι τιμές που παίρνουν με **πράσινο**. Τα χρωματισμένα με **γκρι χρώμα** είναι σχόλια και όχι εντολές που διαβάζονται από τον solver.

Μετά τον ορισμό όλων των sets, εισάγονται οι παράμετροι του μοντέλου (parameters) και κάποιες σταθερές (scalars) που αφορούν σε ποσότητες του μοντέλου οι οποίες είναι γνωστές, π.χ. το budg(i) που δηλώνει το συνολικό προϋπολογισμό κάθε έργου. Οι παράμετροι όπως και τα set, μπορούν να εισαχθούν ή να διαβαστούν κατευθείαν από αρχεία .txt, xls ή .csv, όταν ο όγκος των δεδομένων είναι πολύ μεγάλος. Ο χρήστης παραπέμπεται στο εκτενές και

εξαιρετικό tutorial του GAMS, για την εύρεση των κατάλληλων σχετικών εντολών ([Rosenthal, 2010](#)).



```
IDE
File Edit Search Windows Utilities Model Libraries Help
C:\Users\lsikos\Documents\Projects\ΘΑΛΗΣ\Multiobjective software - GAM
moip.gms
$title calculation of robustness in the project selection problem
$ontext
Project selection problem
Data from Makrivelios thesis
$offtext

$inlinecom [ ]
$eolcom //

sets
  i project /1*133/
  geo districts /1*13/
$ontext
  1 Eastern Macedonia Thrace
  2 Attica
  3 Northern Aegean
  4 Western Greece
  5 Western Macedonia
  6 Epirus
  7 Thessaly
  8 Ionian
  9 Central Macedonia
  10 Crete
  11 Southern Aegean
  12 Peloponnese
  13 Sterea Ellada
$offtext
  tech type of technology / WIND, SH, PV/
  k objective functions /1*5/
*1 regional development
*2 unemployment
*3 CO2 avoided
*4 land use
*5 IRR

pgeo(geo,i) mapping of projects to districts
/
1. (10,22,48,90,108)
2. (60)
```

Σχήμα 2.1: Στιγμιότυπο οθόνης κατά την αρχή του πηγαίου κώδικα MOIP

Μετά την εισαγωγή των παραμέτρων, σειρά να εισαχθούν έχουν οι άγνωστες ποσότητες του μοντέλου, δηλαδή οι μεταβλητές του (variables), οι οποίες διαχωρίζονται σε θετικές, αρνητικές, πραγματικές, ακέραιες, δυαδικές, κλπ. Στο συγκεκριμένο μοντέλο, οι μεταβλητές που ενδιαφέρουν τον αναλυτή κατά κύριο λόγο είναι οι μεταβλητές $X(i)$, που αποτελούν και τις μεταβλητές απόφασης της βελτιστοποίησης. Πρόκειται για δυαδικές μεταβλητές (0,1) που

ελέγχουν και ορίζουν αν το i project, θα χρηματοδοτηθεί ή όχι. Στην πρώτη περίπτωση παίρνουν την τιμή 1, στη δεύτερη την τιμή 0.

Στη συνέχεια, ορίζονται οι εξισώσεις/ανισώσεις που ενσωματώνουν τις μεταβλητές και τις παραμέτρους, που στην ουσία περιγράφουν τους περιορισμούς του προβλήματος, και τέλος δίνεται η αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση. Στο παρόν παράδειγμα έχουν επιλεγθεί 5 αντικειμενικές συναρτήσεις, όσες δηλαδή είχαν οριστεί από το set “k”. Αυτές είναι, η περιφερειακή ανάπτυξη, η ανεργία, η μείωση εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα, η χρήση γης και ο οικονομικός δείκτης IRR (συντελεστής εσωτερικής απόδοσης).

```

BINARY VARIABLES
X(I)    binary variable indicating if project I is selected or not

Positive variables
TOTBUDG total budget (keuros)
TOTPROJ total projects
TOTMW   total MW

Z(K)    objective function values
;

FREE VARIABLES
ZOBJ    multicriteria score;

EQUATIONS
objfun1  objective function for regional development
objfun2  objective function for unemployment
objfun3  objective function for avoided CO2
objfun4  objective function for land use
objfun5  objective function for economic performance IRR
eq_totbudg  equation for total budget
eq_totproj  equation for total projects
eq_totMW    equation for total MW
geo1       geographical constraint 1
geo2       geographical constraint 2
geo3       geographical constraint 3
tech1a     technological constraint 1a
tech1b     technological constraint 1b
tech2a     technological constraint 2a
tech2b     technological constraint 2b
tech3a     technological constraint 3a
tech3b     technological constraint 3b
eq_obj     aggregate objective function
;
    
```

Σχήμα 2.2: Στιγμιότυπο οθόνης των μεταβλητών και περιορισμών του κώδικα MOIP

Η συνέχεια του κώδικα αφορά στην ανάλυση της ευστάθειας, μέσω πολλαπλών τρεξιμάτων και επιλύσεων του μοντέλου, κάνοντας χρήση του αλγορίθμου Monte Carlo και της πολυστοχικής μεθόδου Augmented Weighted Tchebyscheff (βλ. Mavrotas et al. 2015b).

Εκεί παράγεται ο Πίνακας Κερδών 5X5 των αντικειμενικών συναρτήσεων και δηλώνονται οι παράμετροι η τιμή των οποίων είναι αβέβαιη, αλλά ακολουθεί μια συνάρτηση πυκνότητας

πιθανότητας. Το μοντέλο τρέχει looped όσες φορές δηλωθεί από το χρήστη, και έτσι αποκτώνται στατιστικά αποτελέσματα των αποτελεσμάτων. Αυτή η ανάλυση δείχνει ποιες λύσεις και ποια έργα εμφανίζονται συχνότερα στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο έργων, πράγμα που σημαίνει ότι είναι και πιο ευσταθείς.

Ο αλγόριθμος σε όλη του την έκταση παρέχει πλήρη σχολιασμό και οδηγίες για τη σωστή και αποτελεσματική του χρήση, χωρίς σφάλματα.

2.2 MOLP – Multi-Objective Linear Programming

Το συγκεκριμένο αρχείο εστιάζει στην επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης πολυστοχικού γραμμικού προγραμματισμού, και πιο συγκεκριμένα, στην επιλογή βέλτιστου χαρτοφυλακίου μετοχών. Παρέχει το παράδειγμα που αναφέρεται στην Τεχνική Έκθεση Π.11 του ΘΑΛΗ.

Στην αρχή του κώδικα, ο χρήστης καλείται να ορίσει εννέα διαφορετικά set παραμέτρων. Συγκεκριμένα, τα διαφορετικά κριτήρια/αντικειμενικές συναρτήσεις (K), τις παρατηρήσεις (T), τις μετοχές υπό αξιολόγηση (I), τους εκδότες (IS), τις αγορές (MRK), που στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι μόνο μία, τους τομείς δραστηριότητας (SCT), καθώς και η χαρτογράφηση εκδοτών και μετοχών (IS, I), η αντιστοίχιση τομέων και μετοχών (SCT, I) και η χαρτογράφηση μετοχών και αγορών (MRK, I). Τα set εντός της πλατφόρμας GAMS απεικονίζονται στο Σχήμα 2.3, μαζί με τον αρχικό σχολιασμό του κώδικα.

Κατόπιν, εισάγεται μια πληθώρα παραμέτρων και σταθερών, όπως η πορεία των μετοχών τα τελευταία δύο χρόνια, κάποια άνω και κάτω όρια των αντικειμενικών συναρτήσεων, τα τέλη αγορών και πωλήσεων, κ.α. Πολλές παράμετροι όπως φαίνεται, δεν εισάγονται σε νουμερική μορφή, αλλά καλείται μέσω της εντολής “\$include” το αντίστοιχο αρχείο GAMS στο οποίο αυτές έχουν οριστεί.

Στη συνέχεια εισάγονται κατά τα γνωστά οι μεταβλητές του μοντέλου, συμπεριλαμβανομένων και των μεταβλητών απόφασης που είναι το ποσοστό κάθε μετοχής στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο (W(I)). Τέλος, εισάγονται οι περιορισμοί υπό τη μορφή εξισώσεων και ανισοτικών εξισώσεων, και η αντικειμενικές συναρτήσεις της μεγιστοποίησης του κέρδους και ελαχιστοποίησης του ρίσκου.

Το μοντέλο επιλύεται με τη χρήση της πολυστοχικής μεθόδου ϵ -constraint, και συγκεκριμένα με την βελτιωμένη της έκδοση την AUGMECON. Η ανάλυση της ευστάθειας των λύσεων πραγματοποιείται πάλι με τη χρήση του αλγορίθμου Monte Carlo και των πολλαπλών δειγματοληψιών και επιλύσεων του μοντέλου, για την εξαγωγή στατιστικών αποτελεσμάτων.

Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζεται η επίλυση της πολυστοχικής μεθόδου Tchebycheff, καθώς και ο καθορισμός συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας για τα βάρη των αντικειμενικών συναρτήσεων. Παρουσιάζεται επίσης, ο αλγόριθμος Monte Carlo, μέσω του βρόγχου πολλαπλών επιλύσεων του μοντέλου (loop).

Τελικά, τα αποτελέσματα που εξάγονται αποθηκεύονται σε αρχείο .txt στο φάκελο που ορίζει ο χρήστης εντός του πηγαίου κώδικα.


```

IDE
File Edit Search Windows Utilities Model Libraries Help
C:\Users\Isiskos\Documents\Projects\ΘΑΛΗΣ\Multiobjective software - GAMS\molp.gms
molp.gms

$ontext
This is a model for the multiobjective portfolio optimization

In this example we consider an already existent portfolio
the weights in the existent portfolio are given in parameters v0

We have:
3 objective functions (criteria) which are (1) return, (2) MAD and (3) Liquidity
50 stocks
104 weeks for past data (2 years)
1 market (EUR)
10 sectors
50 issuers
first 15 stocks as high capitalization

Constraints
Portfolio's beta = 0.7-1.3
The share of the participating in the portfolio stocks is between 0.03 and 0.1
The number of stocks in the portfolio is between 10 and 20
5-10-40 rule

$offtext

$inlinecom [ ]
$eolcom //
*****
$title Example model definitions

SETS
K criteria /1*3/
*DK descriptive attributes (not used as objective functions) /1*1/
T observations /1*104/
I stocks /1*50/
*NZW(I) stocks with nonzero weight in existent portfolio /2,3,6,9,11,14,15,16,17,18,

IS issuers /1*50/
ISI(IS,I) mapping of issuers to stocks
/1.1, 2.2, 3.3, 4.4, 5.5, 6.6, 7.7, 8.8, 9.9, 10.10,
11.11, 12.12, 13.13, 14.14, 15.15, 16.16, 17.17, 18.18, 19.19, 20.20,
21.21, 22.22, 23.23, 24.24, 25.25, 26.26, 27.27, 28.28, 29.29, 30.30,
31.31, 32.32, 33.33, 34.34, 35.35, 36.36, 37.37, 38.38, 39.39, 40.40,
41.41, 42.42, 43.43, 44.44, 45.45, 46.46, 47.47, 48.48, 49.49, 50.50/

*markets
MRK markets /EUR/
MRKI(MRK,I) mapping of markets to stocks EUR 1-50
/EUR.1*50/

*super sectors
SCT sectors /1*10/

```

Σχήμα 2.3: Στιγμιότυπο οθόνης κατά την αρχή του πηγαίου κώδικα MOLP.

2.3 MOMIP – Multi-Objective Mixed Integer Programming

Το αρχείο κώδικα MOMIP είναι κατά πολύ μεγάλο ποσοστό αντίστοιχο του MOLP που μόλις περιγράφηκε, με τη διαφορά ότι αυτό είναι ελαφρώς πιο εξελιγμένο, καθώς περιέχει και κάποιες επιπρόσθετες ακέραιες μεταβλητές, όπως την δυαδική μεταβλητή $B(i)$, που δηλώνει την ύπαρξη μιας μετοχής i στο βέλτιστο χαρτοφυλάκιο. Ο συγκεκριμένος αλγοριθμικός κώδικας απαιτεί σαφώς μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ από τον προηγούμενο καθώς πρόκειται για Combinatorial Optimization πρόβλημα (βλ. Mavrotas et al. 2015a).

```

*-----
$title Tchebyscheff model
scalar
elapsed_time elapsed time for payoff and e-constraint
start start time
finish finish time
iter counter for iterations
*r auxiliary parameter
MCiter number of Monte Carlo iterations /1000/
okflag flag to indicate if we sample weight coefficients correctly
totiter total number of MC iterations
;

Parameter
  zideal(k)  z** of Tchebyscheff method
  zdefn(k)   definition point z with dash over
*  epsilon(k) parameter for creation of z** Steuer p. 422 (1%-10% of z)
  rho        parameter in the objective function Steuer p. 429 (0.01-0.0001) /0.001/

* initial weights 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.4
parameter wmin(K) weight coefficient intervals - left edge
/
1          0.18
2          0.45
3          0.27
/
parameter wmax(K) weight coefficient intervals - right edge
/
1          0.22
2          0.55
3          0.33
/
parameter wk(K)  weight coefficient;

loop(k,
  if (dir(k)=1,
    zideal(k)=maxobj(k)+1;
    zdefn(k)=minobj(k);
  else
    zideal(k)=minobj(k)-1;
    zdefn(k)=maxobj(k);
  );
);

Variables
  ALPHA      variable of tchebychev method
  TCH_OBJ    objective function of augmented Tchebyscheff
Equations

```

Σχήμα 2.4: Στιγμιότυπο οθόνης της μεθόδου Tchebycheff στο MOLP μοντέλο

Βιβλιογραφία

- GAMS Development Corporation (2010). *General Algebraic Modeling System (GAMS) Release 23.5.2*. Washington, DC, USA (www.gams.com)
- Mavrotas, G., J.R. Figueira, and E. Siskos (2015a). Robustness analysis methodology for multi-objective combinatorial optimization problems and application to project selection, *Omega*, 52, 142-155.
- Mavrotas, G., O. Pechak, E., Siskos, H. Doukas, and J. Psarras (2015b). Robustness analysis in Multi-Objective Mathematical Programming using Monte Carlo simulation, *European Journal of Operational Research*, 240 (1), 193-201.
- Rosenthal, R.E. (2010). *GAMS - A User's Guide*, GAMS Development Corporation, Washington, DC, USA.
- ΘΑΛΗΣ (2013). Π.10 - Τεχνική έκθεση - Ανάπτυξη μέτρων αξιολόγησης ευστάθειας σε προβλήματα πολυκριτήριας βελτιστοποίησης.
- ΘΑΛΗΣ (2013). Π.11 - Τεχνική έκθεση - Πειραματική αξιολόγηση μέτρων ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού.
- ΘΑΛΗΣ (2014). Π.12 - Τεχνική έκθεση - Εφαρμογές ανάλυσης ευστάθειας σε προβλήματα πολυστοχικού προγραμματισμού.

Παράρτημα

§ontext

This is a model for the multiobjective portfolio optimization

In this example we consider an already existent portfolio
the weights in the existent portfolio are given in parameters w0

We have:

3 objective functions (criteria) which are (1) return, (2) MAD and (3) Liquidity
50 stocks
104 weeks for past data (2 years)
1 market (EUR)
10 sectors
50 issuers
first 15 stocks as high capitalization

Constraints

Portfolio's beta = 0.7-1.3
The share of the participating in the portfolio stocks is between 0.03 and 0.1
The number of stocks in the portfolio is between 10 and 20
5-10-40 rule

§offtext

§inlinecom []

§eolcom //

§STitle Example model definitions

SETS

K criteria /1*3/

*DK descriptive attributes (not used as objective functions) /1*1/

T observations /1*104/

I stocks /1*50/

*NZW(I) stocks with nonzero weight in existent portfolio

/2,3,6,9,11,14,15,16,17,18,20,21,24,26,27,28,29,32,34,37,39,40,43,44,46/

IS issuers /1*50/

ISI(IS,I) mapping of issuers to stocks

/1.1, 2.2, 3.3, 4.4, 5.5, 6.6, 7.7, 8.8, 9.9, 10.10,

11.11, 12.12, 13.13, 14.14, 15.15, 16.16, 17.17, 18.18, 19.19, 20.20,

21.21, 22.22, 23.23, 24.24, 25.25, 26.26, 27.27, 28.28, 29.29, 30.30,
31.31, 32.32, 33.33, 34.34, 35.35, 36.36, 37.37, 38.38, 39.39, 40.40,
41.41, 42.42, 43.43, 44.44, 45.45, 46.46, 47.47, 48.48, 49.49, 50.50/

*markets

MRK markets /EUR/

MRKI(MRK,I) mapping of markets to stocks EUR 1-50
/EUR.1*50/

*super sectors

SCT sectors /1*10/

SCTI(SCT,I) mapping of sectors to stocks

/

1.(1,5,33),

2.(2,31,39,41,42,48,49),

3.(3,16,21,38,43,46),

4.(4,10,18,23,24,27,28,29,30,34,36,40,45,47,50),

5.(13,25),

6.(6,7,8,15,32,44),

7.(9,19,20,26,37),

8.(12),

9.(11,17,22,35),

10.(14)

/

*1 Energy

*2 Industrial

*3 Communications

*4 Financial

*5 Consumer | Cyclical

*6 Consumer | Non-cyclical

*7 Utilities

*8 Diversified

*9 Basic Materials

*10 Technology

*blue chips

BLCHP(I) stocks that are considered blue chips /1*15/

;

TABLE dr(I,T) the T-th weekly deviation from 2-year mean of the I-th stock

\$include "c:\gams\eurostoxx50\dr_50_104_1.txt" ;

;

Parameter r(I) the 2- year mean of the return of the stocks

/

\$include "c:\gams\eurostoxx50\ret_50_1.txt" ;

/;

Parameter liq(I) the 2- year mean of the liquidity of the stocks in million euros

```
/
$include "c:\gams\eurostoxx50\liq_50_1.txt" ;
/;
Parameter beta(I) the 2- year beta of the stocks
/
$include "c:\gams\eurostoxx50\beta_50_1.txt" ;
/;
Parameter divy(I) the 2- year beta of the stocks
/
$include "c:\gams\eurostoxx50\divy_50_1.txt" ;
/;
Parameter w0(I) the weights in the existent portfolio
/
$include "c:\gams\eurostoxx50\initial_50_1.txt" ;
/;

Parameter w0fixwis(IS) the weights of the non-equities of each issuer that remains constant
* we need it just for the 5-10-40 rule application that holds for all investments
* of the same issuer, not only for stocks
*/
*$include "c:\gams\x0fixwis_167.txt" ;
*/;
loop (I, w0fixwis(IS)=0);

Parameter dir(K) direction of the objective functions
/
1 1
2 -1
3 1
/;

Parameter ubobj(K) upper bound for the objective functions
/
1 INF
2 INF
3 INF
/;

Parameter lbobj(K) lower bound for the objective functions
/
1 -inf
2 -INF
3 -INF
/;

Parameter bcom(MRK) buying commission
/
*ATH 0.5
```

EUR 0.1
*LON 0.4
/

Parameter scom(MRK) selling commission
/
*ATH 0.8
EUR 0.15
*LON 0.6
/

Parameter mrktup(MRK) upper bound for markets
/
*ATH 0.75
EUR 1
*LON 0.25
/

Parameter mrktlo(MRK) lower bound for markets
/
*ATH 0.25
EUR 0
*LON 0.1
/

Parameter sectup(SCT) upper bound for sectors
/
1 INF
2 INF
3 INF
4 INF
5 INF
6 INF
7 INF
8 INF
9 INF
10 INF
/

Parameter sectlo(SCT) lower bound for sectors
/
1 0
2 0
3 0
4 0
5 0
6 0
7 0

8 0
9 0
10 0
/

;
scalar
lb lower bound for share in portfolio /0.03/
ub upper bound for share in portfolio /0.1/
minstocks lower bound for stocks in the portfolio /10/
maxstocks upper bound for stocks in the portfolio /20/
bclb lower bound for blue chips /0.0/
bcub upper bound for blue chips /1.0/
numstock number of stocks in the portfolio
earlyex number of early exits from the loops
elapsed_time elapsed time for payoff and e-constraint
pareto_num number of Pareto optimal solutions
start start time
finish finish time
numloop number of loops in e-constraint
betalb lower bound for portfolio's beta /0.7/
betaub upper bound for portfolio's beta /1.3/
divylb lower bound for portfolio's dividend's yield /0/
d_abs allowable increase or decrease from current weight in portfolio (absolute) /0.1/
d_rel allowable increase or decrease from current weight in portfolio (relative) /1.0/
transact reduction of return due to transaction costs
;

POSITIVE VARIABLES
W(I) the share of stock I in the portfolio
Y(T) auxiliary variable for the MAD definition according to Konno and Yamazaki 1991
WB(I) the share of stock NZJ that is bought
WS(I) the share of stock NZJ that is sold
OV5W(IS) The share of stock I over 5%
*AUX(IS) The share of stock I //for stein's modelling
PORTFBETA portfolio's beta
PORTFLIQ portfolio's liquidity

free variables
Z(K) value of the objective functions
*DZ(DK) descriptive attributes (not objective functions)
;

BINARY VARIABLES
B(I) the existence of stock I in the portfolio
OV5B(IS) indicating if the stock J is over 5%
;

EQUATIONS

*DECLARATION OF EQUATIONS

*definition of objective functions

EQ_OBJ1 objective function 1 (return)
EQ_OBJ2 objective function 2 (mad)
EQ_OBJ3 objective function 3 (liquidity)
EQ_BETA calculation of portfolio's beta
EQ_LIQ calculation of portfolio's liquidity

*General constraints

EQ_LO(I) lower bound for share in portfolio for stock I
EQ_UP(I) upper bound for share in portfolio for stock I
EQ_BLCHPLO lower bound for share in portfolio for blue chips
EQ_BLCHPUP upper bound for share in portfolio for blue chips
EQ_SUMBJLO lower bound for number of stocks in the portfolio
EQ_SUMBJUP upper bound for number of stocks in the portfolio
*EQ_DEV_RELB(NZW) relative deviation from current portfolio shares - upper
*EQ_DEV_RELS(NZW) relative deviation from current portfolio shares - lower

*specific constraints

*EQ_MRKTLO(MRK) lower bound for share of Market's 1 stocks
*EQ_MRKTUP(MRK) upper bound for share of Market's 1 stocks
*EQ_SECTLO(SCT) lower bound for share of Sector's 3 stocks
*EQ_SECTUP(SCT) upper bound for share of Sector's 3 stocks

*auxiliary constraints

EQ_SUMXJ sum of shares equals 1
EQ_BAL(I) balance for stocks
EQ_MAD1(T) auxiliary equation for the definition of MAD
EQ_MAD2(T) auxiliary equation for the definition of MAD

* 5-10-40 rule constraints

EQ_OV5_1(IS) auxiliary constraint 1
EQ_OV5_2(IS) auxiliary constraint 2
*EQ_OV5_3(IS) auxiliary constraint 2
EQ_LINK_OV5(IS) auxiliary constraint 3
EQ_CONSTR_40 auxiliary constraint 4
;

*DESCRIPTION OF EQUATIONS

*definition of objective functions and descriptive criteria

EQ_OBJ1.. $\sum(I, W(I) * r(I))$
- $\text{SUM}(\text{MRK}, \text{SUM}(\text{MRKI}(\text{MRK}, I), (W(I) * bcom(\text{MRK}) + WS(I) * scom(\text{MRK})))) = e = Z('1');$
EQ_OBJ2.. $\sum(T, Y(T)) / card(T) = e = Z('2');$
EQ_OBJ3.. $\sum(I, W(I) * divy(I)) = e = Z('3');$
EQ_BETA.. $\sum(I, W(I) * beta(I)) = e = \text{PORTFBETA};$

EQ_LIQ.. $\sum(I, W(I) * liq(I)) = e = PORTFLIQ;$
*EQ_EARNY.. $\sum(I, W(I) * divy(I)) = e = PORTFEY;$

*General constraints

EQ_LO(I).. $W(I) - lb * B(I) = g = 0 ;$
EQ_UP(I).. $W(I) - ub * B(I) = l = 0 ;$
EQ_BLCHPLO.. $\sum(BLCHP, W(BLCHP)) = g = bclb ;$
EQ_BLCHPUP.. $\sum(BLCHP, W(BLCHP)) = l = bcub ;$
EQ_SUMBJLO.. $\sum(I, B(I)) = g = minstocks ;$
EQ_SUMBJUP.. $\sum(I, B(I)) = l = maxstocks ;$
*EQ_DEV_RELB(NZW).. $WB(NZW) = l = d_rel * w0(NZW);$
*EQ_DEV_RELS(NZW).. $WS(NZW) = l = d_rel * w0(NZW);$

*specific constraints for markets

*EQ_MRKTLO(MRK).. $\sum(MRKl(MRK, I), W(I)) = g = mrktlo(MRK) ;$
*EQ_MRKTUP(MRK).. $\sum(MRKl(MRK, I), W(I)) = l = mrktup(MRK) ;$

*specific constraints for sectors

*EQ_SECTLO(SCT).. $\sum(SCTI(SCT, I), W(I)) = g = sectlo(SCT) ;$
*EQ_SECTUP(SCT).. $\sum(SCTI(SCT, I), W(I)) = l = sectup(SCT) ;$

*auxiliary constraints

EQ_SUMXJ.. $\sum(I, W(I)) = e = 1 - \sum(IS, w0fixwis(IS)) ;$
EQ_BAL(I).. $W(I) - WB(I) + WS(I) = e = w0(I);$
EQ_MAD1(T).. $\sum(I, W(I) * dr(I, T)) + Y(T) = g = 0;$
EQ_MAD2(T).. $\sum(I, W(I) * dr(I, T)) - Y(T) = l = 0;$

*5-10-40 rule constraints

*\$ontext

EQ_OV5_1(IS).. $\sum(ISl(IS, I), W(I)) + w0fixwis(IS) - 0.05 * OV5B(IS) = l = 0.05;$
EQ_OV5_2(IS).. $OV5W(IS) - 0.05 * OV5B(IS) = L = 0;$
EQ_LINK_OV5(IS).. $\sum(ISl(IS, I), W(I)) + w0fixwis(IS) - 0.05 = L = OV5W(IS);$
EQ_CONSTR_40.. $\sum(IS, OV5W(IS)) + 0.05 * \sum(IS, OV5B(IS)) = l = 0.4;$

*\$offtext

\$ontext

*STEIN'S MODELLING

EQ_OV5_1(IS).. $\sum(ISl(IS, I), W(I)) + w0fixwis(IS) - 0.05 * OV5B(IS) = l = 0.05;$
EQ_OV5_2(IS).. $AUX(IS) - 0.1 * OV5B(IS) = L = 0;$
EQ_OV5_3(IS).. $AUX(IS) - \sum(ISl(IS, I), W(I)) - w0fixwis(IS) = L = 0;$
EQ_LINK_OV5(IS).. $\sum(ISl(IS, I), W(I)) + w0fixwis(IS) + 0.1 * OV5B(IS) - AUX(IS) = L = 0.1;$
EQ_CONSTR_40.. $\sum(IS, AUX(IS)) = l = 0.4;$

\$offtext

*bounds on objective functions

Z.up(K)=ubobj(K);
Z.lo(K)=lbobj(K);

*bounds on other attributes

```
PORTFBETA.UP=betaub;
PORTFBETA.LO=betalb;
*PORTFDY.LO=divylb;

*bounds due to maximum absolute deviation from current portfolio
*WB.up(NZW)=d_abs;
*WS.up(NZW)=d_abs;

model eur_50 /all/ ;

FILE fx /c:\gams\eur_50_results_tch.txt/ ;
fx.pw=2000;
put fx ;

start=jnow;

*-----
$title payoff matrix

Set kk(k)  active objective function in constraint allobj

Parameter
payoff(k,k)  payoff tables entries
maxobj(k)  maximum value from the payoff table
minobj(k)  minimum value from the payoff table

Variables
  obj  auxiliary variable during the construction of the payoff table
Equations
  allobj  all the objective functions in one expression;

allobj.. sum(kk, dir(kk)*z(kk)) =e= obj;

Model mod_payoff / eur_50, allobj / ;

Alias(k,kr);

option optcr=0.0;
option limrow=0, limcol=0, solprint=off ;

* Generate payoff table applying lexicographic optimization
loop(kr,
  kk(kr)=yes;
  repeat
    solve mod_payoff using mip maximizing obj;
    payoff(kr,kk) = z.l(kk);
    z.fx(kk) = z.l(kk); // freeze the value of the last objective optimized
    kk(k++1) = kk(k); // cycle through the objective functions
```

```
until kk(kp); kk(kp) = no;
* release the fixed values of the objective functions for the new iteration
z.up(k) = inf; z.lo(k) = -inf;
);
if (mod_payoff.modelstat<>1 and mod_payoff.modelstat<>8, abort 'no optimal solution for
mod_payoff');

PUT fx ' PAYOFF TABLE' / ;
loop (kp,
    loop(k, put payoff(kp,k):12:2);
    put /;
);
put fx /;

*display payoff;
minobj(k)=smin(kp,payoff(kp,k));
maxobj(k)=smax(kp,payoff(kp,k));

*-----
$STitle Tchebyscheff model
scalar
elapsed_time elapsed time for payoff and e-constraint
start start time
finish finish time
iter counter for iterations
*r auxiliary parameter
MCiter number of Monte Carlo iterations /1000/
okflag flag to indicate if we sample weight coefficients correctly
totiter total number of MC iterations
;

Parameter
zideal(k) z** of Tchebysheff method
zdefn(k) definition point z with dash over
* epsilon(k) parameter for creation of z** Steuer p. 422 (1%-10% of z)
rho parameter in the objective function Steuer p. 429 (0.01-0.0001) /0.001/

* initial weights 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.4
parameter wmin(K) weight coefficient intervals - left edge
/
1 0.18
2 0.45
3 0.27
/
parameter wmax(K) weight coefficient intervals - right edge
/
1 0.22
```

2 0.55

3 0.33

/

parameter wk(K) weight coefficient;

```
loop(k,
  if (dir(k)=1,
    zideal(k)=maxobj(k)+1;
    zdefn(k)=minobj(k);
  else
    zideal(k)=minobj(k)-1;
    zdefn(k)=maxobj(k);
  );
);
```

Variables

ALPHA variable of tchebychev method

TCH_OBJ objective function of augmented Tchebysheff

Equations

tch_objfun Tchebysheff's objective function

alphacon(k) constraints for ALPHA;

tch_objfun.. ALPHA + rho*sum(k, (zideal(k)-Z(k))/(zideal(k)-zdefn(k)))=e=TCH_OBJ;

alphacon(k).. ALPHA =g= wk(k)*(zideal(k)-Z(k))/(zideal(k)-zdefn(k));

Model augmtch / eur_50, tch_objfun, alphacon / ;

option seed=5780;

```
*-----
wk(K)=(wmax(K)+wmin(K))/2;
solve augmtch using mip minimizing TCH_OBJ;
*put ' *   Zobj  Return   MAD   DIV   BETA   LIQ  trans_cost  Stck/Portf  ';
put ' *   Zobj  Return   MAD   DIV  Stck/Portf  ';
loop(l, put fx l.tl:6); put fx /;
put ' *';
put fx ALPHA.L:12:3 ;
loop(k, put fx (Z.l(k)):12:4);
*put fx PORTFBETA.L:12:4, PORTFLIQ.L:12:4 ;
* put fx DZ.l('1'):12:4 ;
*transact= SUM(MRK,SUM(MRKl(MRK,l),(WB.L(l)*bcom(MRK)+WS.L(l)*scom(MRK))));
*put transact:12:4, ' ';
numstock=sum(l,B.L(l));
put numstock:12:0, ' ';
loop(l, put W.l(l):6:3);
loop (K, put wk(K):8:4);

* loop(j,if (B.L(J)=1, put ord(J):4:0, ' ',X.l(J):6:3));
put /;
```

```
put 'Monte Carlo iterations' / ;
*$ontext
totiter=0 ;
for(iter=1 to MCiter,
* random generation of project scores from uniform distribution
  okflag=0;
  while (okflag=0,
    loop(K$(ord(K)<card(K)), wk(K)=uniform(wmin(K),wmax(K)));
    totiter=totiter+1;
    wk(K)$(ord(K)=card(K))=1 - sum(KP$(ord(KP)<card(KP)),wk(KP));
    if (sum(K$(ord(K)=card(K)), wk(K))<=sum(K$(ord(K)=card(K)),wmax(K)) and
sum(K$(ord(K)=card(K)),wk(K))>=sum(K$(ord(K)=card(K)),wmin(K)), okflag=1
  );
  solve augmtch using mip minimizing TCH_OBJ;
  put iter:5:0;
  put fx ALPHA.L:12:3 ;
  loop(k, put fx (Z.l(k)):12:4);
* put fx PORTFBETA.L:12:4, PORTFLIQ.L:12:4 ;
* put fx DZ.l('1'):12:4 ;
* transact= SUM(MRK,SUM(MRKl(MRK,l),(WB.L(l)*bcom(MRK)+WS.L(l)*scom(MRK))));
* put transact:12:4, ' ';
  numstock=sum(l,B.L(l));
  put numstock:12:0, ' ';
  loop(l, put W.l(l):6:3);
  loop (K, put wk(K):8:4);

* loop(j,if (B.L(J)=1, put ord(J):4:0, ' ',X.l(J):6:3));
  put /;
  );
*$offtext

finish=jnow;
elapsed_time=(finish-start)*86400;
put fx 'Elapsed time: ',elapsed_time:12:2, ' seconds' / ;
put fx 'Monte Carlo total iterations: ', totiter:8:0 /;
putclose fx ;
```