

## ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΙΞΩΔΟΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΥΜΕΝΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΟΥ ΣΕ ΣΥΝΕΧΕΣ ΚΑΙ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Γεώργιος Καραπέτσας & Βασίλης Μποντόζογλου

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, 38334 Βόλος

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο στόχος της παρούσας μελέτης είναι η διερεύνηση της αλληλεπίδρασης της ελαστικότητας ενός πολυμερικού υμένα με ένα συνεχές ή εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο και πώς επηρεάζεται η ηλεκτροδυναμική αστάθεια από παράγοντες όπως το πλάτος και η συχνότητα ταλάντωσης. Η υπολογιστική προσομοίωση γίνεται με επίλυση με τη μέθοδο Galerkin πεπερασμένων στοιχείων των εξισώσεων διατήρησης μάζας και ορμής και της εξίσωσης Laplace για το ηλεκτρικό δυναμικό. Οι παραπάνω εξισώσεις επιλύονται σε συνδυασμό με τις εξισώσεις του πλέγματος για την παρακολούθηση του χρονομεταβαλλόμενου φυσικού πεδίου και πραγματοποιούμε προσομοιώσεις λαμβάνοντας πλήρως υπόψη τη ροή και την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε όλες τις φάσεις. Η ιξωδοελαστική συμπεριφορά του πολυμερικού υλικού μοντελοποιείται χρησιμοποιώντας το καταστατικό μοντέλο Phan-Thien and Tanner (PTT). Πραγματοποιήθηκε παραμετρική μελέτη για την επίδραση των ηλεκτρικών ιδιοτήτων των ρευστών, της εφαρμοζόμενης τάσης και συχνότητας καθώς και των διαφόρων ρεολογικών ιδιοτήτων του πολυμερικού υμένα.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο με διεύθυνση κάθετη στην επίπεδη διεπιφάνεια δύο ρευστών είναι γνωστό ότι προκαλεί μία αστάθεια γνωστή ως ηλεκτρο-υδροδυναμική. Το νεότερο ενδιαφέρον στο φαινόμενο οφείλεται στην δυνατότητα χρήσης της αστάθειας σε μικρο-κλίματα και νανο-κλίμακα για τη δημιουργία πολύ κανονικών δομών με αρκετές εφαρμογές στη βιομηχανία. Όπως είναι αναμενόμενο η διεργασία αυτή έχει τραβήξει το ενδιαφέρον αρκετών ερευνητικών ομάδων τόσο σε πειραματικό [1-4] όσο και σε θεωρητικό επίπεδο [5-10].

Η διάταξη που έχει μελετηθεί περισσότερο αφορά επίπεδα ηλεκτρόδια που περιέχουν μεταξύ τους δύο νευτωνικά ρευστά, ωστόσο είναι γνωστό από τη βιβλιογραφία ότι η χρήση, στη θέση του επιπέδου, ενός περιοδικά διαμορφωμένου ηλεκτροδίου παρέχει καταρχήν την δυνατότητα για μείωση των διαστάσεων έως την νάνο-κλίμακα. Η περίπτωση αυτή έχει μελετηθεί λιγότερο και έχει ως ιδιαιτερότητα την μη-ύπαρξη βασικής κατάστασης ισορροπίας επειδή το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι ομοιόμορφο αλλά περιοδικό [11].

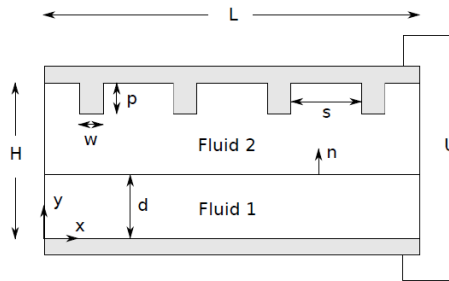
Η διεπιφανειακή αστάθεια ενός Νευτωνικού υμένα έχει μελετηθεί αρκετά στη βιβλιογραφία και οι περισσότερες παράμετροι που την επηρεάζουν είναι πλέον κατανοητές. Το ίδιο όμως δεν συμβαίνει για την περίπτωση υγρών με περίπλοκη ρεολογική συμπεριφορά τα οποία έχουν λάβει πολύ μικρότερη προσοχή στη βιβλιογραφία. Ωστόσο πρέπει να αναφερθεί ότι οι πιθανότερες εφαρμογές αφορούν πολυμερικούς υμένες οι οποίοι παραμορφώνονται και στη συνέχεια ψύχονται για την διατήρηση της μικροδομής. Οι πολυμερικοί υμένες στις περισσότερες περιπτώσεις παρουσιάζουν ιξωδοελαστική συμπεριφορά. Στην περίπτωση επίπεδων ηλεκτροδίων έχουν γίνει προσπάθειες για τη μελέτη της επίδρασης της ιξωδοελαστικότητας κάνοντας χρήση του καταστατικού μοντέλου Oldroyd-B και πραγματοποιώντας γραμμική ανάλυση ευστάθειας στο όριο πολύ μικρών διαταραχών από τη βασική κατάσταση ισορροπίας [10,12,13]. Στην περίπτωση των επίπεδων ηλεκτροδίων η βασική κατάσταση ισορροπίας είναι ένας στατικός υμένας, ωστόσο στην περίπτωση διαμορφωμένων ηλεκτροδίων η μη ύπαρξη βασικής κατάστασης ισορροπίας καθιστά απαραίτητη τη διενέργεια χρονομεταβαλλόμενων προσομοιώσεων για τη μελέτη της ευστάθειας του συστήματος. Οι χρονομεταβαλλόμενες προσομοιώσεις επιπλέον επιτρέπουν τη μελέτη της συμπεριφοράς του υλικού στη μη γραμμική περιοχή και έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν για την περίπτωση Νευτωνικών ρευστών κάνοντας χρήση κυρίως τη θεωρία λίπανσης [7,14] αποκαλύπτοντας την επίδραση του αρχικού πάχους του υμένα καθώς και την επίδραση της γεωμετρίας ενός διαμορφωμένου ηλεκτροδίου στην τελική παραμόρφωση της διεπιφάνειας. Είναι χρήσιμο ωστόσο να σημειωθεί ότι οι Pease & Russel [15,16] υποστήριξαν ότι στις περισσότερες περιπτώσεις των πειραμάτων που έχουν διεξαχθεί στη βιβλιογραφία η θεωρία λίπανσης δεν είναι σε ισχύ και έδειξαν ότι μοντέλα με πιο γενική ισχύ δίνουν πιο πιστά αποτελέσματα. Από την άλλη, είναι επίσης γνωστό ότι στην περίπτωση των ιξωδοελαστικών υλικών είναι γνωστό ότι η θεωρία της λίπανσης μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική υποεκτίμηση των κάθετων τάσεων.

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η διερεύνηση της μη-γραμμικής εξέλιξης της ροής ενός ιξωδοελαστικού υμένα υπό την επίδραση ενός εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου, λαμβάνοντας πλήρως υπόψη την επίδραση της ελαστικότητας του υλικού. Αποφεύγουμε να κάνουμε οποιαδήποτε παραδοχή, όπως π.χ. χρήση της θεωρίας

λίπανσης, προκειμένου να περιγράψουμε τη ροή με όσο το δυνατό μεγαλύτερη ακρίβεια. Πραγματοποιούμε διδιάστατες χρονομεταβαλλόμενες προσομοιώσεις χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με τη χρήση ενός ελλειπτικού σχήματος δημιουργίας πλέγματος για τον προσδιορισμό της θέσης της διεπιφάνειας. Η ιξωδοελαστικές ιδότητες του υλικού μοντελοποιούνται με το καταστατικό μοντέλο Phan-Thien Tanner και πραγματοποιούμε μια πλήρη παραμετρική ανάλυση των διαφόρων γεωμετρικών και ρεολογικών παραμέτρων για τη διερεύνηση των ελάχιστων κατασκευαστικών ορίων της διεργασίας.

### ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Θεωρούμε τη ροή δύο διηλεκτρικών ρευστών που περικλείονται μεταξύ δύο ηλεκτροδίων. Τα ηλεκτρόδια μπορεί να είναι είτε επίπεδα είτε διαμορφωμένα με περιοδική δομή όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Το ρευστό 1 είναι ιξωδοελαστικό και περιβάλλεται από ένα Νευτωνικό ρευστό (ρευστό 2). Αρχικά τα δύο ρευστά είναι ακίνητα και η μεταξύ τους διεπιφάνεια είναι επίπεδη. Τα ρευστά είναι ασυμπιεστά με σταθερή πυκνότητα,  $\rho_i$ , διηλεκτρική σταθερά,  $\varepsilon_i$ ,  $i=1,2$ . Το πολυμερικό φιλμ έχει χρόνο χαλάρωσης  $\lambda$  και ένα ολικό δυναμικό ιξώδες  $\mu_i = \mu_s + \mu_p$ , όπου  $\mu_s$  και  $\mu_p$  το Νευτωνικό και το πολυμερικό μέρος, αντίστοιχα, ενώ το ρευστό 2 έχει σταθερό ιξώδες,  $\mu_2$ . Η επιφανειακή τάση της διεπιφάνειας υγρού-υγρού είναι σταθερή και συμβολίζεται με  $\gamma$ .



Σχήμα 1. Η διάταξη ηλεκτροδίων και ρευστών που μελετάται.

Αδιαστατοποιούμε τις μεταβλητές  $x$  και  $y$  με τη μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων,  $H$ , την ταχύτητα  $\underline{v}$  με την χαρακτηριστική ταχύτητα  $V = \varepsilon_0 U^2 / \mu_1 H$ , την πίεση και τις τάσεις με  $\mu_1 V / H$  και το ηλεκτρικό δυναμικό με τη διαφορά δυναμικού  $U$ . Μετά από την αδιαστατοποίηση προκύπτουν οι παρακάτω αδιάστατοι αριθμοί:

Ο αριθμός Reynolds  $Re = \rho_1 V H / \mu_1$ , ο αριθμός Weissenberg  $Wi = \lambda V / H$ , ο τριχοειδής αριθμός  $Ca = \mu_1 V / \gamma$ , ο λόγος του Νευτωνικού ιξώδους ως προς το συνολικό  $\beta = \mu_s / \mu_1$ , καθώς και οι αδιάστατοι λόγοι πυκνοτήτων,  $Di = \rho_i / \rho_1$ , και ιξωδών,  $M_i = \mu_i / \mu_1$ ,  $i=1,2$ . Οι αδιάστατες εξισώσεις που προκύπτουν τελικά από τις εξισώσεις ορμής και συνέχειας για μόνιμη κατάσταση είναι:

$$D_i \operatorname{Re} \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \cdot \nabla v_i \right) - \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}_i = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot v_i = 0, \quad (2)$$

όπου  $\underline{\underline{\sigma}}_i = -P_i I + \underline{\underline{\tau}}_i + \underline{\underline{m}}_i$  συνολικός τανυστής των τάσεων,  $P_i$  η πίεση και  $\underline{\underline{\tau}}_i$  ο επιπλέον τανυστής των τάσεων

$$\underline{\underline{\tau}}_1 = \underline{\underline{\tau}}_p + 2\beta M_1 \dot{\underline{\underline{\gamma}}}_1, \quad (3)$$

$$\underline{\underline{\tau}}_2 = 2M_2 \dot{\underline{\underline{\gamma}}}_2. \quad (4)$$

Για το πολυμερικό υλικό ο επιπλέον τανυστής των τάσεων χωρίζεται σε ένα πολυμερικό  $\underline{\underline{\tau}}_p$  και σε ένα ιξώδες μέρος  $2\beta M_1 \dot{\underline{\underline{\gamma}}}_1$ , όπου  $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}_1 = \frac{1}{2} (\nabla v_i + \nabla v_i^T)$  ο ρυθμός παραμόρφωσης. Ο τανυστής τάσεων Maxwell,  $\underline{\underline{m}}_i$ , περιγράφει την αλληλεπίδραση του ρευστού  $i$  με το ηλεκτρικό πεδίο και ορίζεται ως εξής

$$\underline{\underline{m}}_i = \varepsilon_i \underline{\underline{E}}_i \underline{\underline{E}}_i - \frac{1}{2} \varepsilon_i \underline{\underline{E}}_i \cdot \underline{\underline{E}}_i I. \quad (5)$$

Οι τάσεις Maxwell εξαρτώνται από την τοπική ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δίνεται από την επίλυση των εξισώσεων Maxwell

$$\nabla \cdot (\varepsilon_i \underline{\underline{E}}_i) = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \times \underline{\underline{E}}_i = 0. \quad (7)$$

Ορίζοντας ένα δυναμικό  $\varphi_i$  τέτοιο ώστε  $\underline{E}_i = -\nabla\varphi_i$  οι εξισώσεις (6) και (7) μπορούν να συνδυαστούν στην παρακάτω εξίσωση για το δυναμικό

$$\nabla \cdot (\varepsilon_i \nabla \varphi_i) = 0. \quad (8)$$

Προκειμένου να υπολογιστεί το πολυμερικό μέρος του τανυστή των τάσεων είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε κάποια καταστατική εξίσωση. Λόγω των καλών της ρεολογικών προβλέψεων και της ευχρηστίας της, επιλέξαμε την παρακάτω καταστατική η οποία έχει προταθεί από τους Phan-Thien & Tanner [17]:

$$\exp \left[ \frac{a_{PTT}}{1-\beta} \text{Wi} \text{tr} \underline{\underline{\tau}}_p \right] \underline{\underline{\tau}}_p + \text{Wi} \underline{\underline{\tau}}_p^\circ - 2(1-\beta) M_1 \underline{\underline{\dot{\gamma}}} = 0, \quad (9)$$

και  $\text{tr} \underline{\underline{\tau}}_p$  το ίχνος του τανυστή  $\underline{\underline{\tau}}_p$ . Το σύμβολο  $\underline{\underline{\tau}}_p^\circ$  δηλώνει την χρονοπαράγωγο Gordon-Schowalter που ορίζεται ως εξής:

$$\underline{\underline{\tau}}_p^\circ = \frac{D \underline{\underline{\tau}}_p}{Dt} - \underline{\underline{\nabla}}_v \cdot \underline{\underline{\tau}}_p - \underline{\underline{\tau}}_p \cdot \underline{\underline{\nabla}}_v. \quad (10)$$

Επιπλέον χρησιμοποιήθηκε η τεχνική EVSS-G η οποία συνίσταται στο χωρισμό του πολυμερικού μέρους των τάσεων σε ένα ελαστικό κι ένα ιξώδες μέρος

$$\underline{\underline{\tau}}_p = \underline{\underline{\Sigma}} + 2(1-\beta) M_1 \underline{\underline{\dot{\gamma}}}. \quad (11)$$

Επιβάλλουμε συνθήκες μη ολίσθησης και μη διαπερατότητας στα τοιχώματα των ηλεκτροδίων και τις παρακάτω συνθήκες για το δυναμικό

$$\phi_1(t) = 0, \quad (12)$$

$$\phi_2(t) = 1 + AC (\cos(\omega t) - 1), \quad (13)$$

όπου  $AC$  και  $\omega$  είναι το πλάτος και η συχνότητα ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου, αντίστοιχα. Στα άκρα του πεδίου επιβάλλουμε περιοδικές συνθήκες. Κατά μήκος της διεπιφάνειας η ταχύτητα είναι συνεχής

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_2, \quad (14)$$

και το πεδίο ροής θα πρέπει να ικανοποιεί ένα ισοζύγιο δυνάμεων μεταξύ του συνολικού τανυστή των τάσεων στο ρευστό και την επιφανειακή τάση

$$\underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}}_1 = \underline{n} \cdot \underline{\underline{\sigma}}_2 + \frac{2H}{Ca} \underline{n}, \quad (15)$$

όπου  $2H = -\underline{\nabla}_s \cdot \underline{n}$  και  $\underline{\nabla}_s = (I - \underline{n}\underline{n})\underline{\nabla}$ . Στην εξίσωση (13),  $H$  είναι η μέση καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας και  $\underline{n}$  το μοναδιαίο προς τα έξω στραμμένο διάνυσμα. Σε ότι αφορά το ηλεκτρικό πεδίο εφαρμόζουμε τις παρακάτω συνθήκες:

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad (16)$$

$$\varepsilon_1 \nabla \varphi_1 = \varepsilon_2 \nabla \varphi_2. \quad (17)$$

Στην ελεύθερη επιφάνεια επιβάλλουμε την κινηματική εξίσωση

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v}_1 \cdot \nabla f = 0, \quad (18)$$

οπου η συνάρτηση  $f$  περιγράφει τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας. Το παραπάνω σύστημα διαφορικών εξισώσεων σε συνδυασμό με ένα σύστημα οιονεί ελλειπτικών μερικών διαφορικών εξισώσεων, ικανών να δημιουργήσουν ένα πλέγμα προσαρμοζόμενο στο χώρο που καταλαμβάνει το ρευστό [18].

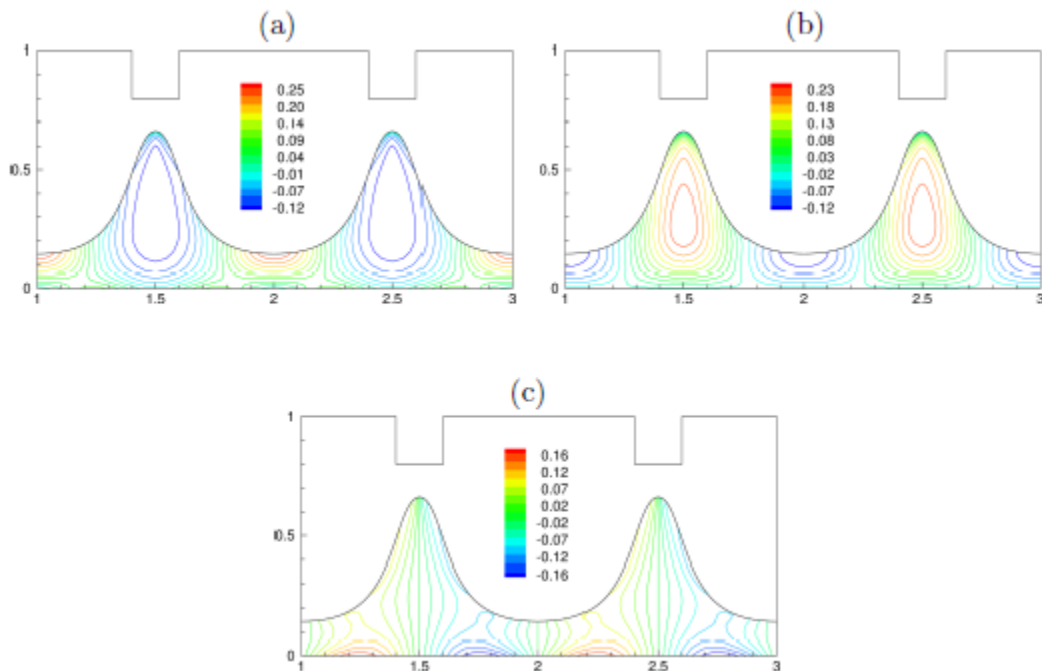
## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Όπως φαίνεται στο σχήμα 1 θεωρούμε ένα περιοδικά διαμορφωμένο ηλεκτρόδιο σαν μάσκα προκειμένου να προκαλέσουμε τη διαμόρφωση παρόμοιων διατάξεων και στη διεπιφάνεια του υμένα. Για το σκοπό της εργασίας αυτής θεωρούμε ότι το πλάτος και ύψος των προεξοχών είναι  $w=0.2$  και  $p=0.2$ , αντίστοιχα. Επιπλέον θεωρήσαμε συνθήκες έρπουσας ροής ( $Re=0.00001$ ) και λόγους πυκνότητας και ιξωδών τυπικούς για ένα σύστημα υγρού-αέρα,  $D_2 = 0.001$ ,  $M_2 = 0.001$ .

### 1. Συνεχές ηλεκτρικό πεδίο

Στο σχήμα 2 παρουσιάζουμε τις ισοδυναμικές γραμμές του πολυμερικού μέρους των τάσεων για την περίπτωση ενός συνεχούς ηλεκτρικού πεδίου ( $AC=0$ ) σε χρόνο  $t = 28.44$ ,  $Ca = 20$ ,  $Wi = 2$ ,  $d = 0.3$  και  $s = 0.8$  (για την ευκρίνεια του σχήματος παρουσιάζουμε μέρος του υπολογιστικού μας πεδίου,  $1 \leq x \leq 3$ ). Ο υγρός υμένας αρχικά είναι επίπεδος και δεν υπάρχει ροή. Εφαρμόζοντας τάση μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων το υγρό δέχεται

ανομοιόμορφες ηλεκτρικές δυνάμεις, λόγω της παρουσίας των προεξοχών και του συνεπαγόμενου ετερογενούς ηλεκτρικού πεδίου και ο υγρός υμένα προσελκύεται από το πάνω ηλεκτρόδιο προς τις προεξοχές



αποσταθεροποιώντας τη διεπιφάνεια.

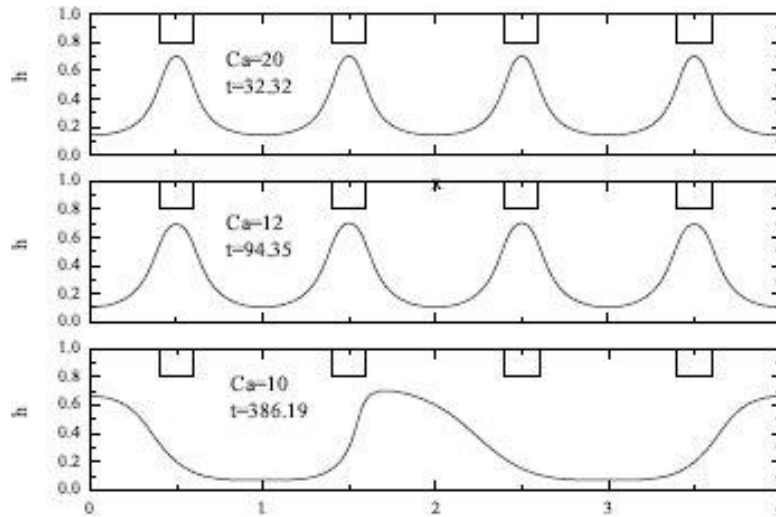
**Σχήμα 2.** Ισοδυναμικές γραμμές των πολυμερικών τάσεων (a)  $\tau_{p,xx}$ , (b)  $\tau_{p,yy}$  και (c)  $\tau_{p,xy}$  για  $t = 28.44$  και  $Wi = 2$ ,  $Ca = 20$ ,  $\beta = 0$ ,  $a_{PTT} = 0.05$ ,  $\varepsilon_1 = 2.5$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $d = 0.3$ ,  $s = 0.8$ ,  $p = 0.2$ ,  $w = 0.2$ .

Το ύψος των διαταραχών του υμένα αυξάνεται διαρκώς μέχρι να ακουμπήσει το πάνω ηλεκτρόδιο. Όπως φαίνεται στο σχήμα οι τάσεις  $\tau_{p,xx}$  και  $\tau_{p,yy}$  αναπτύσσουν ένα συνοριακό στρώμα στη κορυφή της προεξοχής του υμένα, για την σωστή ανάλυση του οποίου απαιτήθηκε τοπική πύκνωση του πλέγματος κοντά στη διεπιφάνεια υγρού-αερα. Επιπλέον παρατηρούμε ότι οι κάθετες τάσεις κυριαρχούν καθώς οι διατμητική τάση  $\tau_{p,xy}$  είναι σχεδόν 2 φορές μικρότερη. Στη βιβλιογραφία μια συνήθης υπόθεση για την εξαγωγή απλοποιημένων εξισώσεων είναι η θεωρία της λίπανσης σύμφωνα με την οποία οι κάθετες τάσεις είναι αμελητέες. Στην περίπτωση μας είναι ξεκάθαρο πως κάτι τέτοιο δεν ισχύει. Παρατηρούμε επίσης ότι η διατμητική τάση τείνει να κρατήσει τον υμένα στο αρχικό του σχήμα επιδρώντας σταθεροποιητικά στη ροή. Πρέπει να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τους Wu & Chou [12] οι οποίοι χρησιμοποιούν τη θεωρία της λίπανσης στην περίπτωση επίπεδων ηλεκτροδίων, η τάση  $\tau_{p,xy}$  είναι η μόνη που επιβιώνει και σύμφωνα με τη γραμμική ανάλυση ευστάθειας που πραγματοποίησαν έχει αποσταθεροποιητικό χαρακτήρα. Από την ανάλυση των δικών μας αποτελεσμάτων προκύπτει ότι αυτό είναι πράγματι αλήθεια σε πολύ αρχικούς χρόνους, όπου η θεωρία της λίπανσης είναι και τυπικά σωστή, αλλά φαίνεται ότι η επίδραση της διατμητικής τάσης αλλάζει χαρακτήρα σε μεγαλύτερους χρόνους.

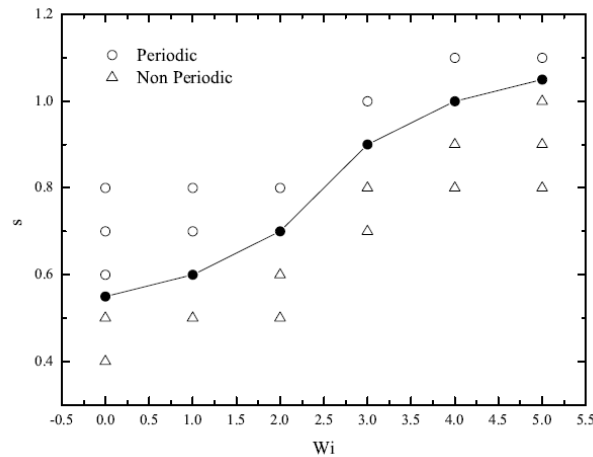
Στο σχήμα 3 παρουσιάζουμε το σχήμα της διεπιφάνειας σε μεγάλους χρόνους για τρεις διαφορετικές τιμές του αριθμού  $Ca$ . Βλέπουμε ότι για τιμές μεγαλύτερες της οριακής τιμής η παραμόρφωση της διεπιφάνειας παραμένει περιοδική ακολουθώντας πιστά τη γεωμετρία του πάνω ηλεκτροδίου. Απο την άλλη παρατηρούμε ότι με τη μείωση του  $Ca$  η περιοδικότητα καταστρέφεται με αύξηση του μήκους κύματος της διαταραχής. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι κάποιες κολόνες μεγαλώνουν σε βάρος των γειτόνων τους και αυτό είναι στην ουσία ένα φαινόμενο ωρίμανσης κατά Ostwald (Ostwald ripening).

Προκειμένου να είμαστε σε θέση να παράγουμε μικροδομές ή νανοδομές σε μεγάλες αποστάσεις με μεγάλη ακρίβεια είναι σημαντικό να γνωρίζουμε κάτω από ποιές συνθήκες είναι δυνατό να πάρουμε δομές που είναι περιοδικές. Στο σχήμα 4 παρουσιάζουμε ένα χάρτη από υπολογισμούς που πραγματοποίησαμε για τον προσδιορισμό των κατασκευαστικών ορίων της διεργασίας αυτής καθώς και την επίδραση της ελαστικότητας του πολυμερικού υλικού σε αυτά. Κάθε σημείο στο διάγραμμα αυτό αντιστοιχεί σε μια προσομοίωση για τη δεδομένη τιμή της απόστασης μεταξύ των προεξοχών του πάνω ηλεκτροδίου και του αντίστοιχου αριθμού  $Wi$ . Οι ανοιχτοί κύκλοι δηλώνουν περιπτώσεις όπου η λύση χαρακτηρίζεται ως περιοδική και οι δομές του υμένα

ακολουθούν πιστά τη δομή του ηλεκτροδίου, ενώ τα τρίγωνα δηλώνουν περιπτώσεις όπου οι λύσεις παύουν να είναι περιοδικές. Οι γεμάτοι κύκλοι δηλώνουν το οριακό σημείο. Το κριτήριο που χρησιμοποιήσαμε για τη διακρίση μεταξύ των δύο καταστάσεων είναι το εξής: όταν η απόκλιση κάθε κορυφής από την μέση τιμή είναι μικρότερη από 0.001 η δομή θεωρείται περιοδική ενώ όταν η απόκλιση είναι μεγαλύτερη θεωρούνται μη περιοδικές. Από το σχήμα είναι εμφανές ότι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των προεξοχών,  $s$ , αυξάνεται με την αύξηση του αριθμού  $Wi$ . Η ελάχιστη απόσταση,  $s$ , είναι ουσιαστικά το κατασκευαστικό όριο της διεργασίας αυτής και όπως φαίνεται όσο πιο ελαστικό είναι το υλικό του υμένα τόσο το κατασκευαστικό αυτό όριο μεγαλώνει, ωστόσο για μεγάλες τιμές του αριθμού  $Wi$  επέρχεται κορεσμός.



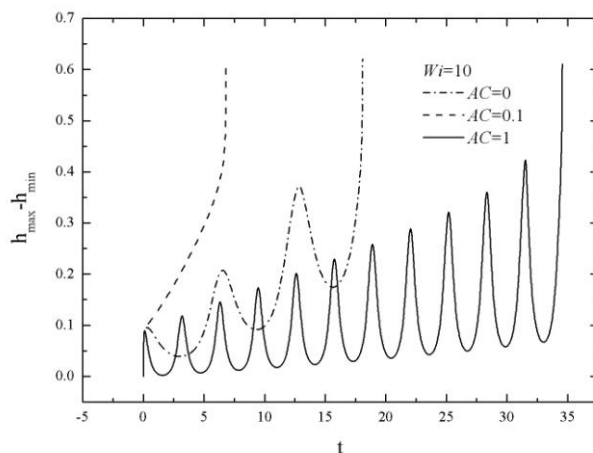
**Σχήμα 3.** Ύψος διεπιφάνειας για διάφορους  $Ca$  και  $Wi=1$ . Οι υπόλοιπες παράμετροι είναι ίδιες με αυτές του σχήματος 2.



**Σχήμα 4.** Χάρτης ροής για  $Ca = 20$ . Οι υπόλοιπες παράμετροι είναι ίδιες με αυτές του σχήματος 2.

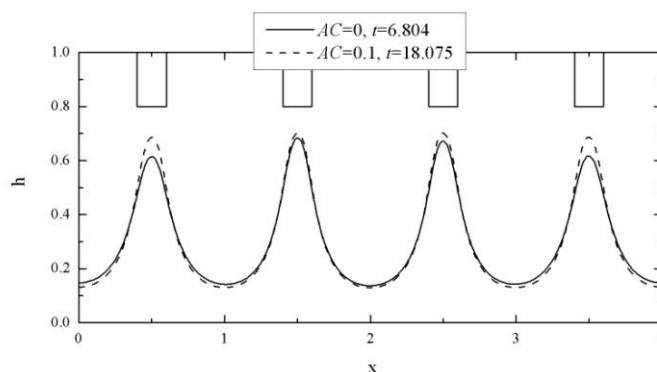
## 2. Εναλλασσόμενο ηλεκτρικό πεδίο

Συνεχίζουμε την παρούσα εργασία με τη διερεύνηση της επίδρασης στη υπό μελέτη ροή ενός εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Στο σχήμα 5 εξετάζουμε την επίδραση του πλάτους ταλάντωσης του δυναμικού του ηλεκτρικού πεδίου στην χρονική εξέλιξη του μέγιστου πλάτους της διεπιφανειακής διαταραχής. Για μηδενικό πλάτος ταλάντωσης ( $AC=0$ ) το ηλεκτρικό πεδίο είναι συνεχές και παρατηρούμε μία μονότονη αύξηση του πλάτους διαταραχών. Ωστόσο για πεπερασμένες τιμές του πλάτους  $AC$  διαπιστώνουμε ότι η διεπιφάνεια υγρού αέρα ταλαντώνεται υπό την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου. Αυξάνοντας την τιμή του  $AC$  το πλάτος της ταλάντωσης μεγαλώνει και αυτό έχει ως συνέπεια να μεγαλώνει ο χρόνος κάθως και οι κύκλοι που απαιτούνται προκειμένου οι κορυφές των υπό δημιουργία στηλών να φθάσουν στο πάνω ηλεκτρόδιο.



**Σχήμα 5.** Χρονική εξέλιξη του πλάτους διαταραχών για διάφορα πλάτη ταλαντώσεων του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου για  $Ca=20$  και  $Wi=10$ . Οι υπόλοιπες παράμετροι είναι ίδιες με αυτές του σχήματος 2.

Μια πρόσφατη εργασία των Espin et al. [10] στην οποία πραγματοποιήθηκε γραμμική ανάλυση ευστάθειας για λεπτό ιξωδοελαστικό υμένα (θεωρώντας το μοντέλο Jeffreys) σε εναλλασσόμενο πεδίο έδειξε ότι εκτός από το ρυθμό αύξησης επηρεάζεται και το μήκος κύματος της διαταραχής αν και όχι σημαντικά. Προκειμένου να διαπιστώσουμε ποια είναι η επίδραση στη μη γραμμική περιοχή παρουσιάζουμε στο σχήμα 6 το σχήμα της διεπιφάνειας σε μεγάλους χρόνους για δύο διαφορετικές τιμές της παραμέτρου AC που αντιστοιχούν στην περίπτωση συνεχούς ( $AC=0$ ) και εναλλασσόμενου ( $AC=0.1$ ) πεδίου. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση του εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου η διεπιφάνεια υγρού αέρα ακολουθεί πιο πιστά τη δομή του πάνω ηλεκτροδίου διατηρώντας την περιοδική της δομή. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε συμφωνία με τους Espin et al. [10] οι οποίοι προβλέπουν στη γραμμική περιοχή μείωση του μήκους κύματος της διαταραχής.



**Σχήμα 6.** Ύψος διεπιφάνειας για συνεχές ( $AC=0$ ) και εναλλασσόμενο ( $AC=0.1$ ,  $\omega=1$ ) ηλεκτρικό πεδίο για  $Ca=20$  και  $Wi=10$ . Οι υπόλοιπες παράμετροι είναι ίδιες με αυτές του σχήματος 2.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στη παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μελέτη της αλληλεπίδρασης της ελαστικότητας ενός πολυμερικού υμένα με ηλεκτρικό πεδίο το οποίο μπορεί να είναι συνεχές ή εναλλασσόμενο. Η υπολογιστική προσομοίωση γίνεται με επίλυση με τη μέθοδο Galerkin πεπερασμένων στοιχείων των εξισώσεων διατήρησης μάζας και ορμής και της εξίσωσης Laplace για το ηλεκτρικό δυναμικό σε συνδυασμό με τις εξισώσεις του πλέγματος για την παρακολούθηση του χρονομεταβαλλόμενου φυσικού πεδίου, και πραγματοποιούμε προσομοιώσεις λαβάνοντας πλήρως υπόψη τη ροή και την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε όλες τις φάσεις. Η ιξωδοελαστική συμπεριφορά του πολυμερικού υλικού μοντελοποιήθηκε χρησιμοποιώντας το διαφορικό καταστατικό μοντέλο Phan-Thien and Tanner (PTT). Πραγματοποιήσαμε παραμετρική μελέτη για την επίδραση των ηλεκτρικών

ιδιοτήτων των ρευστών, της εφαρμοζόμενης τάσης και συχνότητας καθώς και των διαφόρων ρεολογικών ιδιοτήτων του πολυμερικού υμένα. Διαπιστώσαμε ότι στην περίπτωση ιξωδοελαστικού ρευστού οι κάθετες τάσεις είναι σημαντικές καθιστώντας ανακριβή τη θεωρία λίπανσης που χρησιμοποιείται συχνά στη βιβλιογραφία. Διερευνήσαμε κάτω από ποιές συνθήκες είναι δυνατό να πάρουμε δομές που είναι περιοδικές και παρουσιάστηκε ένας χάρτη ροής για το προσδιορισμό των κατασκευαστικών ορίων της διεργασίας αυτής. Επιπλέον μελετήθηκε πώς επηρεάζεται η ηλεκτροδυναμική αστάθεια από την παρουσία ενός εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου και πραγματοποιήθηκε παραμετρική μελέτη λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες όπως το πλάτος και η συχνότητα ταλάντωσης καθώς και οι ρεολογικές ιδιότητες του υμένα.

#### **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν την οικονομική υποστήριξη του προγράμματος στο πλαίσιο της Δράσης «Ενίσχυση Μεταδιδασκτόρων Ερευνητών/τριών» (EIFVM, αριθμός προγράμματος PE8/906), με την συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

#### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [1]. Schäffer E., Thurn-Albrecht T., Russell T. P., Steiner U., *Nature* 403 (2000) 874.
- [2]. Schäffer E. Thurn-Albrecht T., Russell T. P., Steiner U., *Europhys. Lett. (EPL)* 53 (4) (2001) 518–524.
- [3]. Lin Z., Kerle T., Baker S. M., Hoagland D. A., Schäffer E., Steiner U., Russell T. P., *J. Chem. Phys.* 114 (5) (2001) 2377.
- [4]. Lin Z., Kerle T., Russell T. P., Schäffer E., Steiner U., *Macromol.* 35 (10) (2002) 3971–3976.
- [5]. Pease L. F., Russel W. B., *J. Non-Newt Fluid Mech.* 102 (2) (2002) 233–250.
- [6]. Shankar V., Sharma A., *J. Colloid Interface Sci.* 274 (2004) 294–308.
- [7]. Craster R. V., O. K. Matar, *Phys. Fluids* 17 (2005) 032104.
- [8]. Wu N., Pease L. F., Russel W. B., *Langmuir* 21 (26) (2005) 12290–12302.
- [9]. Roberts S. A., Kumar S., *J. of Fluid Mech.* 631 (2009) 255.
- [10]. Espin L., Corbett A., Kumar S., *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 196 (2013) 102–111.
- [11]. Heier J., Groenewold J., Steiner U., *Soft Matter* 5 (2009) 3997.
- [12]. Wu L., Chou S., *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 125 (2-3) (2005) 91–99.
- [13]. Tomar G., Shankar V., Sharma A., Biswas G., *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 143 (2-3) (2007) 120–130.
- [14]. Bandyopadhyay D., Sankar P. D., Reddy, Sharma A., *Phys. Fluids* 24 (7) (2012) 074106.
- [15]. Pease L. F., Russel W. B., *J. Chem. Phys.* 118 (8) (2003) 3790–3803.
- [16]. Pease L. F., Russel W. B., *Langmuir* 20 (3) (2004) 795–804.
- [17]. Phan-Thien N., Tanner R. I., *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 2 (1977) 353.
- [18]. Karapetsas, G., Bontozoglou, V., *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 217, 1, (2015).