

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ Δ.Π.Θ.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ
ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-2009

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΜΟΥΤΣΟΠΟΥΛΟΣ
ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

1.1 ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

Σε μεγάλο αριθμό προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι Μηχανικοί Περιβάλλοντος έχουν να υπολογίσουν ροές σε «πορώδη μέσα»: αυτά χαρακτηρίζονται από την συνύπαρξη στερεάς φάσης και διακένων μέσα στα οποία λαμβάνει χώρα ροή.

-**Υπόγειοι υδροφορείς:** είναι γεωλογικοί σχηματισμοί οι οποίοι συγκεντρώνουν το μεγαλύτερο μέρος των εκμεταλλεύσιμων υδατικών πόρων. Αυτοί μπορεί να είναι χαλαροί υδροφορείς (δηλ. γεωλογικοί σχηματισμοί οι οποίοι αποτελούνται από ανεξάρτητους κόκκους) είτε ρωγματομένοι (π.χ. βραχώμαζα η οποία περιέχει μεγάλο αριθμό από ρωγμές).

-**Χημικοί αντιδραστήρες** διαφόρων τύπων

-**Τεχνητοί υγρότοποι υπεδάφιας ροής.** Πρόκειται για εγκαταστάσεις καθαρισμού αποβλήτων που αποτελούνται από πορώδες μέσο (άμμος, χαλίκι, κροκάλες) στο οποίο έχουν φυτευτεί κατάλληλα φυτά. Ο καθαρισμός γίνεται με βιοχημικές διεργασίες (τα φυτά υποστηρίζουν την δράση των μικροοργανισμών που είναι προσκολλημένοι στο πορώδες μέσο).

Στα μέσα αυτά θεωρούμε σε πρώτη προσέγγιση ότι η ροή λαμβάνει χώρα σε έναν μεγάλο αριθμό από «μικρούς αγωγούς».

Αυτό μπορεί να συμβαίνει τόσο σε χαλαρούς υδροφορείς (δηλ. υδροφορείς οι οποίοι αποτελούνται από ανεξάρτητους κόκκους) είτε σε συνεκτικούς ρωγματομένους υδροφορείς (π.χ. βραχώμαζα η οποία περιέχει μεγάλο αριθμό από ρωγμές).

Το αντικείμενο της παρούσης παράδοσης εστιάζεται στην υδραυλική των υπόγειων υδροφορέων.

1.2 Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ

Ο αναλυτικός υπολογισμός της ροής σε καθέναν από τους μικρούς αγωγούς παρουσιάζει προβλήματα:

- -Η ακριβής θέση τους και η γεωμετρία τους είναι αδύνατον να προσδιοριστούν.
- -Ακόμα και αν έχουμε τα γεωμετρικά στοιχεία ο υδραυλικός υπολογισμός θα ήταν επίπονος και χρονοβόρος.

- -Τελικά η ακριβής πληροφορία για τη λεπτομερή κατανομή της ροής θα ήταν άχρηστη.

Για τους λόγους αυτούς εφαρμόζουμε την προσέγγιση του ισοδύναμου συνεχούς μέσου:

Εξετάζουμε τις μέσες τιμές της ιδιότητας που μας ενδιαφέρει (πορώδες, ταχύτητα, πίεση συγκέντρωση..) σε έναν Αντιπροσωπευτικό Στοιχειώδη Όγκο (Α.Σ.Ο.).(ή *REV: Representative Elementary Volume*). Υποθέτουμε συχνά για λόγους ευκολίας ότι ο όγκος αυτός είναι σφαιρικός.

Για να ισχύει η προσέγγιση του ισοδύναμου συνεχούς μέσου πρέπει να πληρούνται οι παρακάτω συνθήκες:

- Η ακτίνα της σφαίρας να είναι αρκετά μεγάλη σε σχέση με την διάμετρο των κόκκων ή από την απόσταση των ρωγμών μεταξύ τους , ώστε , οι μέσες τιμές να είναι ανεξάρτητες τόσο από την ακτίνα της σφαίρας όσο από την θέση που έχει το κέντρο της σφαίρας.
- Οι διαστάσεις του ΑΣΟ να είναι πολύ μικρές σε σχέση με τις διαστάσεις του υπόγειου σχηματισμού που λαμβάνει χώρα η ροή ώστε ο ΑΣΟ να μπορεί να θεωρηθεί σημείο.

Στους φυσικούς γεωλογικούς σχηματισμούς η μεγάλη αύξηση της κλίμακας παρατήρησης συμπεριλαμβάνει οδηγεί στην επίδραση ετερογενειών μεγάλης κλίμακας. Οι ετερογένειες αυτές είναι δυνατόν να οφείλονται στις χωρικές διακυμάνσεις του μεγέθους των πόρων των κόκκων ή του πορώδους. Τυπικά μεγέθη τα οποία εξετάζουμε με την βοήθεια του ΑΣΟ είναι η ταχύτητα των ρύπων, η τιμές της συγκέντρωσης η το πιεζομετρικό φορτίο.

1.3 ΤΟ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

Είναι γνωστό από τη Μηχανική Ρευστών και την Υδραυλική ότι η ειδική μηχανική ενέργεια ενός σωματιδίου υγρού ανά μονάδα βάρους μπορεί να δοθεί από την παρακάτω σχέση:

$$E_z = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g}$$

όπου

p	Πίεση
γ	Ειδικό βάρος
z	Απόσταση από το επίπεδο αναφοράς
v	Ταχύτητα ροής
g	Επιτάχυνση βαρύτητας

Με άλλα λόγια η ειδική μηχανική ενέργεια ανά μονάδα όγκου χωρίζεται στα εξής μεγέθη:

p/γ	Το έργο που μπορεί να παράγει το σωματίδιο ρευστού λόγω της πίεσης που ασκείται σε αυτό
z	Το έργο που είναι απαραίτητο για να ανυψωθεί ένα σωματίδιο σε ένα ορισμένο ύψος
$v^2 / 2g$	Κινητική ενέργεια

Συχνά στους υπόγειους υδροφορείς οι ταχύτητες είναι μικρές, και κατά συνέπεια η κινητική ενέργεια είναι αμελητέα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε λοιπόν την παρακάτω σχέση:

$$E_z \cong h = \frac{p}{\gamma} + z$$

Όπου h το πιεζομετρικό ύψος.

Κατά την διεύθυνση της ροής έχουμε μείωση του πιεζομετρικού φορτίου: Η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.

Βασικό πλεονέκτημα του πιεζομετρικού ύψους είναι ότι μπορούμε να το μετρήσουμε εύκολα τόσο στο πεδίο όσο στο εργαστήριο.

1.4 ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ DARCY

Για την ροή σε κολώνα που περιέχει πορώδες μέσο μπορεί να διαπιστωθεί πειραματικά η παρακάτω γραμμική σχέση μεταξύ της κλίσης του πιεζομετρικού φορτίου και παροχής:

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{L}$$

Q	Παροχή
Δh	Διαφορά πιεζομετρικού φορτίου στις δύο άκρες της κολώνας
L	Το μήκος της κολώνας
K	Συντελεστής υδραυλικής αγωγιμότητας
A	Επιφάνεια της κολώνας κάθετα στην ροή

Η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί και με την παρακάτω μορφή:

$$q = -K \frac{\Delta h}{L}$$

Όπου q η ταχύτητα Darcy ($q = Q/A$)

Έχει αποδειχθεί (ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις Navier Stokes) ότι ο νόμος του Darcy ισχύει εάν πληρούνται η παρακάτω προϋποθέσεις

- -Να ισχύει η προσέγγιση του ισοδύναμου συνεχούς μέσου
- -Οι δυνάμεις αδρανείας να είναι αρκετά μικρές ώστε οι μη γραμμικοί όροι της εξίσωσης Navier Stokes να είναι αμελητέοι
- -Η ροή να είναι μονοφασική (ομογενές υγρό, αμελητέες διαφορές πυκνότητας)

Ενδείξεις για την ισχύ του νόμου του Νταρσύ έχουμε αν θεωρήσουμε ένα εξιδανικευμένο πορώδες μέσο το οποίο αποτελείται από μία σειρά από παράλληλες ρωγμές ορθογωνικής διατομής πλάτους b και ύψους w ($b \gg w$).

Από την Μηχανική Ρευστών ξέρουμε ότι αν οι δυνάμεις αδρανείας είναι αμελητέες, η παροχή ανάμεσα σε δύο πλάκες δίνεται από την σχέση

$$Q_p = -\frac{\rho g b^3 w}{12\mu} \frac{\Delta h}{L}$$

όπου:

ρ η πυκνότητα και μ το ιξώδες,

Αν θεωρήσουμε ότι οι ρωγμές καταλαμβάνουν ένα ορισμένο ποσοστό του χώρου (πορώδες n) η συνολική παροχή σε μία «διατομή πορώδους μέσου» δίνεται από την σχέση (βλέπε π.χ. Κωτσοβίνος 2003):

$$Q = -\frac{\rho g b^2}{12\mu} A_p \frac{\Delta h}{L}$$

όπου A_p το συνολικό εμβαδόν των διακένων στην διατομή την οποία εξετάζουμε.

Ξέροντας ότι η συνολική επιφάνεια μίας διατομής A ισούται με $A = A_p / n$ όπου n είναι το πορώδες.

Κατά συνέπεια

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{L}$$

$$\text{όπου } K = \frac{\rho g b^2}{12\mu} n$$

Ανάλογες σχέσεις μπορούμε να βγάλουμε, για την περίπτωση για την οποία οι ρωγμές έχουν κυλινδρικό σχήμα, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις για την ροή στο εσωτερικό ενός κυλίνδρου (βλέπε π.χ. Κωτσοβίνος 2003).

Μπορούμε να ορίσουμε την μέση ταχύτητα:

$$q = Q/A = -K \frac{\Delta h}{L}$$

Στην πράξη ο συντελεστής K ο οποίος αντιστοιχεί σε πορώδη μέσα με πρακτική σημασία είναι μικρότερος από την παραπάνω εκτίμηση, λόγω της ακανόνιστης γεωμετρίας των διακένων, η οποία συνεπάγεται μεγάλες απώλειες ενέργειας.

Ο συντελεστής K (υδραυλική αγωγιμότητα) εξαρτάται από τις γεωμετρικές ιδιότητες του πορώδους μέσου αλλά και από τις ιδιότητες του ρευστού

Ο συντελεστής $k = K\mu/(\rho g)$ (διαπερατότητα) έχει διαστάσεις επιφάνειας και εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του πορώδους μέσου και όχι από τις ιδιότητες του ρευστού.

Μπορούμε να γενικεύσουμε την παραπάνω σχέση (θεωρώντας π.χ. ότι το μήκος της κολώνας είναι αμελητέο σε σχέση με τις χαρακτηριστικές διαστάσεις του πορώδους μέσου).

$$(q)_x = -K \frac{\partial h}{\partial x}$$

Θεωρώντας επιπλέον ότι το πορώδες μέσο είναι ισότροπο προκύπτει ότι:

$$(q)_y = -K \frac{\partial h}{\partial y}, (q)_z = -K \frac{\partial h}{\partial z}$$

Ή ακόμα:

$$\vec{q} = -K\nabla h$$

Η διαπερατότητα k και κατά συνέπεια η υδραυλική αγωγιμότητα K μπορούν να εκτιμηθούν να εκτιμηθεί όταν ξέρουμε τις γεωμετρικές ιδιότητες του πορώδους μέσου. Μία εξίσωση η οποία χρησιμοποιείται συχνά είναι η παρακάτω εμπειρική εξίσωση:

$$k = cd^2$$

Όπου $k[cm^2]$, $d[cm]$ και $c[-]$. Η μεταβλητή d συμβολίζει μία τυπική διάμετρο των κόκκων (ορισμένοι συγγραφείς προτείνουν να χρησιμοποιηθεί η d_{10} (δηλαδή η διάμετρος των κόκκων η οποία είναι μεγαλύτερη από το 10% των κόκκων σε βάρος. Ο συντελεστής c μπορεί να θεωρηθεί ίσος με 45 για αμμώδη άργιλο και με 140 για καθαρή άμμο. Συχνά χρησιμοποιείται η τιμή 100.

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει όταν το πορώδες μέσο είναι ισότροπο.

Όταν το πορώδες μέσο είναι ανισότροπο και οι άξονες x, y, z ταυτίζονται με τους κύριους άξονες του τανυστή διαπερατότητας οι συνιστώσες της ταχύτητας δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$(q)_x = -K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x}, (q)_y = -K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y}, (q)_z = -K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

Για περίπτωση που δεν έχουμε προσρόφιση των ρυπαντών από τον στερεό σκελετό η ταχύτητα των ρυπαντών (ταχύτητα του μετώπου ρύπανσης) μπορεί να εκφραστεί με την παρακάτω σχέση:

$$v = \frac{q}{n}$$

Η εξίσωση Darcy περιέχει (στην απλούστερη πιθανή περίπτωση της μονοδιάστατης ροής) περιέχει δύο αγνώστους: την ταχύτητα και το πιεζομετρικό φορτίο (στην περίπτωση τρισδιάστατη ροή οι άγνωστοι είναι τέσσερις ενώ οι εξισώσεις ροής είναι τρεις). Για να έχουμε ένα κλειστό σύστημα χρησιμοποιούμε και την εξίσωση της συνέχειας (εξίσωση της διατήρησης της μάζας). Απαλείφοντας από το παραπάνω σύστημα την ταχύτητα καταλήγουμε, για πολλά προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος, σε ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο έχει την δομή της εξίσωσης της θερμότητας.

Αναλυτικές λύσεις μπορούν να βρεθούν για εξιδανικευμένες περιπτώσεις ροής.

1.5 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ

-Υδροφορείς υπό πίεση Υδροφορείς των οποίων η μεταβολή της στάθμης του νερού κατά την κατακόρυφο εμποδίζεται από αδιαπέρατο γεωλογικό σχηματισμό

-Υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια (φρεάτιοι υδροφορείς) Υδροφορείς για τους οποίους η ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να μεταβάλλεται χωρίς περιορισμούς.

-Ημιπερατοί υδροφορείς Υδροφορείς των οποίων η μεταβολή της στάθμης του νερού κατά την κατακόρυφο περιορίζεται από γεωλογικό σχηματισμό με χαμηλή διαπερατότητα

Το βάθος ροής στους υπόγειους υδροφορείς είναι μερικές δεκάδες και έως μερικές εκατοντάδες μέτρα. Η έκταση τους κατά την οριζόντια κατεύθυνση είναι συνήθως περισσότερα χιλιόμετρα. Κατά συνέπεια η ροή μπορεί να θεωρηθεί οριζόντια για πολλά πρακτικά προβλήματα.

2. ΚΙΝΗΣΗ ΝΕΡΟΥ ΣΤΟΥΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

2.1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

2.1.1 ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

2.1.1.1 Περίπτωση Υδροφορέα υπό πίεση

Έστω μονοδιάστατη οριζόντια ροή. Εξετάζουμε το ισοζύγιο μάζας σε ένα πρίσμα με συντεταγμένες πλευρών $x-\Delta x/2$ και $x+\Delta x/2$ αντίστοιχα. Το ύψος του υπό πίεση υδροφόρου στρώματος μπορεί να θεωρηθεί σταθερό και συμβολίζεται με B ενώ το πλάτος του πρίσματος ισούται με w . Θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία η ροή λαμβάνει χώρα κατά την θετική φορά του άξονα x .

Θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία δεν υπάρχουν ανταλλαγές νερού με το εξωτερικό περιβάλλον (π.χ. από αντλήσεις, επαναφορτίσεις, διείσδυση νερού από βροχοπτώσεις, απώλειες νερού από εξατμισοδιαπνοή, ανταλλαγές ρευστού με επιφανειακά υδάτινα σώματα κ.λ.π.). Στην περίπτωση αυτή το ισοζύγιο νερού γράφεται ως εξής:

$$\Delta V(t) = V_{in}(t) - V_{out}(t) \quad (1)$$

όπου

$\Delta V(t)$ η μεταβολή του όγκου νερού κατά το χρονικό σημείο t , V_{in} , και V_{out} ο εισρέον και ο εκρέον όγκος νερού αντίστοιχα κατά το χρονικό σημείο t .

Λαμβάνοντας υπόψη μας ότι η μεταβολή του πεδίου ροής ενδεχομένως δεν είναι συνεχής έχουμε την κλασσική σχέση:

$$\Delta V(t) = [Q_{in}(t) - Q_{out}(t)]\Delta t \quad (2)$$

όπου Δt ένα τυχόν (μικρό) χρονικό διάστημα, $Q_{in}(t)$ η εισρέουσα παροχή στο πρίσμα και $Q_{out}(t)$ η εκρέουσα παροχή

Παίρνοντας υπόψη μας την κλασσική σχέση μεταξύ παροχής και ταχύτητας, δηλαδή ότι η παροχή η οποία διέρχεται από μία επιφάνεια ισούται με το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής επί την συνιστώσα του πεδίου ταχυτήτων η οποία είναι κάθετη στην επιφάνεια αυτή, αλλά και τον ορισμό της φοράς του πεδίου ταχυτήτων προκύπτουν οι σχέσεις:

$$Q_{in}(t) = [q(x - \Delta x / 2, t)] [Bw] \quad (3\alpha)$$

$$Q_{out}(t) = [q(x + \Delta x / 2, t)] [Bw] \quad (3\beta)$$

Για τον υπολογισμό της μεταβολής του όγκου νερού, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κλασσικό ορισμό του συντελεστή αποθηκευτικότητας:

$$S_c = \frac{\Delta V(t)}{A \cdot \Delta h(t)} \quad (4)$$

όπου A το εμβαδόν την κάτοψης του εξεταζόμενου τμήματος του υδροφόρου και $\Delta h(t)$ η μεταβολή του πιεζομετρικού φορτίου ανάμεσα σε δύο διαδοχικά χρονικά βήματα. Προφανώς ισχύουν οι σχέσεις:

$$A = w \Delta x \quad (5)$$

$$\Delta h(t) = h(x, t + \Delta t) - h(x, t) \quad (6)$$

Εισαγάγοντας τις εξισώσεις (3) –(6) στην εξίσωση (2) προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$S_c \frac{h(x, t + \Delta t) - h(x, t)}{\Delta t} = -B \frac{[q(x + \Delta x/2, t) - q(x - \Delta x/2, t)]}{\Delta x} \quad (7)$$

Παίρνοντας υπόψη μας τους κλασικούς ορισμούς της παραγώγου, οι οποίοι μπορούν να γραφούν έως εξής:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\phi(x + \Delta x/2) - \phi(x - \Delta x/2)}{\Delta x} \right) \quad (8\alpha)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\phi(t + \Delta t) - \phi(t)}{\Delta t} \right). \quad (8\beta)$$

Προκύπτει η παρακάτω μορφή της εξίσωσης της συνέχειας (ή διατήρησης της μάζας):

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + B \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Είναι εύκολο να αποδειχτεί ότι για την περίπτωση μη σταθερού πάχους τους υδροφορέα η εξίσωση της συνέχειας πρέπει να γραφεί ως εξής:

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (Bq)}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

Η μεθοδολογία που παρουσιάσαμε μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον προσδιορισμό της εξίσωσης της συνέχειας σε δύο διαστάσεις για την περίπτωση οριζόντιας ροής.

2.1.1.2. Περίπτωση υδροφορέα με ελεύθερη επιφάνεια

Θεωρούμε μία περίπτωση ανάλογη περίπτωση με προηγουμένως με την διαφορά ότι το ύψος του πρίσματος είναι ίσο με το βάθος ροής και κατά συνέπεια μεταβάλλεται στον χώρο και τον χρόνο. Ενώ λοιπόν οι εξισώσεις (1) και (2) ισχύουν αντί των εξισώσεων (3α) και (3β) πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω σχέσεις:

$$Q_{in}(t) = [q(x - \Delta x/2, t)][h(x - \Delta x/2, t)]w \quad (11\alpha)$$

$$Q_{out}(t) = [q(x + \Delta x/2, t)][h(x + \Delta x/2, t)]w \quad (11\beta)$$

Αν και η φυσική σημασία του συντελεστή αποθηκευτικότητας είναι εντελώς διαφορετική για τους υδροφορείς υπό πίεση και τους υδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια, η μαθηματική περιγραφή του είναι ίδια.

Χρησιμοποιώντας λοιπόν τις εξισώσεις (1), (2), (11α), (11β), (4), (5) και (6) προκύπτει ότι:

$$S_u \frac{h(x + \Delta x/2, t + \Delta t) - h(x + \Delta x/2, t)}{\Delta t} = - \frac{[h(x + \Delta x, t)q(x + \Delta x, t) - h(x, t)q(x, t)]}{\Delta x} \quad (12\alpha)$$

Παίρνοντας υπόψη μας τον ορισμό της παραγωγού, προκύπτει η εξίσωση της διατήρησης της μάζας για τους φρεάτιους υδροφορείς:

$$S_u \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hq)}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

2.1.1.3 Γενικευμένη μορφή της εξίσωσης της συνέχειας

Με τη μέθοδο τη οποία παρουσιάσαμε παραπάνω για οριζόντια δισδιάστατη ροή η εξίσωση της συνέχειας γράφεται ως εξής:

Για τους υδροφορείς υπό πίεση::

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial Bq_x}{\partial x} + \frac{\partial Bq_y}{\partial y} \right] = 0 \quad (14^a)$$

Για τους φρεάτιους υδροφορείς:

$$S_U \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial hq_x}{\partial x} + \frac{\partial hq_y}{\partial y} \right] = 0 \quad (14\beta)$$

Όταν έχουμε εισροή ή εκροή (εμπλουτισμό, άντληση, επαναπλήρωση, ανταλλαγές ρευστού με άλλα υδροφόρα στρώματα εξατμισοδιαπνοή κλπ.) οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται:

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial Bq_x}{\partial x} + \frac{\partial Bq_y}{\partial y} \right] = R \quad (15^a)$$

$$S_U \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial hq_x}{\partial x} + \frac{\partial hq_y}{\partial y} \right] = R \quad (15\beta)$$

Όπου ο συντελεστής R εκφράζει την ανταλλαγή ρευστού ανάμεσα στον υδροφορέα και τα εξωτερικά συστήματα (διείσδυση νερού της βροχής, απώλειες λόγω εξατμισοδιαπνοής, αντλήσεις ή εμπλουτισμό από φρέατα κλπ.).

2.1.2 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΙΣΧΥΟΣ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ ΝΤΑΡΣΥ

Εισαγάγοντας την εξίσωση του Νταρσύ στις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial x} (BK \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (BK \frac{\partial h}{\partial y}) \right] = R$$

$$S_u \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial x} (hK \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (hK \frac{\partial h}{\partial y}) \right] = R$$

Θέτοντας $T=KB$; όπου T η μεταφορικότητα ή μεταβιβαστικότητα (*transmissivity*)

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial x} (T \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T \frac{\partial h}{\partial y}) \right] = R$$

Η εξίσωση για τους υδροφορείς υπό πίεση έχει την δομή της εξίσωσης της θερμότητας.

Για μικρές διακυμάνσεις της στάθμης μπορούμε να θεωρήσουμε το μέγεθος T_u ανεξάρτητο του h (ισοδύναμη μεταφορικότητα), εάν θέσουμε $T_u = KH$, όπου H η μέση στάθμη του βάθους ροής, ως προς τον χρόνο, σε ένα σημείο του υδροφορέα.

Κατά συνέπεια:

$$S_u \frac{\partial h}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial x} (T_u \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (T_u \frac{\partial h}{\partial y}) \right] = R$$

οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται και σε πιο συμπαγή μορφή:

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} - \nabla'(T \nabla' h) = R$$

$$S_u \frac{\partial h}{\partial t} - \nabla'(T_u \nabla' h) = R$$

όπου ∇' ο τελεστής Nabla σε δύο διαστάσεις

για (χωρικά) σταθερό συντελεστή μεταφορικότητας:

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} - T \nabla'^2 h = R$$

όπου ∇' ο τελεστής Nabla σε δύο διαστάσεις

ή

$$S_c \frac{\partial h}{\partial t} - T \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] = R$$

για μόνιμη ροή και για αμελητέες εισροές εκροές έχουμε την εξίσωση του Laplace

$$\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] = 0$$

ή

$$\nabla'^2 h = 0$$

Για γνωστές οριακές συνθήκες υπάρχει μεγάλος αριθμός αναλυτικών λύσεων της παραπάνω λύσης χρησιμοποιώντας μιγαδικούς αριθμούς.

2.1.2 ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

Μη μόνιμη ροή σε υδροφορέα η οποία προκαλείται από την απότομη άνοδο της στάθμης ποταμού.

Εξετάζουμε μία μονοδιάστατη ροή σε υπόγειο υδροφορέα ο οποίος βρίσκεται ανάμεσα σε δύο ποταμούς. Η απόσταση μεταξύ των δύο ποταμών ισούται με L . Θεωρούμε ότι ισχύει ο νόμος του Νταρσύ, ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση της συνέχειας στην γραμμική (ή γραμμικοποιημένη) μορφή της και ότι επίσης οι τιμές των παραμέτρων είναι σταθερές στον χώρο.

Κατά συνέπεια η πιεζομετρία μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω εξίσωση:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, \quad (\text{I})$$

όπου S ένας συντελεστής αποθηκευτικότητας και T η μεταφορικότητα (ή μεταβιβαστικότητα) του υδροφόρου σχηματισμού.

Αρχικά θεωρούμε ότι το όλο σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία και η τιμή της πιεζομετρίας είναι σταθερή σε όλον τον σχηματισμό και ίση με $h = H_0$.

Για $t \geq 0$ έχουμε απότομη ανύψωση της στάθμης του ποταμού ο οποίος έρχεται σε επαφή με τον υδροφορέα στο σημείο $x=0$ στα $h = H_1$. Η στάθμη της πιεζομετρίας στον δεύτερο ποταμό είναι σταθερή σε όλη την διάρκεια του φαινομένου. Εξαιτίας της ανόδου της στάθμης αρχίζει η ροή μέσα στον υδροφόρο σχηματισμό.

Εισαγάγοντας την μεταβλητή $h' = h - H_0$, η οποία συμβολίζει την διαταραχή η οποία προκαλείται στο πιεζομετρικό φορτίο του υδροφορέα από την απότομη άνοδο της στάθμης του ποταμού και επίσης τη μεταβλητή $\alpha = T/S$, η εξίσωση (I) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{\partial h'}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} \quad (\text{II})$$

με αρχικές συνθήκες $h' = 0$ και οριακές συνθήκες $h' = \Delta h = H_1 - H_0$ για $x=0$ και $h' = 0$ για $x=L$.

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση (II) αλλά και οι οριακές της συνθήκες, έχουν την ίδια μαθηματική δομή με τη μαθηματική εξίσωση για τον προσδιορισμό της συνιστώσας της ταχύτητας u για την ροή ανάμεσα σε δύο πλάκες, «από τις οποίες η μια είναι ακίνητη και η άλλη αρχίζει ξαφνικά να κινείται» η οποία είχε εξετασθεί στην Ρευστομηχανική.

Κατά συνέπεια η γενική μορφή της λύσης μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$h'(x, t) = \Delta h \left(1 - \frac{x}{L} \right) - 2 \frac{\Delta h}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left(-n^2 \pi^2 \frac{\alpha t}{L^2} \right) \sin \left(\frac{n \pi x}{L} \right) \quad (\text{III})$$

Για σχετικά μικρούς χρόνους για τους οποίους η διαταραχή δεν έχει φτάσει στον ποταμό κατάντη μπορεί να χρησιμοποιηθεί η λύση για ο ημίπειρο μέσο (βλέπε την

παράγραφο η οποία πραγματεύεται την «ροή προερχόμενη από σταθερή κίνηση πλάκας σε άπειρο χώρο (πρώτο πρόβλημα Stokes)» της Ρευστομηχανικής. Για το πρόβλημα το οποίο εξετάζουμε η λύση γράφεται:

$$h'(x, t) = \Delta h \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) \right] \quad (\text{IV})$$

όπου *erf* η συνάρτηση σφάλματος (error function).

Για την περίπτωση ημιάπειρου μέσου το μήκος του μετώπου της διαταραχής L_F μπορεί να εκτιμηθεί από την εξίσωση:

$$L_F = 3\sqrt{\alpha t} \quad (\text{V}).$$

Προφανώς για να ισχύει η εξίσωση (IV) πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$L_F < L.$$

2.2 ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΦΡΕΑΤΩΝ

2.2.1 ΥΔΡΑΥΛΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΗ ΜΟΝΙΜΗΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΝΤΛΗΣΗ ΦΡΕΑΤΟΣ

2.2.1.1 Ο νόμος του THEISS

Θα εξετάσουμε την πτώση στάθμης σε υπό πίεση υδροφορέα, «άπειρης» έκτασης στην οριζόντια διεύθυνση και πάχους B .

Θεωρώντας ότι:

- -Οι ταχύτητες είναι αρκετά χαμηλές ώστε οι όροι αδρανείας να είναι αμελητέοι.
- -Η γεωμετρία των πόρων είναι τέτοια ώστε να ισχύει μακροσκοπικά η προσέγγιση του ισοδύναμου συνεχούς
- -Υπάρχει υδραυλική ισορροπία στο εσωτερικό ενός ΑΣΟ
- -Οι ιδιότητες του υδροφορέα είναι σταθερές στον χώρο
- -Το μέσο είναι ισότροπο
- -Η ροή είναι οριζόντια
- -Η ανταλλαγές υγρού με το εξωτερικό περιβάλλον είναι αμελητέες

Μπορούμε να περιγράψουμε τις μεταβολές της πιεζομετρίας h με την παρακάτω εξίσωση:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

η παραπάνω εξίσωση γράφεται σε διανυσματική μορφή:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \nabla'^2 h \quad (2)$$

όπου ∇' ο τελεστής Nabla σε δύο διαστάσεις: $\nabla' = \frac{\partial}{\partial x} \bar{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \bar{e}_y$, \bar{e}_x και \bar{e}_y τα μοναδιαία διανύσματα.

Είναι καλό να εκφράσουμε τις παραπάνω εξισώσεις για το πρόβλημα που εξετάζουμε, λόγω της συμμετρίας εκ περιστροφής, σε πολικές συντεταγμένες:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \left[\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} \right]$$

και παίρνοντας υπόψη μας ότι $\frac{\partial h}{\partial \theta} = 0$:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T \left[\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \right], \quad (3^a)$$

όπου $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ η απόσταση από το πηγάδι.

Θεωρούμε ότι πριν από την έναρξη της άντλησης, το σύστημα ήταν σε ισορροπία, δηλαδή η στάθμη της πιεζομετρίας ήταν παντού σταθερή: $h = h_0$.

Η πτώση της στάθμης ορίζεται σαν: $s = h_0 - h$.

Κατά συνέπεια η εξίσωση που περιγράφει την πτώση στάθμης έχει την ίδια δομή με την εξίσωση για το πιεζομετρικό φορτίο:

$$S \frac{\partial s}{\partial t} = T \left[\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right] \quad (4).$$

Η αρχική συνθήκη γράφεται: $s(r,0) = 0$ ενώ η πρώτη οριακή συνθήκη προκύπτει από το γεγονός ότι δεν υπάρχει πτώση στάθμης σε άπειρη απόσταση από τον υδροφορέα: $s(\infty, t) = 0$.

Θεωρώντας ότι η αντλούμενη παροχή Q είναι σταθερή, μπορούμε να ορίσουμε και την δεύτερη οριακή συνθήκη με την παρακάτω μεθοδολογία:

-Η ειδική παροχή σε μία κάθετη διατομή δίνεται από την σχέση: $Q_\delta = -T \frac{\partial h}{\partial r}$

-Η παροχή προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε την περίμετρο της γεώτρησης με την παροχή σε μία κάθετη διατομή: $Q = (2\pi r_w) Q_\delta = 2\pi r_w T \left(\frac{\partial h}{\partial r} \right)_{r=r_w}$ όπου $r = r_w$ η ακτίνα της γεώτρησης.

Κατά συνέπεια η δεύτερη οριακή συνθήκη γράφεται:

$$\left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_w} = -\frac{Q}{2\pi T}. \quad (5)$$

Εισαγάγοντας τη μεταβλητή Boltzman:

$$u = r^2 / 4\alpha t,$$

$$\text{όπου } \alpha = T / S$$

η εξίσωση για την πτώση στάθμης μετατρέπεται από εξίσωση με μερικές παραγώγους σε μία κανονική διαφορική εξίσωση:

$$\left[\frac{d^2 s}{du^2} + \left(1 + \frac{1}{u} \right) \frac{ds}{du} \right] = 0 \quad (6)$$

Με οριακές συνθήκες:

$$s(\infty) = 0 \quad (6^a)$$

$$\left(u \frac{ds}{du} \right)_{u \rightarrow 0} = \frac{Q}{4\pi T} \quad (6\beta)$$

Για την τελευταία εξίσωση κάναμε την παραδοχή ότι μπορούμε να θεωρήσουμε την γεώτρηση σαν σημείο, λόγω του μικρού μέγεθος της ακτίνας σε σχέση με τις διαστάσεις του προβλήματος.

Η εξίσωση (6) είναι μία γραμμική ομογενής εξίσωση πρώτης τάξης ως προς $A = \frac{\partial s}{\partial u}$.

Ολοκληρώνοντας μία φορά την (6) προκύπτει ότι:

$$u \frac{ds}{du} = C_1 e^{-u} \quad (7)$$

Όπου η σταθερά C_1 υπολογίζεται αν πάρουμε υπόψη μας την (6β) σε $C_1 = -\frac{Q}{4\pi T}$.

Κατά συνέπεια:

$$\frac{ds}{du} = -\frac{Q}{4\pi T} \frac{e^{-u}}{u} \quad (7)$$

Ολοκληρώνοντας την (7) προκύπτει ότι:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u'}}{u'} du' \quad (8)$$

Εισαγάγοντας την συνάρτηση πηγαδιού $W(u)$ η οποία ορίζεται από την σχέση

$$r \frac{\partial s}{\partial r} = r \frac{ds}{du} \frac{du}{dr} = r \frac{ds}{du} \left(\frac{2r}{4\alpha t} \right) = 2 \frac{r^2}{4\alpha t} \frac{ds}{du} = 2u \frac{ds}{du}.$$

από την εξίσωση (5): $\left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=0} = \frac{Q}{2\pi T} \Rightarrow \left(u \frac{\partial s}{\partial u} \right)_{u=0} = \frac{Q}{4\pi T}$

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u'}}{u'} du'$$

προκύπτει ότι:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (9)$$

Τιμές για την συνάρτηση $W(u)$ είναι καταχωρημένες σε πίνακες (π.χ. Bear, 1979).

Η παραπάνω συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί και με την βοήθεια της σειράς:

$$W(u) = -0.5722 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \times 2!} + \frac{u^3}{3 \times 3!} - \frac{u^4}{4 \times 4!} \dots$$

Στην πράξη για $u < 0.01$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση

$$W(u) \cong -0.5722 - \ln(u)$$

κατά συνέπεια:

$$s \cong \frac{Q}{4\pi T} \left(-0.5722 - \ln\left(\frac{r^2 S}{4Tt}\right) \right) = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right) \quad (10)$$

Η εξίσωση (9) και (10) αποκαλούνται εξισώσεις του Theis. Η εξίσωση (10) αναφέρεται και σαν εξίσωση του Jacob.

Αριθμητικό Παράδειγμα

Υπολογίστε την πτώση στάθμης σε έναν υδροφορέα υπό πίεση σε απόσταση $r_1 = 0.3m$ και $r_2 = 25m$ από την γεώτρηση, 7 ώρες από την έναρξη της άντλησης, για σταθερή παροχή $Q = .0315m^3 / s$. Δίνονται οι ιδιότητες του υδροφορέα $T=0.0094 m^2 / s$ και $S=0.001$

Λύση

Ο συντελεστής α υπολογίζεται σε: $\alpha = T/S = 9.4m^2 / s$.

Η μεταβλητή Boltzman στις θέσεις που εξετάζουμε παίρνει τις τιμές:

$$u_1 = \frac{(0.3)^2}{4 \times 9.4 \times (7 \times 3600)} = 9.499 \times 10^{-8}$$

$$u_2 = \frac{(25)^2}{4 \times 9.4 \times (7 \times 3600)} = 6.596 \times 10^{-4}$$

Επειδή $u_1, u_2 < 0.01$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (10).

Προκύπτει ότι:

$$s_1 = \frac{0.0315}{4\pi \times 0.0094} \left[\ln\left(\frac{1}{9.499 \times 10^{-8}}\right) - 0.5772 \right] = 4.16m$$

$$s_2 = \frac{0.0315}{4\pi \times 0.0094} \left[\ln\left(\frac{1}{6.596 \times 10^{-4}}\right) - 0.5772 \right] = 1.8m$$

2.2.1.2 Το αντίστροφο πρόβλημα της υπόγειας υδραυλικής

(Αξιολόγηση αποτελεσμάτων δοκιμαστικών αντλήσεων για την περίπτωση μη μόνιμης ροής)

Η κλασσική προσέγγιση στην υπόγεια υδραυλική (αλλά και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα) είναι η προσομοίωση φαινομένων με την επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Στις διαφορικές αυτές εξισώσεις θεωρούνται όλοι οι συντελεστές γνωστοί, όπως επίσης και οι οριακές ή οι αρχικές συνθήκες. Ζητούμενο είναι η εύρεση της εξαρτημένης μεταβλητής: πιεζομετρία, συγκέντρωση ρυπαντών, θερμοκρασία. (Η μέθοδος επίλυσης των παραπάνω εξισώσεων εξαρτάται από τον βαθμό δυσκολίας του προβλήματος και από την επιθυμητή ακρίβεια).

Σε πολλά πρακτικά προβλήματα απαιτείται μεγάλη ακρίβεια και κατά συνέπεια είναι απαραίτητη η εκτίμηση παραμέτρων από δεδομένα πεδίου, πριν την καθαυτό αξιοποίηση του μαθηματικού ομοιώματος. Η μετρήσεις γίνονται σε μικρή κλίμακα ή σε ειδικές συνθήκες έτσι ώστε να είναι εφικτή η ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Η διεργασία αξιοποίησης των αποτελεσμάτων αυτών είναι πιο εύκολη όταν είναι διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις.

Αναφέρθηκε ήδη μία τέτοια λύση για την περίπτωση άντλησης από γεώτρηση σε υπό πίεση υδροφορέα ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενής «απειρών διαστάσεων», η ροή δισδιάστατη, οι συνθήκες τέτοιες ώστε να ισχύει ο νόμος του Νταρσύ και η ροή να είναι οριζόντια. Για την περίπτωση κατά την οποία πριν από την έναρξη της άντλησης δεν υπήρχε ροή και η παροχή άντλησης είναι σταθερή, είχε αποδειχθεί στο κεφάλαιο «Υδραυλικός υπολογισμός μη μόνιμης ροής από άντληση φρέατος» ότι η πτώση στάθμης μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u'}}{u'} du' \quad (1)$$

όπου

$$u = r^2 / 4\alpha t \text{ και } \alpha = T / S$$

Οι ονομασίες των παραπάνω μεταβλητών έχουν ήδη διευκρινισθεί, όπως επίσης και το γεγονός ότι για μικρές τιμές του u ($u < 0.01$) η σχέση (1) μπορεί να γραφεί:

$$s \cong \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right),$$

η χρησιμοποιώντας τον δεκαδικό λογάριθμο:

$$s \cong \frac{2.3Q}{4\pi T} \log\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right) \quad (2)$$

Στην πράξη μετρίεται η πτώση της στάθμης συναρτήσει του χρόνου σε πιεζόμετρο το οποίο είναι τοποθετημένο σε μικρή απόσταση από την αντλητική γεώτρηση (έτσι ώστε να ισχύει η υπόθεση $u < 0.01$).

Στο χρονικό σημείο t_1 η πτώση στάθμης δίνεται από την σχέση:

$$s_1 \cong \frac{2.3Q}{4\pi T} \log\left(\frac{2.25Tt_1}{r^2 S}\right) \quad (3)$$

ενώ στο χρονικό σημείο t_2 από την σχέση

$$s_2 \cong \frac{2.3Q}{4\pi T} \log\left(\frac{2.25Tt_2}{r^2 S}\right) \quad (4)$$

Από τις εξισώσεις (3) και (4) συνεπάγεται ότι:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{2.3Q}{4\pi T} \log \frac{t_2}{t_1} \quad (5)$$

Εάν επιλέξουμε τους χρόνους έτσι ώστε τα t_1 και t_2 να απέχουν μεταξύ τους έναν λογαριθμικό κύκλο ($t_2 / t_1 = 10$) η (5) μετατρέπεται στην παρακάτω σχέση:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{2.3Q}{4\pi T} \quad (6)$$

ή ισοδύναμα:

$$T = \frac{2.3Q}{4\pi \Delta s} \quad (6^a)$$

Η πτώση στάθμης μπορεί να προσδιορισθεί από μετρήσεις πεδίου, ενώ η παροχή θεωρείται γνωστή: κατά συνέπεια από την (6) μπορεί να προσδιορισθεί η μεταφορικότητα.

Για τον προσδιορισμό του S ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

Θέτοντας στην (2) $s=0$ προκύπτει ότι:

$$\frac{2.3Q}{4\pi T} \log\left(\frac{2.25Tt_0}{r^2 S}\right) = 0 \quad (7)$$

Η (7) είναι ισοδύναμη με την σχέση:

$$\frac{2.25Tt_0}{r^2 S} = 1$$

Κατά συνέπεια:

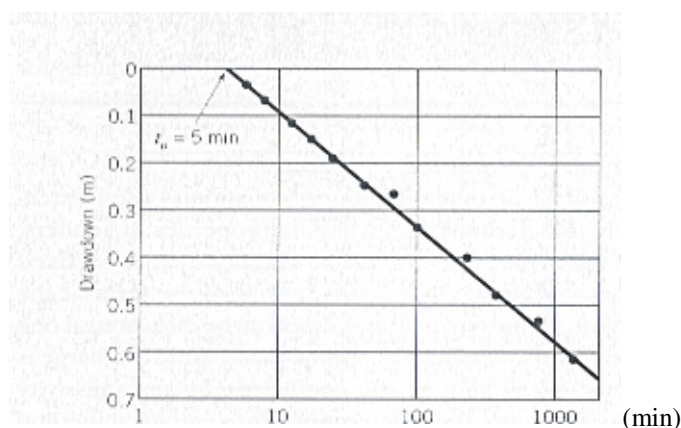
$$S = \frac{2.25Tt_0}{r^2} \quad (8)$$

όπου t_0 είναι το σημείο τομής της καμπύλης πτώσης στάθμης με τον άξονα του χρόνου, η μεταφορικότητα είναι γνωστή από το προηγούμενο υπολογιστικό βήμα, ενώ η απόσταση του πιεζόμετρου παρατήρησης r από την γεώτρηση είναι γνωστή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Το παρακάτω παράδειγμα εφαρμογής αναφέρεται στο βιβλίο «*Physical and Chemical Hydrogeology*» των P.A.Domenico και F.W. Scwartz:

Ζητείται να αξιοποιηθούν τα δεδομένα της δοκιμαστικής άντλησης του Σχήματος (1).



ΣΧΗΜΑ 1 Καταγραφή της πτώσης στάθμης σε πηγάδι παρατήρησης σε ημιλογαριθμικό χαρτί (απόσταση από το την γεώτρηση 305 m, $Q=5.43 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{d}$). Ο άξονας των x αντιστοιχεί με τον χρόνο ενώ ο άξονας των y στην πτώση στάθμης σε σχέση με το επίπεδο ηρεμίας.

ΛΥΣΗ

Από το σχήμα 1 προκύπτει ότι για $t_1 = 10$ λεπτά της ώρας $s_1 = 0.095$ m, ενώ για $t_2 = 100$ λεπτά της ώρας $s_2 = 0.335$ m.

Προκύπτει ότι για ένα λογαριθμικό κύκλο: $\Delta s = 0.24$ m

Από την (6^α) προκύπτει ότι: $T = 4.1 \cdot 10^3 \text{ m}^2 / \text{day} = 4.8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 / \text{s}$

Για $s=0$ $t_0 = 5 \text{ min}$ ∴ Αντικαθιστώντας στην (8) προκύπτει ότι:

$$S = 3.4 \cdot 10^{-4}$$

2.2.2 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΟΝΙΜΗΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΝΤΛΗΣΗ ΦΡΕΑΤΟΣ Η ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΥΔΡΟΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ

2.2.2.1 Υδρογεώτρηση σε άπειρο υδροφορέα με πεπερασμένη ακτίνα επιρροής

Σε περίπτωση άντλησης νερού από υδροφορέα «άπειρων» διαστάσεων (δηλαδή για περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν είναι αισθητή η επίδραση των ορίων), θεωρητικά η ροή δεν γίνεται ποτέ μόνιμη. Η αναλυτική λύση για την περίπτωση υδροφορέα υπό πίεση με ομοιόμορφες ιδιότητες, παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο «Υδραυλικός Υπολογισμός μη μόνιμης ροής από άντληση φρέατος».

Στην πράξη συναντάμε συχνά περιπτώσεις σταθεροποίησης της ροής μετά από ένα ορισμένο χρονικό διάστημα. Παρατηρείται δηλαδή ότι δεν παρουσιάζεται πτώση στάθμης σε αποστάσεις από την γεώτρηση μεγαλύτερες από μία ακτίνα επιρροής R . (βλέπε σχήμα 1).

Η ακτίνα αυτή μπορεί να προσδιορισθεί από εμπειρικούς τύπους ή (κατά προτίμηση) μετά από επαρκή γνώση των ιδιοτήτων του εξεταζόμενου υδροφορέα.

Για τις περιπτώσεις αυτές, κατά τις οποίες ισχύουν στον υδροφορέα οι συνθήκες ότι οι ιδιότητες του υδροφορέα μπορούν να θεωρηθούν σταθερές, η πτώση της πιεζομετρίας σε σχέση με την στάθμη ηρεμίας, s , για $r_w \leq r \leq R$, (όπου r_w η ακτίνα της γεώτρησης), δίνεται από την σχέση:

$$s = -\frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (1)$$

Για αποστάσεις από την υδρογεώτρηση μεγαλύτερες από την ακτίνα επιρροής ($r > R$) η πτώση στάθμης μπορεί να θεωρηθεί μηδενική.

Για πολλά πρακτικά προβλήματα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η πτώση στάθμης μέσα στην γεώτρηση (s_w) δίνεται από την σχέση:

$$s = -\frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r_w}{R}\right) \quad (1a)$$

όπου Q παροχή, T η μεταφορικότητα ή μεταβαστικότητα (transmissivity) και r η απόσταση από το πηγάδι ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$).

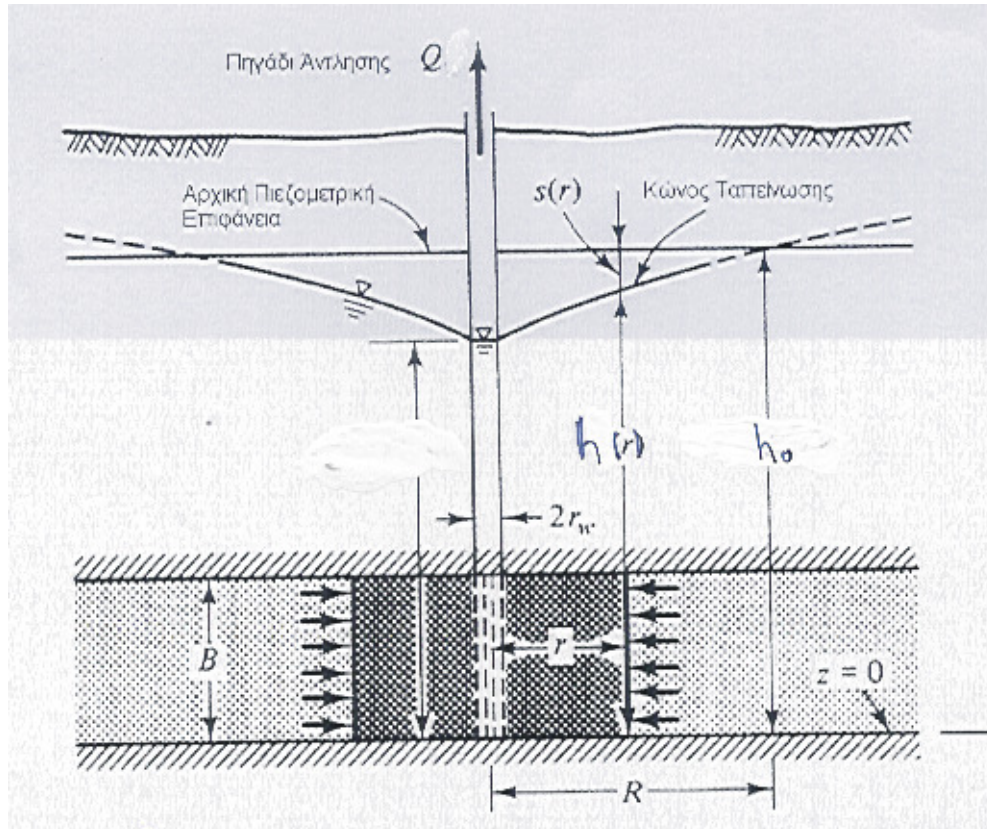
Όπως είναι γνωστό μεταφορικότητα T μπορεί να εκφραστεί και από την σχέση:

$$T = KB \quad (2)$$

Όπου K η υδραυλική αγωγιμότητα και B το πάχος του υπό πίεση υδροφορέα.

Για αποστάσεις από την υδρογεώτρηση μεγαλύτερες από την ακτίνα επιρροής ($r > R$) η πτώση στάθμης μπορεί να θεωρηθεί μηδενική

(Υπενθυμίζεται ότι η πτώση στάθμης ορίζεται από την σχέση: $s = h_0 + h(r)$, όπου h_0 είναι το σταθερό στον χώρο- ύψος της πιεζομετρίας πριν την λειτουργία της γεώτρησης –στάθμη ηρεμίας- και $h(r)$ είναι η στάθμη της πιεζομετρίας σε απόσταση r από την γεώτρηση κατά την λειτουργία της αντλητικής γεώτρησης και μετά την αποκατάσταση της μόνιμης ροής.)



Σχήμα 1: Μόνιμη ροή σε υπό πίεση υδροφορέα

Όπως είχε παρουσιαστεί στο κεφάλαιο «Υδραυλικός Υπολογισμός μη μόνιμης ροής από άντληση φρέατος» η διαφορική εξίσωση για την πτώση στάθμης r είναι η:

$$S \frac{\partial s}{\partial t} = T \left[\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right] \quad (3)$$

Για την περίπτωση μόνιμης ροής την οποία εξετάζουμε σε αυτό το κεφάλαιο η εξίσωση (2) μετατρέπεται στην παρακάτω μορφή:

$$\left[\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} \right] = 0 \quad (4)$$

είναι προφανές ότι εξίσωση (1) ικανοποιεί την εξίσωση (4) όπως επίσης και την συνθήκη:

$$s = 0 \text{ για } r=R.$$

Εμπειρικές σχέσεις για τον προσδιορισμό της ακτίνας επιρροής R αναφέρονται μεταξύ άλλων στον Bear (1979), π. χ.:

$$R = 3000s_w K^{1/2}$$

Στην παραπάνω εξίσωση οι διαστάσεις της ακτίνας επιρροής και της πτώσης στάθμης στην γεώτρηση είναι μέτρα $[m]$, ενώ της υδραυλικής αγωγιμότητας είναι $[m/s]$.

2.2.2.2 Υπολογισμός της υδραυλικής συμπεριφοράς συστήματος υδρογεωτρήσεων

Εφόσον η διαφορική εξίσωση (4) είναι γραμμική, ισχύει για τις λύσεις της η αρχή της επαλληλίας και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη λύση της (εξίσωση 1) για να μελετήσουμε πιο σύνθετες προβλήματα.

Μία τέτοια περίπτωση είναι όταν έχουμε δύο υδρογεωτρήσεις σε απόσταση L μεταξύ τους ($L=2b$).

Σύμφωνα με την αρχή ης επαλληλίας (superposition principle) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (2) για να υπολογίσουμε την πτώση στάθμης σε τυχόν σημείο Σ του υδροφορέα από την πρώτη γεώτρηση και στην συνέχεια να χρησιμοποιήσουμε την ίδια εξίσωση για να υπολογίσουμε την πτώση στάθμης η οποία προκαλείται από την δεύτερη γεώτρηση. Η πραγματική πτώση στάθμης στο σημείο Σ προκύπτει από το άθροισμα των δύο παραπάνω μεγεθών.

Θεωρούμε ότι η γεώτρηση 1 βρίσκεται στο σημείο $y=0, x=-b$ ενώ η γεώτρηση 2 στο σημείο $y=0, x=b$.

Έστω x, y οι συντεταγμένες του σημείου Σ .

Η απόσταση του σημείου Σ από την πρώτη γεώτρηση δίνεται από την σχέση:

$$r_1 = \sqrt{(x+b)^2 + y^2} \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας την (5) στην (1) προκύπτει ότι επίδραση την πρώτης γεώτρησης στο σημείο Σ αντιστοιχεί σε μία ταπείνωση του πιεζομετρικού φορτίου κατά:

$$s_1 = -\frac{Q_1}{2\pi T} \ln \left(\frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R} \right) \quad (6)$$

όπου Q_1 η παροχή η οποία αντλείται από την πρώτη γεώτρηση.

Αντίστοιχα η απόσταση του σημείου Σ από την δεύτερη γεώτρηση δίνεται από την σχέση:

$$r_2 = \sqrt{(x-b)^2 + y^2} \quad (7)$$

Κατά συνέπεια η πτώση στάθμης στο σημείο Σ από την δεύτερη γεώτρηση δίνεται από την εξίσωση:

$$s_2 = -\frac{Q_2}{2\pi T} \ln\left(\frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}\right) \quad (8)$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η πραγματική πτώση στάθμης στο σημείο Σ προκύπτει από το άθροισμα της επίδρασης των δύο υδρογεωτρήσεων:

$$s = s_1 + s_2 = -\frac{1}{2\pi T} \left[Q_1 \ln\left(\frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R}\right) + Q_2 \ln\left(\frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}\right) \right] \quad (9)$$

Η εξίσωση (9) ισχύει για την περίπτωση $b \ll R$

2.2.2.3. Η μέθοδος των εικόνων

2.2.2.3.1 Υδραυλική συμπεριφορά ημίαιπυρου υδροφορέα με αδιαπέρατο όριο και μία γεώτρηση

Θεωρούμε την περίπτωση κατά την οποία η παροχή η οποία αντλείται από τις δύο γεωτρήσεις είναι ίση: $Q = Q_1 = Q_2$.

Η πτώση στάθμης δίνεται λοιπόν από την σχέση:

$$s = -\frac{Q}{2\pi T} \left[\ln\left(\frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}\right) \right] \quad (10)$$

Αν παραγωγίσουμε την (10) κατά την x προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = -\frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{x-b}{(x-b)^2 + y^2} + \frac{x+b}{(x+b)^2 + y^2} \right] \quad (11)$$

Από την (11) προκύπτει ότι για $x=0$, $\frac{\partial s}{\partial x} = 0$.

Παίρνοντας υπόψη μας ότι

A) τον αρχικό ορισμό της πτώσης στάθμης $h(x, y) = h_0 + s(x, y)$

B) τον νόμο του Darcy $\vec{q} = -K\nabla h$

$$\text{Προκύπτει ότι } q_x(x=0, y) = -K \frac{\partial h(x=0, y)}{\partial x} = K \frac{\partial s(x=0, y)}{\partial x} = 0$$

Κατά συνέπεια ο άξονας των y μπορεί να θεωρηθεί αδιαπέρατο όριο.

Το σύστημα του άπειρου υδροφορέα με δύο πηγάδια είναι υδραυλικά ισοδύναμο με έναν ημιάπειρο υδροφορέα στον οποίο υπάρχει μόνο ένα πηγάδι και ο άξονας των y .

Εάν θεωρήσουμε έναν υδροφορέα ημιάπειρης έκτασης ο οποίος ορίζεται για $x > 0$ στον οποίο το κέντρο της υδρογεώτρησης βρίσκεται στο σημείο $x=0, y=b$, στον ο άξονας y μπορεί να θεωρηθεί αδιαπέρατο όριο, είναι προφανές ότι η (10) έχει νόημα μόνο για θετικές τιμές των x . Στην περίπτωση αυτή δεύτερη γεώτρηση στο σημείο $x=0, y=b$, μπορεί να θεωρηθεί σαν τον είδωλο (ή εικόνα) της πραγματικής γεώτρησης σε ένα υποθετικό καθρέφτη ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα των y .

2.2.2.3.2 Υδραυλική συμπεριφορά ημιάπειρου υδροφορέα με όριο σταθερού φορτίου και μία γεώτρηση-υδραυλική συμπεριφορά δίπολου

Στο κείμενο αυτό γίνεται η σύμβαση ότι σε περίπτωση άντλησης από υδροφορέα το πρόσημο της παροχής είναι θετικό.

Είναι συνεπές λοιπόν να θεωρήσουμε ότι σε περίπτωση εμπλουτισμού του υδροφορέα από γεώτρηση φόρτισης η παροχή πρέπει να θεωρηθεί αρνητική. Για τον υπολογισμό λοιπόν της στάθμης στον υδροφορέα μετά από μία διεργασία εμπλουτισμού και υπό τις υποθέσεις που έγιναν παραπάνω, αρκεί να προσθέσουμε στην στάθμη ηρεμίας την ανύψωση που υπολογίζουμε με την βοήθεια της εξίσωσης (1).

Ας υποθέσουμε τώρα ότι θεωρούμε έναν υδροφορέα άπειρης έκτασης στον οποίο υπάρχει το εξής «δίπολο»: ένα πηγάδι αντλεί μία παροχή Q και ένα δεύτερο σε απόσταση $2b$ από το πρώτο επαναφορτίζει την αντλούμενη παροχή στον υδροφορέα.

Η παραπάνω διεργασία μπορεί να αντιστοιχεί στα παρακάτω πρακτικά προβλήματα:

- 1) Μέθοδος «άντλησης επεξεργασίας» (“*pump and treat method*”) υδροφορέα ο οποίος έχει υποστεί ρύπανση: Κατά την μέθοδο αυτή αντλείται μολυσμένο η ρυπασμένο νερό από υδροφορέα επεξεργάζεται στην επιφάνεια και στην συνέχεια διοχετεύεται και πάλι στον υδροφορέα.
- 2) Γεωθερμικό δίπολο: Από γεωθερμικό πεδίο αντλείται ποσότητα νερού, από το οποίο αφαιρούμε στην επιφάνεια μέρος της θερμότητας με εναλλάκτες. Στην

συνέχεια διοχετεύουμε το νερό και πάλι στον υδροφορέα (για να διατηρήσουμε την πίεση του σταθερή. Προφανώς οι εξισώσεις που θα παρουσιαστούν στο κεφάλαιο αυτό αποτελούν μία πρώτη προσέγγιση του γεωθερμικού διπόλου, αφού δεν λαμβάνουμε υπόψη μας την επίδραση των μεταβολών της θερμοκρασίας στην υδραυλική συμπεριφορά του υδροφορέα.

Για να εξετάσουμε (έστω και σχηματικά) το παραπάνω πρόβλημα με τα «εργαλεία» που αναπτύξαμε, θεωρούμε και πάλι την εξίσωση (9) όπου θέτουμε $Q_1 = -Q$, $Q_2 = Q$. (Θεωρούμε λοιπόν ότι στο σημείο $x=0$, $y=b$, έχουμε αντλητική γεώτρηση ενώ στο σημείο $x=0$, $y=-b$ γεώτρηση εμπλουτισμού).

Η πτώση της πιεζομετρίας σε τυχόν σημείο του υδροφορέα προκύπτει από την σχέση:

$$s = -\frac{Q}{2\pi T} \left[-\ln\left(\frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}\right) \right] \quad (12)$$

όπου εξίσωση (12) ισχύει για την περίπτωση $b \ll R$

ή ισοδύναμα:

$$s = -\frac{Q}{2\pi T} \left[\ln\left(\frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}\right) \right] \quad (12a)$$

Μια ενδιαφέρουσα (και πολύ ευχάριστη) ιδιότητα της εξίσωσης (12a) είναι ότι η πτώση στάθμης δεν εξαρτάται από την ακτίνα επιρροής R .

Μία δεύτερη ενδιαφέρουσα ιδιότητα είναι ότι για $x=0$ η πτώση στάθμης είναι μηδενική.

Κατά συνέπεια οι εξισώσεις (12) και (12^a) περιγράφουν επίσης την υδραυλική συμπεριφορά σε έναν υδροφορέα ημιάπειρου μήκους στον οποίο υπάρχει μία αντλητική γεώτρηση και ο άξονας y αντιστοιχεί σε όριο σταθερού φορτίου (λίμνη, ποταμός).

2.2.3 ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΝΤΛΗΣΗΣ ΑΠΟ ΥΔΡΟΦΟΡΕΑ ΜΕ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

Με την βοήθεια της μεθόδου της επαλληλίας έχει μελετηθεί επίσης η περίπτωση άντλησης από ομοιογενή υδροφορέα ο οποίος δεν βρισκόταν αρχικά σε ηρεμία αλλά στον οποίο λάμβανε χώρα πριν την άντληση ομοιόμορφη ροή με ταχύτητα Darcy q_0 .

Η πιο απλή περίπτωση είναι να μελετήσουμε την περίπτωση για την οποία αντλούμε νερό με σταθερή παροχή Q_w και εξετάζουμε την ροή, η οποία θεωρείται οριζόντια, αρκετό χρόνο μετά την έναρξη της άντλησης ώστε να έχει αποκατασταθεί η μόνιμη ροή.

Θεωρούμε για λόγους ευκολίας ότι η αντλητική γεώτρηση είναι τοποθετημένη στην αρχή των αξόνων, ότι η ομοιόμορφη ροή είναι παράλληλη στον άξονα των x και ότι η ομοιόμορφη ροή λαμβάνει χώρα κατά την αρνητική διεύθυνση των x .

Το πιεζομετρικό φορτίο h και η ροϊκή συνάρτηση ψ αντίστοιχα δίνονται από τις σχέσεις;

$$h = \frac{q_0 B}{T} x + \frac{Q_w}{2\pi T} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) + h_0$$

$$\psi = -q_0 y - \frac{Q_w}{2\pi B} \operatorname{arctg}\left[\frac{y}{x}\right]$$

όπου B το πάχος του υδροφορέα, T η μεταφορικότητα (ή μεταβιβαστικότητα) Q_w η παροχή άντλησης r_w η ακτίνα του πηγαδιού, r η απόσταση από το πηγάδι και h_0 μία κατάλληλη πιεζομετρική τιμή αναφοράς

Για τις περιπτώσεις κατά τις οποίες τα πηγάδι μπορεί να θεωρηθεί σαν «σημείο» μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω σχέση για την πιεζομετρία:

$$h = \frac{q_0 B}{T} x + \frac{Q_w}{4\pi T} \ln(x^2 + y^2) + h_0$$

Δύο σημαντικές ιδιότητες του παραπάνω προβλήματος είναι η ύπαρξη «υδροκρίτη» και «στάσιμου» σημείου. (Βλέπε σχήμα 1)

Ο υδροκρίτης αντιπροσωπεύει ένα σύνορο με την εξής ιδιότητα: ένα σωματίδιο νερού που θα ξεκινήσει πέρα από τα όρια του δεν θα καταλήξει ποτέ στην αντλητική υδρογεώτρηση. Αντίθετα αν ξεκινήσει μέσα από τα όρια του υδροκρίτη κάποια στιγμή θα καταλήξει μέσα στην αντλητική γεώτρηση.

Μία σημαντική εφαρμογή της παραπάνω ιδιότητας σχετίζεται με τον προσδιορισμό των ζωνών προστασίας: για περιοχές οι οποίες βρίσκονται έξω από τον προαναφερόμενο υδροκρίτη μίας ορισμένης υδρογεώτρησης, δεν είναι αναγκαίο κατά κανόνα να ληφθούν μέτρα προστασίας.

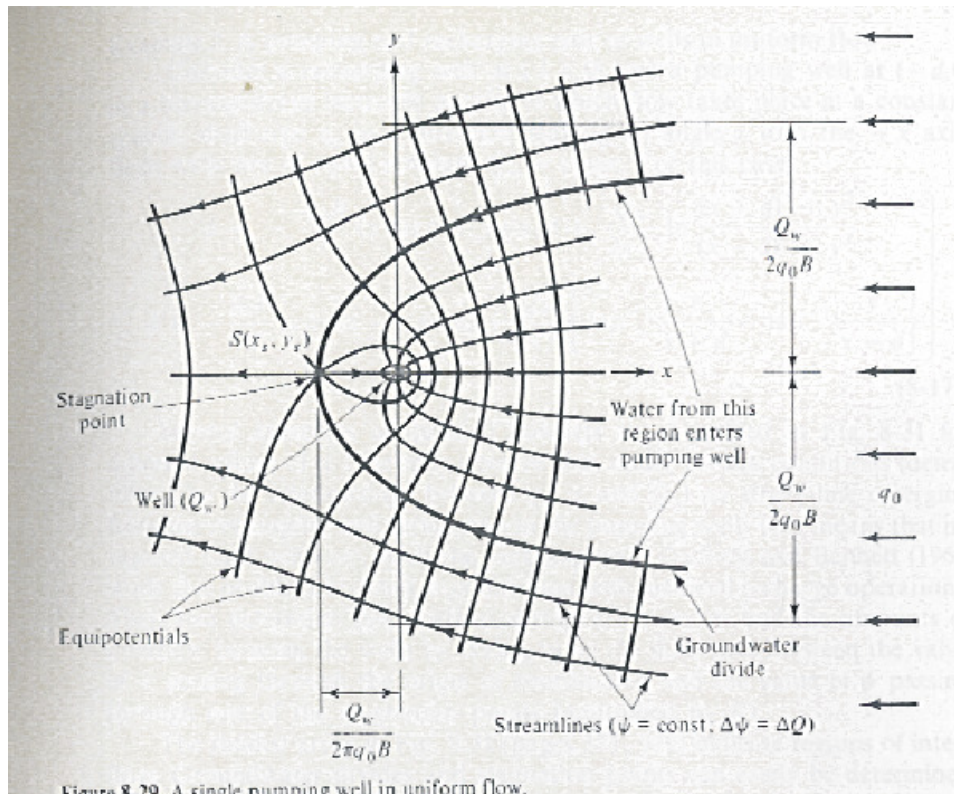
Οι συντεταγμένες της γραμμής ροής η οποία ταυτίζεται με τον προαναφερόμενο υδροκρίτη ικανοποιούν την σχέση:

$$y/x = \pm \text{tg}(2\pi q_0 B y / Q_w)$$

το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί στις θετικές τιμές του y ενώ το αρνητικό στις αρνητικές τιμές του y

Το στάσιμο σημείο στο οποίο λόγω της υπέρθεσης της επίδρασης του πηγαδιού στην ομοιόμορφη ροή οι συνιστώσες της ταχύτητας μηδενίζονται, έχει συντεταγμένες:

$$x_s = -\frac{Q_w}{2\pi T q_0}, \quad y_s = 0$$



Σχήμα 1 Αντλητική γεώτρηση σε υδροφορέα με ομοιόμορφη ροή (Bear, 1979)

Για την περίπτωση που εξετάζουμε το ίδιο πρόβλημα αλλά δεν έχει αποκατασταθεί η μόνιμη ροή το πιεζομετρικό φορτίο μπορεί να υπολογισθεί από την σχέση:

$$h = \frac{q_0 B}{T} x + \frac{Q_w}{4\pi T} W(u) + h_0$$

όπου $W(u)$ η συνάρτηση πηγαδιού η οποία είχε εισαχθεί σε προηγούμενη παράδοση.

2.3 ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

2.3.1 ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΜΗ ΣΥΜΒΑΤΙΚΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

Η συμβατική προσέγγιση της υπόγειας υδραυλικής δεν ισχύει για έναν σημαντικό αριθμό περιπτώσεων. Θα παρουσιαστών σύντομα ορισμένες «εναλλακτικές» προσεγγίσεις.

2.3.2. ΜΟΝΤΕΛΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ

2.3.2.1 Προσομοίωση συστημάτων μακριά από την υδραυλική ισορροπία: μοντέλα πολλαπλής διαπερατότητας -πολλαπλού πορώδους

Για την περίπτωση των ρωγματομένων υδροφορέων λόγω της ύπαρξης δύο ή περισσότερων ομάδων (\tilde{n}) από πόρους (πρωτογενές πορώδες, διαφορετικές οικογένειες από ρωγμές, κλπ.) ακόμα και αν ισχύουν οι υποθέσεις του ισοδύναμου συνεχούς, το σύστημα ενδεχομένως να μην βρίσκεται σε υδραυλική ισορροπία. Στην περίπτωση αυτή στο ίδιο σημείο στον χώρο (στο ίδιο Α.Σ.Ο.) αντιστοιχούν \tilde{n} τιμές του πιεζομετρικού φορτίου (και \tilde{n} ταχύτητες, ενδεχομένως \tilde{n} τιμές της συγκέντρωσης σε περίπτωση ρύπανσης κλπ).

Για την περίπτωση οριζόντιας έρπουσας ροής η υδραυλική συμπεριφορά ενός υδροφορέα πολλαπλής διαπερατότητας/μεταφορικότητας μπορεί να περιγραφεί (χρησιμοποιώντας τον νόμο του Νταρσύ για κάθε ισοδύναμο συνεχές μέσο σε συνδυασμό με την εξίσωση της διατήρησης της μάζας) από το παρακάτω σύστημα:

$$S_i \frac{\partial h_i}{\partial t} - \nabla' \cdot (T_i \cdot \nabla' h_i) = \sum_{j=1, \tilde{n}}^{j \neq i} \kappa_{i,j} (h_j - h_i), \quad i = 1, \dots, \tilde{n} \quad (1)$$

όπου ο δείκτης i μας δείχνει την «ταυτότητα» του «ισοδύναμου συνεχούς μέσου», h_i , T_i , $\kappa_{i,j}$ είναι το πιεζομετρικό φορτίο, η μεταφορικότητα και η αποθηκευτικότητα του μέσου i αντίστοιχα. Ο συντελεστής $\kappa_{i,j}$ είναι ένα μέτρο για την ανταλλαγή ρευστού ανάμεσα στα μέσα i και j ενώ το σύμβολο ∇' αντιστοιχεί στον τελεστή Nabla σε δύο διαστάσεις.

Για την προσομοίωση των εσωτερικών ανταλλαγών ρευστού στο εσωτερικό ενός Α.Σ.Ο. κάναμε την υπόθεση της τοπικά «σχεδόν μόνιμης κατάστασης» (quasi steady state).

Προφανώς μετά την επίλυση του συστήματος εξισώσεων (1), μπορεί να προσδιοριστεί το πεδίο ταχυτήτων νταρσύ \bar{q} για κάθε ισοδύναμο συνεχές (και την περίπτωση ισότροπου τανυστή μεταφορικότητας) από τις εξισώσεις:

$$\bar{q}_i = -T_i \cdot \nabla' h_i, \quad i = 1, \dots, \tilde{n} \quad (2)$$

Για την περίπτωση όπου $\tilde{n} = 2$ (π.χ. την συνύπαρξη ρωγμών και πρωτογενούς πορώδους), και την περίπτωση ισότροπου η εξίσωση (1) γράφεται:

$$S_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} - T_1 \left(\frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} \right) = \kappa(h_2 - h_1) \quad (3a)$$

$$S_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} - T_2 \left(\frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_2}{\partial y^2} \right) = \kappa(h_1 - h_2) \quad (3b)$$

στις παραπάνω σχέσεις ο δείκτης 1 αντιστοιχεί στις ρωγμές και ο δείκτης 2 στο πρωτογενές πορώδες.

Επειδή πολύ συχνά η διαπερατότητα (και η μεταφορικότητα) των ρωγμών είναι πολύ μεγαλύτερη από την διαπερατότητα του πρωτογενούς πορώδους το παραπάνω σύστημα μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$S_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} - T_1 \left(\frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} \right) = \kappa(h_2 - h_1) \quad (4a)$$

$$S_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} = \kappa(h_1 - h_2) \quad (4b)$$

Στην περίπτωση αυτή αναφερόμαστε στο μοντέλο διπλού πορώδους επειδή ενώ εμφανίζεται μόνο μία μεταφορικότητα το μαθηματικό ομοίωμα αφορά δύο ισοδύναμα συνεχή μέσα.

2.3.2.2 Μαθηματικά μοντέλα για αδρανειακές ροές σε πορώδη μέσα

Για μεγάλες ταχύτητες οι όροι αδράνειας στην εξίσωση Navier Stokes, η οποία περιγράφει την ροή στην κλίμακα των πόρων δεν μπορούν να παραληφθούν και κατά συνέπεια δεν ισχύει ο νόμος του Νταρσύ στην κλίμακα του ισοδύναμου συνεχούς.

Η παραπάνω περίπτωση εμφανίζεται συχνά στην πράξη στην περίπτωση χονδρόκοκκων χαλαρών γεωλογικών σχηματισμών ή ρωγματωμένων υδροφορέων με μεγάλο εύρος διακένων.

Για την περίπτωση ισχύος της προσέγγισης του ισοδύναμου συνεχούς μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο ο νόμος του Forchheimer αλλά και ο νόμος του Izbah.

Ο νόμος του Forchheimer γράφεται:

$$-\nabla h = a\vec{q} + b\vec{q}|\vec{q}|$$

Για την περίπτωση μονοδιάστατης ροής η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$-\frac{\partial h}{\partial x} = aq + bq|q|$$

Για την περίπτωση μονοδιάστατης ροής με την πρόσθετη προϋπόθεση ότι αυτή λαμβάνει χώρα κατά την θετική φορά του άξονα των x ο νόμος του Izbah γράφεται:

$$-\frac{\partial h}{\partial x} = \lambda q^m$$

όσο αφορά την παραπάνω εξίσωση Izbash είναι προφανές ότι για την περίπτωση της έρπουσας ροής $m = 1$ και $\lambda = a$, ενώ για την περίπτωση πλήρως τυρβώδους ροής $m \rightarrow 2$ και $\lambda \rightarrow b$.

2.3.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΡΩΓΜΩΝ

Στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχει μόνο ένας περιορισμένος αριθμός ρωγμών στον υδροφορέα δεν ισχύει η προσέγγιση του ισοδύναμου συνεχούς αλλά πρέπει να προσομοιωθεί η ροή σε κάθε ρωγή χωριστά.

Για χαμηλές ταχύτητες και την περίπτωση της έρπουσας ροής ισχύει ένας γραμμικός νόμος τύπου Darcy. Μία απόδειξη είχε παρουσιαστεί στην παράδοση της Ρευστομηχανικής «ροή ανάμεσα σε δύο παράλληλες πλάκες». Προφανώς όσο αφορά τους πραγματικούς γεωλογικούς σχηματισμούς τα στερεά όρια δεν είναι παράλληλα. Συχνά παρουσιάζουν κυματοειδείς δομές, ή αυξημένη τραχύτητα κλπ. Κατά συνέπεια ενώ ισχύει συχνά στην πράξη ο προαναφερθείς «γραμμικός νόμος» τύπου Νταρσύ, η υδραυλική αγωγιμότητα είναι πολύ μικρότερη από όσο προβλέπει η ακαδημαϊκή γραμμική λύση. Παρόλα αυτά η τελευταία είναι χρήσιμη επειδή δίνει ενδείξεις για την ποιοτική συμπεριφορά του προβλήματος. Ο κυβικός νόμος (αναφορά ανάμεσα στην σχέση της παροχής και του ύψους της ρωγμής) αναφέρεται συχνά στην σχετική βιβλιογραφία όπου όμως χρησιμοποιείται ένα ισοδύναμο ύψος ρωγμής.

Ο προσδιορισμός των συνθηκών για τις οποίες παρουσιάζονται αποκλίσεις από τον γραμμικό νόμο (λόγω της επίδρασης των νόμων αδρανείας) είναι ένα επίκαιρο ερευνητικό θέμα. Για την περίπτωση αυτή προτείνεται η χρήση του νόμου Forchheimer ή του νόμου Izbash.

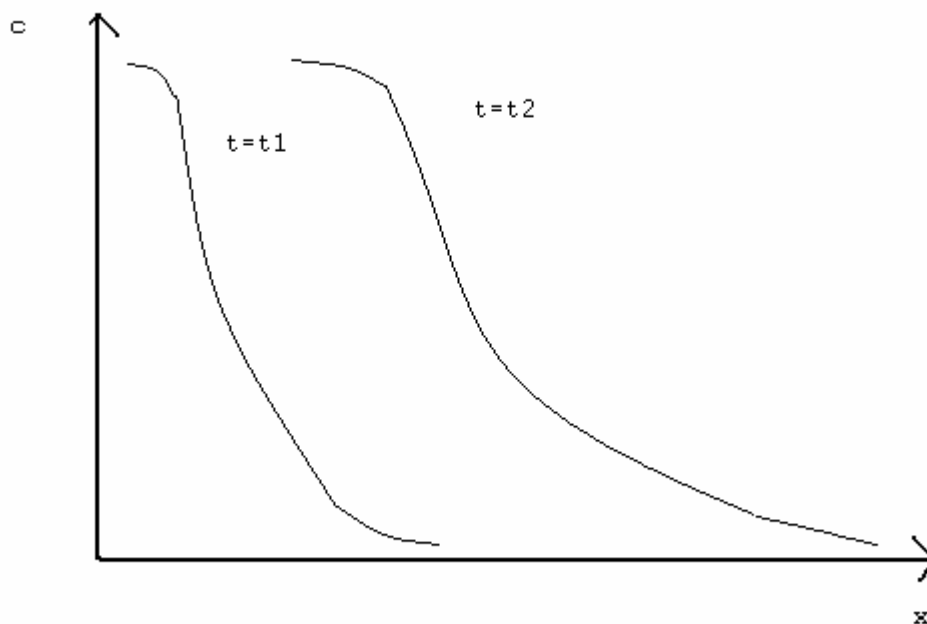
Στην πράξη συχνά λαμβάνει επίσης ροή στο πορώδες μπλοκ ανάμεσα στις ρωγμές. Λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας ροής χρησιμοποιείται συχνά η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.

3. ΚΙΝΗΣΗ ΝΕΡΟΥ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΕ ΠΟΡΩΣΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

3.1 ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΕ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

3.1.1. ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Οι βασικοί μηχανισμοί μεταφοράς ενός συντηρητικού ρυπαντή είναι η συναγωγή, μηχανισμός που μεταφράζει ότι ο ρυπαντής αυτός συμπαρασύρεται από τη ροή και η διασπορά που εκφράζει το γεγονός ότι το μέτωπο του ρυπαντή απλώνεται στον χώρο για διαδοχικά χρονικά σημεία.



Σχήμα 1 Αναπαράσταση μονοδιάστατης διασποράς μετώπου. Παρουσιάζονται δύο καμπύλες συγκέντρωσης. Το εύρος του μετώπου αυξάνεται όσο προχωράει ο χρόνος ($t_1 > t_2$)

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στο φαινόμενο της διασποράς ρυπαντών ή άλλων χημικών ουσιών στα κορεσμένα πορώδη μέσα στα οποία λαμβάνει χώρα μονοφασική ροή. Όπως και για την περίπτωση των ροών θα επικεντρωθούμε σε μία μακροσκοπική περιγραφή του φαινομένου.

Η «μακροσκοπική» αυτή περιγραφή προϋποθέτει μία διαδικασία ομογενοποίησης.

Τα πρώτα μοντέλα προσομοίωσης χρησιμοποιούσαν για τη μαθηματική περιγραφή του φαινομένου της ρύπανσης τον φορμαλισμό της μοριακής διάχυσης σε ένα ομογενές μέσο (εξίσωση 1):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1\alpha)$$

και για την περίπτωση που το φαινόμενο λαμβάνει χώρα σε περισσότερες από μία διαστάσεις η εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D^* \nabla^2 c \quad (1\beta)$$

Για περιπτώσεις κατά τις οποίες ο συντελεστής διάχυσης δεν είναι σταθερός σε όλον τον χώρο, η εξίσωση (1β) γράφεται ως εξής:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (\vec{D}^* \cdot \nabla c) \quad (1\gamma)$$

Για την απόδειξη της εξίσωσης (1) χρησιμοποιούμε την υπόθεση ότι ροή της συγκέντρωσης λόγω διάχυσης είναι γραμμική συνάρτηση της κλίσης της συγκέντρωσης: $q_D = -D\nabla c$, και παίρνουμε στην συνέχεια υπόψη μας το ισοζύγιο της μάζας σε έναν στοιχειώδη όγκο. Η παραπάνω παραδοχή αποτελεί το μοντέλο του Fick ή η φικιανή προσέγγιση. Σε περίπτωση που ισχύει η παραπάνω προσέγγιση, το φαινόμενο της διασποράς αποκαλείται κανονικό ή γκαουσιανό.

Παίρνοντας υπόψη μας και την ροή μάζας λόγω συναγωγής, $q_c = \bar{v}c$, όπου \bar{v} η ταχύτητα του μετώπου, προκύπτει η εξίσωση 2.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla(\bar{v}c) = \nabla \cdot (\vec{D}^* \cdot \nabla c) \quad (2^a)$$

για την περίπτωση μονοδιάστατου φαινομένου, σταθερής ταχύτητας μετώπου και συντελεστή διασποράς η εξίσωση (2^a) γράφεται με την πιο απλή μορφή:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = D^* \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2\beta)$$

Είναι προφανές ότι οι εξισώσεις (1) και (2) ισχύουν στην κλίμακα του συνεχούς. Όσο αφορά την κλίμακα του ισοδύναμου συνεχούς αποτελούν καταρχάς υποθέσεις εργασίας των οποίων η ισχύς θα εξεταστεί στην συνέχεια.

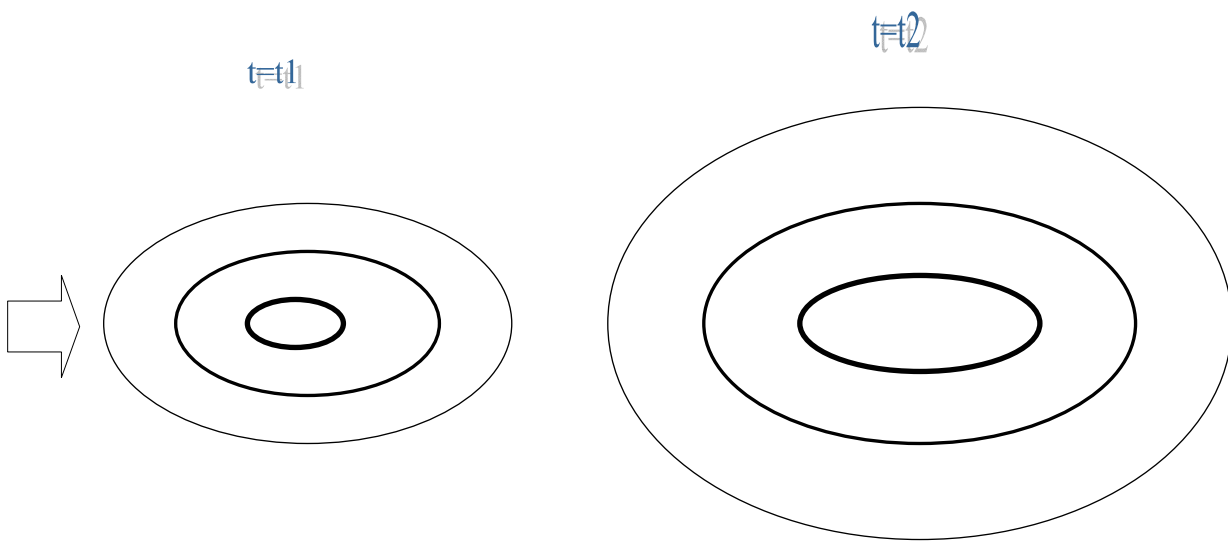
Πειραματικά δεδομένα, κυρίως από δείγματα στην κλίμακα του εργαστηρίου, υποδεικνύουν ότι για πολλές περιπτώσεις ο συντελεστής διασποράς στα πορώδη μέσα εξαρτάται από το πεδίο ταχύτητας.

Για τον λόγω αυτό συχνά συντελεστής διασποράς στα πορώδη μέσα εκφράζεται συχνά με την σχέση:

$$D^* = D_0^* + D_v^* \quad (3)$$

όπου D_0^* είναι ο συντελεστής διασποράς στο πορώδες μέσο αν το ρευστό είναι ακίνητο και D_v^* η προσαύξηση της διασποράς η οποία έχει προκληθεί από το πεδίο ταχύτητας.

Για πολλά πρακτικά προβλήματα, όταν οι συντελεστές διασποράς εξαρτώνται από το πεδίο ταχύτητας η εξάπλωση του ρυπαντή κατά την διεύθυνση του πεδίου ταχύτητας είναι μεγαλύτερη απ' ότι εγκάρσια (Βλέπε σχήμα 2) Το γεγονός αυτό μεταφράζεται μαθηματικά με την έκφραση $D_L^* > D_T^*$.



Σχήμα 2: Αναπαράσταση δισδιάστατης διασποράς μετώπου. Μεταβολή της συγκέντρωσης συναρτήσει του χρόνου. Το βέλος δείχνει την διεύθυνση της ροής. Το εύρος του μετώπου αυξάνει όσο προχωράει ο χρόνος ($t_1 > t_2$).

Για την περίπτωση στιγμιαίας εισαγωγής ενός ρυπαντή σε έναν υδροφορέα στο χρονικό σημείο $t=0$ και μονοδιάστατου φαινομένου και για περίπτωση κατά την οποία οι αρχικές συνθήκες μπορούν να γραφούν $c=0$ για $t < 0$, οι οριακές για $x=0$ $c = \bar{c}_0$ για $t=0$ και $c=0$ για $t \neq 0$ ενώ για $x \rightarrow \infty$ ισχύει $c=0$ για όλους τους χρόνους η λύση της (2β) είναι η παρακάτω:

$$c(x,t) = \frac{\bar{c}_0}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4Dt}\right] \quad (4)$$

Για ένα δεδομένο χρονικό σημείο, η εξίσωση (4) περιγράφει μία καμπύλη σε μορφή καμπάνας και έχει την ίδια μαθηματική δομή με την συνάρτηση κατανομής πιθανοτήτων Gauss ή κανονική κατανομή: Η τεταγμένη του μέσου όρου ισούται με: $\bar{x} = vt$, ενώ η τυπική απόκλιση ισούται με $\sigma = \sqrt{2Dt}$. Οι παραπάνω ιδιότητες αποτελούν την βάση για την

επίλυση της εξίσωσης συναγωγής-διασποράς (advection-dispersion equation) με την μέθοδο Random Walk.

Για την περίπτωση που την στιγμή $t=0$ έχουμε στην αρχή των συντεταγμένων άνοδο της συγκέντρωσης κατά \bar{c}_0 (εισαγωγή σκαλοπατιού) και το μέσο μπορεί να θεωρηθεί ημίαιμο, περίπτωση κατά την οποία οι αρχικές συνθήκες γράφονται $c=0$ για $t<0$, οι οριακές για $x=0$ $c = \bar{c}_0$ για $t \geq 0$ ενώ για $x \rightarrow \infty$ ισχύει $c=0$ για όλους τους χρόνους η λύση της (2β) είναι η παρακάτω:

$$\frac{c}{\bar{c}_0} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left(\frac{vx}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x+vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right\} \quad (5a)$$

για τα περισσότερα προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος ο δεύτερος όρος της δεξιάς πλευράς μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος. Κατά συνέπεια:

$$\frac{c}{\bar{c}_0} \cong \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erfc} \left(\frac{x-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right\} \quad (5b)$$

όπου erfc η συμπληρωματική συνάρτηση λάθους (complementary error function):

$$\operatorname{erfc}[x] = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp[-\omega^2] d\omega.$$

Αν η προσρόφηση του ρυπαντή από τον στερεό σκελετό δεν είναι αμελητέα, η εξίσωση (2) γράφεται:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla(\bar{v}c) = \nabla \cdot (\bar{D}^* \cdot \nabla c)$$

όπου R ο συντελεστής προσρόφησης ($R \leq 1$) ο οποίος ισούται με το κλάσμα της μάζας που είναι διαλυμένο στο υγρό προς τη συνολική μάζα στον υδροφορέα.

3.1.2 ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΤΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ ΤΟΥ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ

Τα πορώδη μέσα τα οποία «κατασκευάζονται» στο εργαστήριο είναι (κατά κανόνα) στατιστικά ομογενή, δηλαδή αποτελούνται από κόκκους ίδιου σχήματος και μεγέθους, ενώ τα μακροσκοπικά γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά (και κατά συνέπεια η διαπερατότητα τους), δεν μεταβάλλονται στον χώρο. Οι χαρακτηριστικές διαστάσεις των δειγμάτων αυτών σπάνια ξεπερνάν το ένα μέτρο. Δεδομένου ότι στο πεδίο κατά κανόνα όσο αφορά αποστάσεις της τάξης μεγέθους ενός μέτρου, οι υδροφορείς έχουν αντίστοιχες ιδιότητες, φαινόμενα τα οποία λαμβάνουν χώρα στην κλίμακα αυτή ονομάζονται «φαινόμενα της κλίμακας του εργαστηρίου». Η διασπορά σε αυτήν την περίπτωση εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του στερεού σκελετού.

Ο αδιάστατος αριθμός ο οποίος χαρακτηρίζει τα φαινόμενα στην κλίμακα αυτή είναι ο αριθμός Peclet (Pe):

$$Pe = \frac{vL}{D_m}$$

όπου v η χαρακτηριστική μακροσκοπική ταχύτητα του μετώπου, L ένα χαρακτηριστικό μήκος, και D_m ο συντελεστής μοριακής διάχυσης. Για κόκκους σφαιρικού σχήματος χρησιμοποιούμε σαν χαρακτηριστικό μήκος την ακτίνα ή την διάμετρο κόκκων.

Ο αριθμός Peclet είναι ο λόγος του χαρακτηριστικού χρόνου που διανύει ένα ιδεατό σωματίδιο ιχνηθέτη λόγω μηχανισμών μοριακής διάχυσης, προς τον χαρακτηριστικό χρόνο που διανύει το ίδιο σωματίδιο λόγω μηχανισμών συναγωγής.

Πειραματικά αποτελέσματα και θεωρητικές αναλύσεις υποδεικνύουν ότι:

Για $Pe \ll 1$, $D_0^* \gg D_v^*$

Για $Pe \gg 1$, $D_v^* \gg D_0^*$

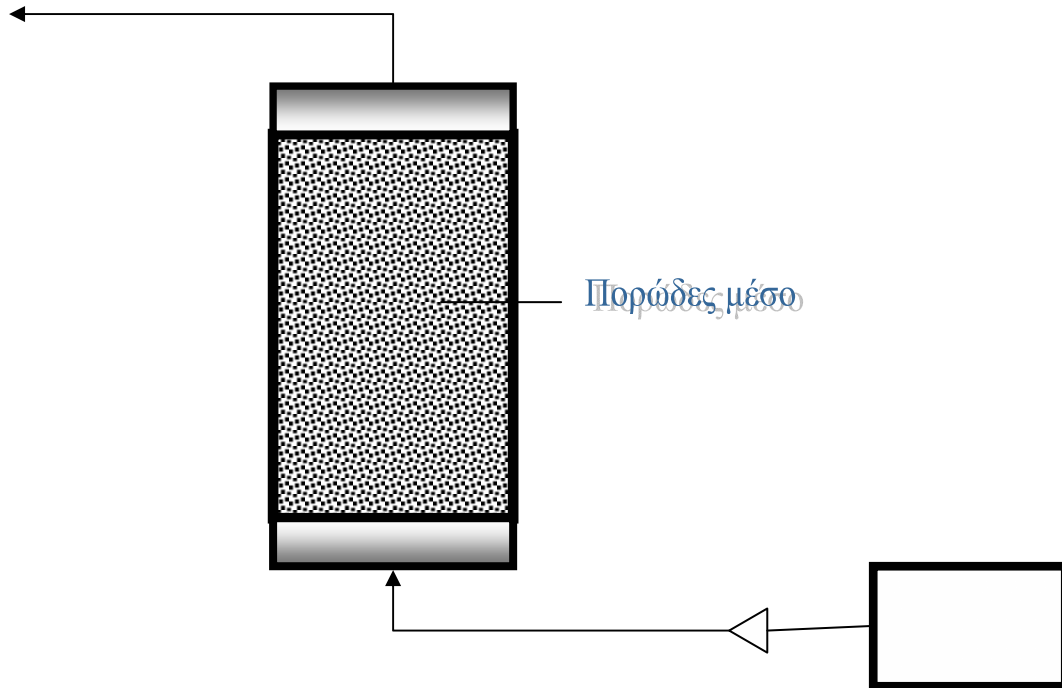
Μία συλλογή των δεδομένων τα οποία προέρχονται από πειράματα που είχαν λάβει χώρα πριν το 1971 είναι διαθέσιμα στην κλασική βιβλιογραφική ανασκόπηση των Fried & Combarous (1971), ενώ είναι διαθέσιμος στα έγκυρα διεθνή και μεγάλος αριθμός μεταγενέστερων δεδομένων, τα οποία θεωρούνται από πολλούς ερευνητές και πιο αξιόπιστα.

Η τυπική πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του συντελεστή κατά μήκους διασποράς περιλαμβάνει τα εξής τμήματα και στάδια:

1. Δημιουργία ενός τεχνητού μακροσκοπικά ομογενούς πορώδους μέσου. Για την ικανοποιητική ερμηνεία του φαινομένου πρέπει να εξασφαλιστεί ο κορεσμός του μέσου αυτού.
2. Εξασφάλιση μίας ομογενούς αρχικής συγκέντρωσης ιχνηθέτη στο μέσο αυτό.
3. Εισαγωγή στο πορώδες μέσο μία ασυνέχειας της συγκέντρωσης. Συνήθως αυτή η ασυνέχεια έχει τη μορφή «σκαλοπατιού». Στην πράξη για να επιτευχθεί η ερμηνεία των πειραματικών αποτελεσμάτων η ταχύτητα ροής είναι σταθερή στον χώρο και τον χρόνο. Είναι επίσης απαραίτητο να αποφεύγονται οι εγκάρσιες βαθμίδες συγκέντρωσης. Οι συνθήκες αυτές είναι δυνατόν να εξασφαλιστούν αν:

-Η κίνηση του νερού εξασφαλίζεται με αντλία σταθερής παροχής τύπου Moineau (σχήμα 3) ή με σύστημα δεξαμενών σταθερής πιεζομετρίας.

-Με τον κατάλληλο σχεδιασμό της διάταξης εισαγωγής ιχνηθέτη, έτσι τα χαρακτηριστικά του μετώπου, ιδίως όσον αφορά την ταχύτητα είναι ομοιόμορφα.



Σχήμα 3 Πειραματική διάταξη προσδιορισμού του συντελεστή διασποράς σε πορώδες μέσο. Η εισαγωγή του ιχνηθέτη στην κολώνα η οποία περιέχει γίνεται με την βοήθεια αντλίας (τρίγωνο).

Ορισμένοι πειραματιστές προτείνουν η εισαγωγή του μετώπου να γίνεται στο κάτω μέρος της στήλης και η αρχική συγκέντρωση να είναι μικρότερη από την εισαγόμενη συγκέντρωση. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η δημιουργία ασταθειών (π.χ. δημιουργία δακτυλίων «fingering» οι οποίες αυξάνουν πολύ την φαινόμενη διασπορά.)

Οι Koch & Brady (1985) εξέτασαν θεωρητικά το φαινόμενο της διασποράς σε πορώδες μέσο το οποίο αποτελείται από σφαιρικά σωματίδια ομοιόμορφης διαμέτρου και τυχαίας διάταξης με την χρήση της μεθόδου “μέσων όρων συνόλου” (ensemble average). Η αρχή της μεθόδου αυτής είναι ότι η μέση τιμή μίας οποιασδήποτε ιδιότητας σε ένα σημείο ενός πορώδους μέσου, είναι ίση με τη μέση τιμή της ιδιότητας αυτής σε περισσότερες «πραγματοποιήσεις» του πορώδους μέσου. Εξέτασαν ροές με χαμηλές ταχύτητες, ώστε να ισχύει η προσέγγιση της έρπουσας ροής creeping flow). Παρ’ ότι λόγω της μεθοδολογίας που χρησιμοποίησαν έκαναν την απλοποιητική παραδοχή ότι το ογκομετρικό κλάσμα όγκου (volumetric fraction) ϕ είναι πολύ μικρότερο από τη μονάδα ($\phi \ll 1$), πέτυχαν τον εντοπισμό των βασικών μηχανισμών διασποράς, για την περίπτωση μεγάλων αριθμών Peclet:

- **-Μηχανική διασπορά (mechanical dispersion)** Η επίδραση του φαινομένου αυτού εκφράζεται με τον συντελεστή D_M^* . Χρησιμοποιώντας μία αδιάστατη προσέγγιση του φαινομένου βρήκαν ότι ο αδιάστατος συντελεστής μηχανικής

διασποράς \tilde{D}_M^* ($\tilde{D}_M^* = D_M^* / D_m$) είναι γραμμική συνάρτηση του αριθμού Peclet.

- **-Διασπορά τύπου οριακής στιβάδας (boundary layer dispersion.)** Η επίδραση του φαινομένου αυτού εκφράζεται με τον συντελεστή D_{BL}^* . Η ποιοτική εξήγηση του μηχανισμού αυτού είναι η εξής: Κοντά στην επιφάνεια των κόκκων, λόγω της συνθήκης μη-ολίσθησης (no-slip condition) οι ταχύτητες μεταφοράς των ιδεατών σωματιδίων ιχνηθέτη είναι μικρές, με αποτέλεσμα σε μια ορισμένη περιοχή η επίδραση της μοριακής διάχυσης να μην είναι αμελητέα. Η περιοχή αυτή ονομάζεται οριακή στιβάδα. Σύμφωνα με την ανάλυση των συγγραφέων και για τις συνθήκες που είχαν εξετάσει, ο πάχος της οριακής στιβάδας είναι αντιστρόφως ανάλογο με την τρίτη ρίζα του αριθμού Peclet και ευθέως ανάλογο με την ακτίνα των σωματιδίων. Χρησιμοποιώντας τις συμβάσεις που είχαμε χρησιμοποιήσει προηγουμένως, μπορούμε να εκφράσουμε τον αδιάστατο συντελεστή διασποράς με την σχέση $D_{BL}^* \sim \phi Pe \ln Pe$. Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση η διασπορά δεν είναι ανεξάρτητη από τη μοριακή διάχυση: Για μικρότερες τιμές της μοριακής διάχυσης ο συντελεστής D_{BL}^* παίρνει μεγαλύτερες τιμές.
- **-Διασπορά τύπου παγίδευσης** Η επίδραση του φαινομένου αυτού εκφράζεται με τον συντελεστή D_H^* . Αυτή προκύπτει αν υπάρχουν περιοχές στο πορώδες μέσο στο οποίο ένα σωματίδιο ιχνηθέτη μπορεί να μετακινηθεί μόνο με μηχανισμούς μοριακής διάχυσης π.χ. όπως για ορισμένους τύπους προσρόφησης ή αν υπάρχουν περιοχές με κλειστές γραμμές ροής. Η τιμή του συντελεστή αυτού πιθανώς να είναι αμελητέα για συντηρητικούς ιχνηθέτες σε κοκκώδη μέσα στα οποία δεν παρατηρείται προσρόφηση και η ροή είναι νταρσιανή.

Ο συνολικός συντελεστής διασποράς προκύπτει αν προσθέσουμε τους επιμέρους συντελεστές:

$$D^* = D_M^* + D_{BL}^* + D_H^*$$

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων των Koch & Brady με την συλλογή πειραματικών αποτελεσμάτων των Fried & Combarous (1971), είναι μάλλον ικανοποιητική. Η «διασπορά» όμως των διαθέσιμων πειραματικών δεδομένων αφήνει χώρο για ασάφειες.

Η παραπάνω ανάλυση ισχύει για την περίπτωση στην οποία τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πορώδους μέσου είναι ομοιόμορφα αυτό ισχύει π.χ. για αμμώδεις υδροφορείς περίπου σταθερής διαμέτρου κόκκων άμμου.

Πολλοί γεωλογικοί σχηματισμοί χαρακτηρίζονται από την ανομοιομορφία των κόκκων (π.χ. αμμοχάλικο). Η διασπορά σε αυτού του τύπου τους σχηματισμούς εξετάστηκε από τους Moutsopoulos and Koch (1999).

Ένα χαρακτηριστικό αποτέλεσμα της εργασίας αυτής είναι ότι σε περίπτωση κατά την οποία η τιμή του ογκομετρικού κλάσματος των ετερογενειών φ (το οποίο εκφράζει του χώρου που καταλαμβάνεται από τις ετερογενείες είναι πολύ μικρότερο από τη μονάδα ($\varphi \ll 1$) αλλά η ακτίνα των ετερογενειών a_1 είναι κατά πολλές τάξεις μεγαλύτερη από την ακτίνα a_2 των κόκκων που αποτελούν την πορώδη μήτρα μέσα στην οποία είναι τοποθετημένες οι ετερογένειες $a_1 \gg a_2$ η επίδραση των ετερογενειών στην διαπερατότητα είναι μικρή.

Αντίθετα η επίδραση των ετερογενειών στην διασπορά είναι μη αμελητέα αν $\frac{a_1}{a_2} \varphi = O(1)$

και πολύ σημαντική αν $\frac{a_1}{a_2} \varphi \gg 1$.

3.1.3. ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΤΗΝ ΚΛΙΜΑΚΑ ΤΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Κατά την διάρκεια μετακίνησης χημικών ουσιών σε υδροφορείς και στην περίπτωση που διανύσουν αποστάσεις της τάξης μερικών δεκάδων μέτρων ή παραπάνω, η «εξάπλωση» του μετώπου της ρύπανσης στον χώρο (βλέπε σχήμα 2) δεν εξαρτάται κατά κανόνα από τους ίδιους μηχανισμούς οι οποίοι καθορίζουν την διασπορά στην κλίμακα του εργαστηρίου και αναλύσαμε πιο πάνω (και συνδέονται με την γεωμετρία στην κλίμακα των πόρων), αλλά με τις μεταβολές της διαπερατότητας ή μεταφορικότητας, δηλαδή εξαρτάται από τα μακροσκοπικά χαρακτηριστικά του υδροφορέα.

Η εξήγηση του φαινομένου είναι η εξής: Κατά την διάρκεια της μετακίνησης τους ορισμένα σωματίδια της χημικής ουσίας θα μετακινηθούν σε διαδρομές οι οποίες έχουν πιο μεγάλες τιμές διαπερατότητας ή μεταφορικότητας και κατά θα προχωρήσουν πιο γρήγορα συνέπεια από άλλα σωματίδια τα οποία θα μετακινηθούν σε διαδρομές που προβάλλουν μεγαλύτερη αντίσταση στην ροή και αυτά με τη σειρά τους πιο γρήγορα από άλλα τα οποία θα προχωρήσουν σε μονοπάτια ακόμη χαμηλότερης διαπερατότητας κλπ.

Η παραπάνω διεργασία βοηθά στο να ερμηνευτεί για το γιατί το μέτωπο της ρύπανσης «απλώνεται» Τα σωματίδια ρυπαντή τα οποία θα κινηθούν πιο γρήγορα (στους διαδρόμους υψηλής διαπερατότητας) θα βρίσκονται στο «μπροστινό» (κάταντες) μέρος, η θέση των σωματίδια των οποίων η ταχύτητα αντιστοιχεί στον μέσο όρο θα είναι περίπου το μέσο της καμπύλης της συγκέντρωσης, ενώ τα ιδεατά σωματίδια τα οποία θα κινηθούν πιο αργά θα βρίσκονται στο πίσω (ανάντη) μέρος της καμπύλης της συγκέντρωσης.

Σε αριθμητικές ή θεωρητικές προσεγγίσεις ακολουθείται η εξής διαδικασία για την προσομοίωση του πεδίου των διαπερατοτήτων:

Γίνεται η υπόθεση ότι ο φυσικός λογάριθμος των διαπερατοτήτων είναι μία στοχαστική συνάρτηση με γνωστό μέσον όρο και τυπική απόκλιση. (Ο φυσικός λογάριθμος χρησιμοποιείται λόγω των έντονων μεταβολών της διαπερατότητας στον χώρο.)

Εκτός από τις μεταβολές στον χώρο το πεδίο των διαπερατοτήτων χαρακτηρίζεται και από έναν συντελεστή αυτοσυσχέτισης ο οποίος εκφράζει το γεγονός ότι σε φυσικούς υδροφορείς εμφανίζονται περιοχές με μεγάλη ή μικρή διαπερατότητα.

Συχνά οι συντελεστές μακροσκοπικής (ή μεγασκοπική διασπορά) λόγω μεταβολών της διαπερατότητας, εκφράζονται συναρτήσει χαρακτηριστικών «μηκών διασποράς»:

Π.χ. για την περίπτωση δισδιάστατης διασποράς:

$$D_{C,L}^* = \alpha_L |v|, \quad D_{C,T}^* = \alpha_T |v|$$

Οι συντελεστές α_L και α_T έχουν διαστάσεις μήκους και εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του υδροφορέα που αναφέραμε πιο πάνω. Πλεονέκτημα της παραπάνω παρουσίασης είναι μπορεί να επιτρέψει την έκφραση του φαινομένου της διασποράς ανεξάρτητα από το πεδίο ταχυτήτων. Συλλογές πειραματικών δεδομένων (παρά την έντονη «διασπορά» τους) υποδεικνύουν ότι τα «μήκη διασποράς» αυξάνουν με το μήκος που διανύουν τα χημικά στοιχεία.

Η τυπική πειραματική διεργασία για τον υπολογισμό των συντελεστών διασποράς στο πεδίο, συνίσταται στην διοχέτευση ενός κατάλληλου συντηρητικού ιχνηθέτη στο υπέδαφος και πραγματοποίηση μετρήσεων της συγκέντρωσης συναρτήσει του χρόνου κατάντη. Ανάλογες μετρήσεις είναι σπάνιες στην Ελλάδα ή ανύπαρκτες.

Ακόμα και η χρήση εμπειρικών σχέσεων, που συνδέουν την διασπορά με τα στατιστικά χαρακτηριστικά της μεταφορικότητας είναι προβληματική, επειδή δεν υπάρχουν στους περισσότερους υδροφορείς αρκετές μετρήσεις για τον στατιστικό προσδιορισμό των ιδιοτήτων του.

Η παραπάνω ανάλυση ισχύει αν η διαδικασία είναι φικιανή (fickian).

Από ερευνητικές εργασίες είναι γνωστό ότι η διαδικασία γίνεται φικιανή αν ο ρυπαντής διανύσει ένα χαρακτηριστικό μήκος το οποίο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του υδροφορέα. Σε υδροφορείς με ιδιάζουσες στοχαστικές ιδιότητες η διασπορά δεν γίνεται ποτέ φικιανή. Προφανώς στις περιπτώσεις αυτές δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση συναγωγής-διασποράς. Στις περιπτώσεις αυτές, αν θεωρήσουμε την συγκέντρωση μία στοχαστική συνάρτησης, η αύξηση του τετράγωνου της τυπικής της απόκλισης αυξάνει πιο γρήγορα από γραμμικά, αν το εκφράσουμε συναρτήσει του χρόνου. (Βλέπε π.χ. Koch and Brady, 1988; Lenormand and Wang, 1995). Τα αποτελέσματα αυτά έχουν επιβεβαιωθεί από λεπτομερή πειράματα στην κλίμακα του πεδίου.

Για την περίπτωση κατά την οποία η διασπορά είναι φικιανή διεργασία, προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος μπορούν να επιλυθούν από ειδικά προγράμματα όπως π.χ. το MT3D (Mass and Transport in 3 Dimensions.) Αντίθετα η επίλυση προβλημάτων κατά τα οποία η διασπορά είναι μη φικιανή διεργασία είναι ένα ανοικτό πρόβλημα.

3.1.4. ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΑΣΤΑΘΕΙΩΝ

Η παραπάνω διασπορά στην κλίμακα πεδίου, έχει νόημα αν η διεργασία μεταξύ των υγρών που έρχονται σε επαφή είναι αναμίξιμη και μονοφασική. Σε αρκετές περιπτώσεις, οι οποίες εξαρτώνται τόσο από τις ιδιότητες των ρευστών (διαφορές ιξώδους ή διαφορές πυκνότητας) δημιουργούνται αστάθειες και η ροή συμπεριφέρεται σαν πολυφασική. Η ταχύτητα διάσχυσης του μετώπου είναι δυνατόν να είναι κατά πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη απ' ό,τι στην κλασική περίπτωση μονοφασικής ροής.

Η έρευνα για τους μηχανισμούς των ασταθειών είναι μακριά από το να ολοκληρωθεί.

Πάντως φαίνεται ότι οι μηχανισμοί διασποράς στην «κλίμακα εργαστηρίου» παίζουν αποφασιστικό ρόλο στο αν θα δημιουργηθούν αστάθειες ή όχι. Είναι αποδεκτό στους εξειδικευμένους επιστημονικούς κύκλους ότι η εγκάρσια διασπορά έχει κατά κανόνα σταθεροποιητικό ρόλο: απαλύνει τις βαθμίδες της συγκέντρωσης οι οποίες είναι πηγή ασταθειών.

Αντίθετα η κατά μήκος διασπορά είναι δυνατόν να ευνοήσει την μετατροπή της ροής από μονοφασική σε πολυφασική, τουλάχιστον για μηχανισμούς που οφείλονται σε αντιθέσεις του ιξώδους. (Yortsos and Zeybek, 1988). Σύμφωνα με τους παραπάνω συγγραφείς, στην μελέτη των παραπάνω φαινομένων δεν πρέπει να λάβουμε απλώς υπόψη μας την απόλυτη τιμή του κατά μήκος συνελεστή διασποράς, αλλά και τους φυσικούς μηχανισμούς οι οποίοι εκφράζονται με την συναρτησιακή εξάρτηση του από τον αδιάστατο αριθμό Peclet. (Η εξάρτηση του συνελεστή διασποράς από τον αριθμό Peclet και η φυσική ερμηνεία των φαινομένων έχει παρουσιαστεί αναλυτικά πιο πάνω).

3.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΧΗΜΙΚΩΝ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΩΝ ΣΕ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

3.2.1 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΩΝ

3.2.1.1 Συμβατική προσέγγιση προσομοίωσης

Η πιο απλή μέθοδος προσομοίωσης χημικών και βιοχημικών αντιδράσεων, κατά τη μετακίνηση διαφόρων ουσιών είναι η προσθήκη ενός όρου πηγής ή καταβόθρας (Π) στην εξίσωση συναγωγής-διασποράς.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla c) + \Pi$$

Για την κλασική περίπτωση κατά την οποία ο όρος αυτός Π είναι όρος καταβόθρα και επιπλέον εκφράζεται σαν γραμμική συνάρτηση της συγκέντρωσης η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla c) - \lambda c$$

(Ο παραπάνω φορμαλισμός δεν εφαρμόζεται αποκλειστικά για την περίπτωση ενός πορώδους μέσου).

Για την περίπτωση χαμηλών συγκεντρώσεων το πεδίο ροής μπορεί να επιλυθεί ανεξάρτητα από τις εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν τις μεταβολές στην συγκέντρωση. Εκφράζοντας τον όρο πηγή καταβόθρα σαν αναλυτική συνάρτηση της χημικής ουσίας που εξετάζουμε, η συγκέντρωση μπορεί να οριστεί επιλύοντας μία μοναδική εξίσωση. Η παραπάνω προσέγγιση έχει προταθεί σε πολλά εισαγωγικά συγγράμματα και θεωρητικές εργασίες. Βασικό της πλεονέκτημα είναι η ευχρηστία. Τα όρια για τα οποία ισχύει δεν είναι απόλυτα σαφή. Θα παρουσιάσουμε ορισμένες πιο ενδελεχείς προσεγγίσεις για τις χημικές και βιοχημικές αντιδράσεις. Στην συνέχεια με την βοήθεια των τελευταίων θα δούμε ότι για ορισμένες περιπτώσεις τα σύνθετα μοντέλα μπορούν να αναχθούν στην κλασική εξίσωση την οποία παρουσιάσαμε παραπάνω.

3.2.1.2. Θερμοδυναμική προσομοίωση χημικών αντιδράσεων

Στις αρχές της δεκαετίας του '90 δόθηκε μεγάλη έμφαση στη Γαλλία στην προσομοίωση όλων των φαινομένων που σχετίζονται με τη ροή και τη μεταφορά των ρυπαντών στο υπέδαφος με σκοπό την ασφαλή αποθήκευση ραδιενεργών αποβλήτων.

Στα πλαίσια της προσπάθειας αυτής ερευνήθηκαν και οι γεωχημικές αντιδράσεις οι οποίες λαμβάνουν χώρα κατά την διάρκεια ορισμένων ροών, από την ημικρατική εταιρία B.R.G.M. (Bureau des Recherches Geologiques et Minières).

Η θέση των ερευνητών αυτών είναι ότι για να γίνει μία ρεαλιστική προσομοίωση των χημικών αντιδράσεων πρέπει να συμπεριληφθούν στους υπολογισμούς τουλάχιστον δέκα διαφορετικά είδη χημικών ουσιών.

Η βασική διαδικασία για την προσομοίωση των χημικών αντιδράσεων είναι βασισμένη στην θερμοδυναμική και πιο συγκεκριμένα στην ελαχιστοποίηση της ελεύθερης ενέργειας του Gibbs. Στην πράξη οι απαραίτητοι αριθμητικοί υπολογισμοί που συνδέονται με την συνθήκη αυτή γίνονται με χρήση των αλγορίθμων Simplex και Newton Raphson. Σε πρώτη φάση είχε αναπτυχθεί το πρόγραμμα CEQSY (Chemical EQUilibrium in Complex SYstems) για το υπολογισμό των χημικών αντιδράσεων στην περίπτωση απουσίας ροής.

Υπό ορισμένες προϋποθέσεις η μεταφορά των ρυπαντών λόγω συναγωγής και διασποράς και οι χημικές αντιδράσεις μπορούν να προσομοιωθούν ανεξάρτητα. Συνδέοντας το παραπάνω πρόγραμμα με έναν αλγόριθμο μεταφοράς σωματιδίων μέσω της μεθόδου Random Walk, προέκυψε το πρόγραμμα CAT (Chemistry and Transport).

Η μέθοδος Random Walk αν και απαιτεί περισσότερο υπολογιστικό χρόνο από τις συμβατικές μεθόδους (π.χ. μέθοδο Πεπερασμένων Διαφορών) επιλέγεται, επειδή δεν εμφανίζει το πρόβλημα της τεχνητής διασποράς. Ούτως ή άλλως ο χρόνος που απαιτείται για την προσομοίωση των χημικών αντιδράσεων είναι πολύ μεγαλύτερος από τον απαιτούμενο χρόνο για τη μεταφορά.

Σε κάθε χρονικό βήμα υπολογίζονται οι χημικές ανταλλαγές μεταξύ δύο διαφορετικών «πληθυσμών»:

Ο πρώτος πληθυσμός είναι ακίνητος και αντιπροσωπεύει την χημική σύσταση της στερεάς φάσης

Ο δεύτερος πληθυσμός είναι «νομαδικός» προσομοιώνεται από έναν αριθμό κινούμενων σωματιδίων και αντιπροσωπεύει την χημική σύσταση της κινούμενης υγρής φάσης. Για τον υπολογισμό της μετακίνησης του κάθε σωματιδίου σε κάθε χρονικό βήμα, ακολουθούνται οι κλασικές μέθοδοι Random Walk: θεωρούμε ότι η κίνηση αποτελείται από ένα ντετερμινιστικό μέρος (προσομοιώνει την συναγωγή) και ένα στοχαστικό (προσομοιώνει την διασπορά). Κάθε σωματίδιο περιέχει ένα διάλυμα το οποίο περιέχει πληροφορίες για κάθε εξεταζόμενη χημική ένωση.

Λόγω του μεγάλου απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου, η υπολογιστική διαδικασία συνοδεύεται από τεχνικές παράλληλου προγραμματισμού: οι διεργασίες σε κάθε κελί υπολογίζονται από έναν χωριστό επεξεργαστή.

3.2.2 ΒΙΟΧΗΜΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

Το υπέδαφος λειτουργεί σε πολλές περιπτώσεις σαν ένας τεράστιος φυσικός βιοχημικός αντιδραστήρας ο οποίος έχει την δυνατότητα αποδόμησης ρυπαντών.

Μία ιδιότητα του υπεδάφους η οποία υποστηρίζει τις παραπάνω ιδιότητες είναι ότι αποτελεί κατά κανόνα «πορώδες μέσο» -περίπτωση χαλαρών γεωλογικών σχηματισμών ή ρωγματομένων βραχώδων σχηματισμών . Τα πορώδη μέσα χαρακτηρίζονται από τη μεγάλη διεπιφάνεια στερεάς φάσης-διακένων ανά μονάδα όγκου, ιδιότητα η οποία διευκολύνει τις αποικίες βακτηριδίων να έρχονται σε επαφή με τις χημικές ουσίες οι οποίες περιέχονται στο ρευστό. Οι παραπάνω αποικίες ονομάζονται συχνά «βιοφίλμ» («biofilm»): αποτελούν ένα στρώμα το οποίο . περιβάλλει την στερεά φάση

Ο παραπάνω μηχανισμός αυτοκαθαρισμού μπορεί να ενισχυθεί με την τεχνητή διοχέτευση μικροβίων στον υδροφορέα.

Για την προσομοίωση των παραπάνω χημικών αντιδράσεων πρέπει να ληφθεί υπόψη εκτός από τα βακτηρίδια τα οποία είναι προσκολλημένα στον στερεό σκελετό και τον ρυπαντή που εξετάζουμε (π.χ. διαλυμένες οργανικές ενώσεις, νιτρικά).

-Τα βακτηρίδια τα οποία είναι «διαλυμένα» στην υγρή φάση. Τα βακτηρίδια αυτά αποκολλούνται από τον στερεό σκελετό, μεταφέρονται με μηχανισμούς συναγωγής κατάντη όπου και ενδεχομένως προσκολλούνται. Ο μηχανισμός αυτός είναι επιτρέπει την εξάπλωση των βακτηριδίων σε ευρύτερες περιοχές του υδροφορέα.

-Χημικές ουσίες στην υγρή φάση οι οποίες είναι απαραίτητες για να λάβουν χώρα οι παραπάνω χημικές αντιδράσεις (ανθρακούχες ενώσεις ή οργανικό υπόστρωμα, οξυγόνο). Εφόσον η συγκέντρωση των παραπάνω ουσιών είναι αρκετά μεγάλη καθ' όλη την διάρκεια της διεργασίας, η παρουσία τους δεν είναι απαραίτητο να προσομοιωθεί.

Εφόσον το υπέδαφος μπορεί να θεωρηθεί πορώδες μέσο, εξετάζουμε τις μέσες τιμές από τις παραπάνω ιδιότητες σε έναν Αντιπροσωπευτικό Στοιχειώδη Όγκο (Α.Σ.Ο.) (Representative Elementary Volume –R.E.V.). Η εξέλιξη τους στον χώρο και τον χρόνο μπορεί να περιγραφεί με ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους (Partial Diferential Equations - P.D.E's).

Για τις ουσίες οι οποίες είναι διαλυμένες στην υγρή φάση θα πρέπει να πάρουμε υπόψη μας τις παρακάτω διεργασίες:

-Συναγωγή (advection): Ο μηχανισμός αυτός προσομοιώνει το γεγονός ότι ρυπαντές «συμπαράσύρονται» από την ροή. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει προσρόφηση, η ταχύτητα του μετώπου \vec{u} (front velocity) μπορεί να υπολογιστεί αν διαιρέσουμε τη μέση ταχύτητα ή ταχύτητα Νταρσύ \vec{q} (bulk velocity- darcian velocity) με το πορώδες του μέσο ε : $\vec{u} = \vec{q} / \varepsilon$. Είναι προφανές ότι για την προσομοίωση αυτού του

φαινόμενου προϋποθέτει τον υπολογισμό του πεδίου ταχύτητας με κατάλληλο μαθηματικό ομοίωμα.

-**Διασπορά (dispersion)** Είναι ο μηχανισμός ο οποίος είναι υπεύθυνος για το «άπλωμα» ενός μετώπου ή μίας κηλίδας ρυπαντή. Στις περισσότερες δημοσιεύσεις οι οποίες αναφέρονται στην βιβλιογραφία γίνεται η υπόθεση ότι η διασπορά προκαλείται λόγω των ανομοιομορφιών της υδραυλικής αγωγιμότητας ή μεταφορικότητας και ότι η διεργασία είναι φικιανή (fickian process).

-**Όροι πηγή-καταβόθρα:** Προσομοιώνουν τις χημικές αντιδράσεις, την προσκόλληση και αποκόλληση βιομάζας, την θνησιμότητα των βακτηριδίων κλπ. Σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία αντίδραση τύπου Monod (απλού, διπλού, τριπλού κλπ.) για να προσομοιώσουμε τις βιοχημικές αντιδράσεις: Rifai *et al.* (1990), Clement *et al.* (1996), Sun *et al.* (1999).

Προφανώς οι βιοχημικές αντιδράσεις είναι όροι «καταβόθρα» (sink terms) στην εξίσωση του ισοζυγίου των ρυπαντών, ενώ είναι όροι «πηγή (source terms) όσο αφορά την εξίσωση του ισοζυγίου των βακτηριδίων.

Η μαθηματική έκφραση του παραπάνω φαινομένου για την περίπτωση αερόβιας αποδόμησης οργανικών ουσιών, η οποία μπορεί να προσομοιωθεί με το μοντέλο διπλού Monod είναι η παρακάτω:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla c) - \mu_{max} \left(X^a + \frac{\rho X^s}{\phi} \right) \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right)$$

$$\frac{\partial o}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}o) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla o) - \mu_{max} F \left(X^a + \frac{\rho X^s}{\phi} \right) \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right)$$

$$\frac{\partial X^a}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}X^a) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla X^a) + \mu_{max} YX^a \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right) + \frac{K_{det}\rho X^s}{\phi} - K_{dec}X^a - K_{att}X^a$$

$$\frac{\partial X^s}{\partial t} = +\mu_{max} YX^s \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right) + \frac{K_{att}\phi X^a}{\rho} - K_{det}X^s - K_{dec}X^s$$

Όπου οι άγνωστες μεταβλητές είναι οι εξής:

c η συγκέντρωση των οργανικών ρυπαντών [M/L^3], o η συγκέντρωση σε οξυγόνο [M/L^3], X^a η συγκέντρωση βακτηριδίων στην υγρή φάση [M/L^3], X^s η συγκέντρωση βακτηριδίων τα οποία είναι προσκολλημένα στον στερεό σκελετό [M/M].

Οι συντελεστές και παράμετροι που εμφανίζονται στο παραπάνω σύστημα διαφορικών εξισώσεων ορίζονται ως εξής:

R συντελεστής καθυστέρησης [-], μ_{max} μέγιστη κατανάλωση ρυπαντή ανά μονάδα βιομάζας [$1/T$], K_c , K_o συντελεστές ημικορεσμού για τον οργανικό ρυπαντή και το

οξυγόνο αντίστοιχα $[M/L^3]$, ρ πυκνότητα του στερεού σκελετού του πορώδους μέσου $[M/L^3]$, ϕ το πορώδες [-], K_{att} , K_{det} , K_{dec} συντελεστές αποκόλλησης, προσκόλλησης και θανάτου των βακτηριδίων αντίστοιχα $[1/T]$, F και Y συντελεστές της χημικής αντίδρασης [-].

Η ταχύτητα του μετώπου συμβολίζεται με \vec{v} ενώ \vec{D} είναι ο τανυστής διασποράς.

Τυπικές τιμές για ορισμένες από τις παραπάνω παραμέτρους είναι οι παρακάτω:

$$\mu_{max} = .125d^{-1}, K_c = 0.12mg/l, K_c = 0.12mg/l, K_{att} = 70.0d^{-1}, K_{det} = 1.0d^{-1}, K_{dec} = .0001d^{-1}, F = 3.0, Y = 0.05, \rho = 1.6 \times 10^{-6} mg/l.$$

Τυπικές αρχικές τιμές για έναν υδροφορέα ο οποίος δεν έχει υποστεί ρύπανση είναι οι εξής:

$$o = 9.0mg/l, X^a = 1.6 \times 10^{-17} mg/l, X^s = 1.0 \times 10^{-9} mg/mg.$$

Οι υποθέσεις για την ισχύ του παραπάνω μοντέλου είναι εξής:

1. Ισχύς της υπόθεσης του ισοδύναμου συνεχούς μέσο
2. Η διασπορά είναι φικιανή διεργασία .
3. Υπάρχει υδραυλική ισορροπία αλλά και ισορροπία όσο αφορά την συγκέντρωση σε κάθε Α.Σ.Ο.
4. Η ροή είναι μονοφασική
5. Για περίπτωση σταθερής θερμοκρασίας η σχέση της συγκέντρωσης του ρυπαντή στην υγρή φάση και του ρυπαντή στην στερεά φάση είναι γραμμική, υπόθεση η οποία ισχύει για χαμηλές τιμές της συγκέντρωσης.
6. Οι μεταβολές του πορώδους στον χώρο δεν είναι έντονες.
7. Δεν υπάρχει εξωτερική εισροή η εκροή ρευστού

Οι Clement et al. (1997) προτείνουν την χρήση του ίδιου μαθηματικού ομοιώματος, για την περίπτωση όπου οι ρυπαντές είναι διαλυμένα νιτρικά. Αντί για διαλυμένο οξυγόνο λαμβάνουν υπόψη μία εξίσωση για το οργανικό υπόστρωμα (acetate).

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων των τεσσάρων διαφορικών εξισώσεων μπορεί να επιλυθεί από το πακέτο λογισμικού RT3D (Reaction and Transport in 3 Dimensions), το οποίο συμπεριλαμβάνει το πρόγραμμα MODFLOW, και το πρόγραμμα MT3D (Mass and Transport in 3 Dimensions).

Η χρήση του παραπάνω πακέτου μπορεί να προσομοιώσει ικανοποιητικά το φαινόμενο όταν ισχύουν οι παραπάνω συνθήκες:

1. -Υπάρχει υδραυλική ισορροπία σε κάθε Α.Σ.Ο.
2. -Οι ιδιότητες της ροής είναι ανεξάρτητες από μεταβολές συγκέντρωσης και θερμοκρασίας.
3. -Το πορώδες και η διαπερατότητα δεν μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου.
4. Ο αριθμός Reynolds είναι αρκετά χαμηλός ώστε να ισχύει ο νόμος του Darcy.

Η μεθοδολογία η οποία ακολουθείται είναι η εξής:

-Επίλυση του υδραυλικού προβλήματος με το μοντέλο MODFLOW και υπολογισμός του πεδίου ταχυτήτων.

-Υπολογισμός της μεταβολής της συγκέντρωσης λόγω των φαινομένων της συναγωγής και της διασποράς

-Υπολογισμός της μεταβολής της συγκέντρωσης λόγω των φαινομένων των όρων ηγή καταβόθρα.

Οι Rifai and Bedient (1990), εξέτασαν μια απλοποιημένη περίπτωση του παραπάνω μοντέλου, όταν οι συγκεντρώσεις των βακτηριδίων δεν αλλάζουν με τον χρόνο.

Κατά συνέπεια εξέτασαν ένα φαινόμενο το οποίο περιγράφεται από δύο μόνο διαφορικές εξισώσεις (συγκεντρώσεις οργανικών ρυπαντών και διαλυμένου οξυγόνου)

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla c) - \mu_{max} X \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right)$$
$$\frac{\partial o}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}o) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla o) - \mu_{max} FX \left(\frac{c}{K_c + c} \right) \left(\frac{o}{K_o + o} \right)$$

Στην παραπάνω εξίσωση το σύμβολο $X [M/L^3]$ συμβολίζει την συνολική συγκέντρωση βακτηριδίων, ενώ ο ορισμός των υπολοίπων συμβόλων είχε δοθεί προηγουμένως.

Περαιτέρω απλοποιήσεις μπορούν να γίνουν παίρνοντας υπόψη μας τις κλασσικές ασυμπτωτικές προσεγγίσεις για το μοντέλο Monod:

Για $K_c \gg c$ προκύπτει ότι $\frac{c}{c + K_c} \rightarrow \frac{c}{K_c}$ («αντίδραση πρώτης τάξης»).

Για $K_o \ll o$ προκύπτει ότι $\frac{o}{o + K_o} \rightarrow 1$ («αντίδραση μηδενικής τάξης»).

Εισαγάγωντας τις παραπάνω παραδοχές στην αρχική εξίσωση μεταφοράς προκύπτει το παρακάτω κλασικό μοντέλο:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot (\vec{D} \cdot \nabla c) - R\lambda c$$

Ανάλογη δομή θα έχει η εξίσωση μεταφοράς αν υποθέσουμε ότι η συγκέντρωση του οξυγόνου δεν αλλάζει συναρτήσει του χρόνου.

Κατά συνέπεια η μεταβολή της συγκέντρωσης ενός ρυπαντή, ο οποίος αποδομείται από βιοχημικές διεργασίες, είναι δυνατόν να προσομοιωθεί με μία εξίσωση συναγωγής διασποράς στον οποίον έχει προστεθεί ένας όρος καταβόθρα ο οποίος εξαρτάται γραμμικά από την άγνωστη μεταβλητή, εφόσον τηρούνται όλες οι συνθήκες που αναφέρονται παραπάνω.

Είναι ενδιαφέρον ότι εξίσωση με την ίδια ακριβώς μαθηματική δομή περιγράφει τις μεταβολές της συγκέντρωσης ρυπαντών, όταν αυτοί είναι παθογόνα μικρόβια. Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής αποδόμησης εκφράζει την θνησιμότητα των μικροβίων: $\lambda = K_{dec}$. Ανάλογη δομή είναι δυνατόν να έχει και η συγκέντρωση ενός ραδιενεργού ρυπαντή. Σε αυτήν την περίπτωση ο συντελεστής αποδόμησης είναι συνάρτηση του χρόνου ημιζωής του ραδιενεργού υλικού.

Όπως ήδη αναφέραμε, η παραπάνω μαθηματική περιγραφή της αποδόμησης αποκαλείται «αντίδραση πρώτης τάξης» και αποτελεί την βάση για αρκετά πακέτα λογισμικού.

Κατά κανόνα η ταχύτητα \vec{u} υπολογίζεται μετά την επίλυση ενός νταρσιανού μοντέλου ροής.

3.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΖΩΝΩΝ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ ΥΔΡΟΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ

Είχαμε δει στο κεφάλαιο για τις βιοχημικές αντιδράσεις ότι υπό ορισμένες προϋποθέσεις η αποδόμηση ενός ρυπαντή σε έναν υπόγειο υδροφορέα μπορεί να περιγραφεί από την παρακάτω εξίσωση:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{u}) = \nabla \cdot \left(\vec{D} \cdot \nabla c \right) - R\lambda c \quad (1)$$

Για την περίπτωση διδιάστατου φαινομένου (δηλαδή εφόσον οι αλλαγές κατά την κατακόρυφο είναι δυνατόν να θεωρηθούν αμελητέες), μόνιμης ροής (περίπτωση που οι τιμές της ταχύτητας δεν μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου), και αμελητέας επίδρασης του φαινομένου της διασποράς, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί με την εξής μορφή:

$$R \frac{\partial c}{\partial t} + u_x \frac{\partial c}{\partial x} + u_y \frac{\partial c}{\partial y} = -R\lambda c \quad (2)$$

Για να γράψουμε την εξίσωση μεταφοράς στην παραπάνω μορφή (εξίσωση 2), πήραμε υπόψη μας ότι η εξίσωση της συνέχειας για την περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού, γράφεται:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

(βλέπε π.χ. Κωτσοβίνος 2003)

Εάν δεν ισχύει η υπόθεση ότι ο υδροφορέας είναι στεγανός, πρέπει να προσθέσουμε στην εξίσωση μεταφοράς έναν όρο πηγή καταβόθρα, για να λάβουμε υπόψη μας την επίδραση των μη σημειακών εισροών (βλέπε π.χ. Kinzelbach & Rausch 1995):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u_x}{R} \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{u_y}{R} \frac{\partial c}{\partial y} = -\lambda c + \frac{q_E}{nBR} (c_E - c) \quad (4)$$

όπου q_E ο ρυθμός εισροής νερού στον υδροφορέα, (ή ρυθμός ανανέωσης του υπόγειου νερού), c_E η συγκέντρωση του εισρέοντος ρευστού όσο αφορά τον εξεταζόμενο ρυπαντή, n το πορώδες, και B το πάχος του υδροφορέα. Ο επιπλέον όρος της εξίσωσης (4) αποτελεί όρο «πηγή», δηλαδή όρο που αυξάνει την συγκέντρωση του ρυπαντή όταν $c_E > c$, ενώ αποτελεί όρο «καταβόθρα», (δηλαδή όρο ο οποίος συνεισφέρει στη μείωση της συγκέντρωσης του συγκεκριμένου ρυπαντή), εάν $c_E < c$.

Έως τώρα είχαμε χρησιμοποιήσει για την περιγραφή όλων των διεργασιών στους υπόγειους υδροφορείς την περιγραφή κατά Euler (η οποία ονομάζεται και χωρική

περιγραφή –spatial description). Όπως είναι γνωστό από τα εισαγωγικά μαθήματα της Ρευστομηχανικής, η περιγραφή αυτή βασίζεται στην υπόθεση ότι ένας παρατηρητής καταλαμβάνει μία θέση στον χώρο και παρακολουθεί όλα τα σωματίδια τα οποία κινούνται από την θέση αυτή.

Εάν υιοθετήσουμε μια περιγραφή του φαινομένου κατά Lagrange (σωματιδιακή ή υλική περιγραφή –material description)- περιγραφή η οποία βασίζεται στην υπόθεση ότι ο ιδεατός παρατηρητής «ταξιδεύει» μαζί με ένα ιδεατό σωματίδιο, θα πρέπει χρησιμοποιήσουμε την ολική παράγωγο (αντί της μερικής).

Η ολική παράγωγος της συγκέντρωσης στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ταυτόσημη με την αριστερή πλευρά της εξίσωσης (4):

$$\frac{Dc[x(t), y(t), t]}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial c}{\partial y} \frac{dy(t)}{dt} \quad (5)$$

όπου $x(t)$ και $y(t)$ οι συντεταγμένες των τροχιών των ιδεατών σωματιδίων οι οποίες ορίζονται από τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{u_x}{R} \quad (5a)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{u_y}{R} \quad (5b)$$

Αντικαθιστώντας την (5) στην (4)

$$\frac{dc}{dt} = -\lambda c + \frac{q_E}{nBR} (c_E - c) \quad (6)$$

Στην εξίσωση (6) χρησιμοποιήσαμε το σύμβολο $d()/dt$ αντί του συμβόλου $D()/Dt$, εφόσον εμφανίζεται παράγωγος μόνο κατά τον χρόνο, δηλαδή η εξίσωση (6) είναι μία κανονική διαφορική εξίσωση.

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση κατά Lagrange μετατρέψαμε μία διαφορική εξίσωση με μερικές παραγώγους (εξίσωση (4)), σε τρεις κανονικές διαφορικές εξισώσεις (εξισώσεις (5a), (5b) και (6)).

Για την περίπτωση για την οποία $c_E = 0$ και τα μεγέθη λ , q_E , n , B είναι ανεξάρτητα του χώρου και του χρόνου, η λύση της (6) δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$c(t) = c_0 \exp[-(\lambda + q_E / RB\phi)(t - t_0)]$$

Όπου c_0 είναι η συγκέντρωση του ρυπαντή το χρονικό σημείο t_0 (αρχικές συνθήκες του προβλήματος).

Εάν θεωρήσουμε την συγκέντρωση των ρυπαντών κατά την είσοδο τους στον υδροφορέα ίση με c_0 , και την ανώτατη επιτρεπτή συγκέντρωση όσο αφορά τον εξεταζόμενο ρυπαντή ίση με $c_y = c(t)$ ο ελάχιστος επιθυμητός χρόνος παραμονής του ρυπαντή T_L πριν αυτός αντληθεί από τις υδρογεωτρήσεις ισούται με:

$$T_L = t - t_0 = \frac{\ln(c_0 / c_y)}{\lambda + q_E / (RB\phi)} \quad (\text{II})$$

Σε ορισμένες περιπτώσεις αντί του χρόνου αποδόμησης του ρυπαντή, θεωρούμε ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο παραμονής του ρυπαντή στον γεωλογικό σχηματισμό τον χρόνο ο οποίος απαιτείται για να ληφθούν μέτρα προστασίας του υδροφορέα. Μία τέτοια τιμή είναι οι πενήντα ημέρες οι οποίες προβλέπονται από τους γερμανικούς κανονισμούς για τις ζώνες προστασίας.

Οι εξισώσεις (5a) και (5b) περιγράφουν την κίνηση των ιδεατών σωματιδίων στον υδροφορέα. Η επίλυση τους μπορεί να επιτευχθεί με ολοκλήρωση, ανεξάρτητα από την επίλυση του πεδίου συγκέντρωσης, υπό την προϋπόθεση ότι το πεδίο ροής είναι γνωστό.

Έστω ένα σωματίδιο βρίσκεται στο χρονικό σημείο t_0 στην θέση x_0, y_0 , η θέση το χρονικό σημείο t μπορεί να προσδιοριστεί από τις παρακάτω σχέσεις:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t \frac{1}{R} u_x(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau \quad (7a)$$

$$y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t \frac{1}{R} u_y(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau \quad (7b)$$

Η παραπάνω διαδικασία υπολογισμού είναι δυνατόν να αντιστραφεί, και να υπολογίσουμε την αντίστροφη πορεία ενός σωματιδίου:

$$x_0 = x(t) - \int_{t_0}^t \frac{1}{R} u_x(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau \quad (8a)$$

$$y_0 = y(t) - \int_{t_0}^t \frac{1}{R} u_y(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau \quad (8b)$$

Τα παραπάνω ολοκληρώματα πρέπει κατά κανόνα να επιλυθούν αριθμητικά.

Η απλούστερη μορφή επίλυσης είναι όσο αφορά την εξίσωση (7) είναι η εξής:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + (u_x(x(t), y(t)) / R) \Delta t \quad (9a)$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + (u_y(x(t), y(t)) / R) \Delta t \quad (9b)$$

ενώ η αντίστοιχη όσο αφορά την εξίσωση (8):

$$x(t) = x(t + \Delta t) - (u_x(x(t + \Delta t), y(t + \Delta t)) / R) \Delta t \quad (10a)$$

$$y(t) = y(t + \Delta t) - (u_y(x(t + \Delta t), y(t + \Delta t)) / R) \Delta t \quad (10b)$$

Είναι προφανές ότι πρέπει να επιλεγεί αρκετά μικρό χρονικό βήμα ώστε η επιλεγμένη τιμή για το πεδίο ταχύτητας να είναι αντιπροσωπευτική για όλο το πεδίο ολοκλήρωσης. Στην πράξη χρησιμοποιείται συχνά επίσης η μέθοδος ολοκλήρωσης Runge-Kutta.

Οι υπολογισμοί απλουστεύονται αρκετά όταν είναι διαθέσιμες αναλυτικές εκφράσεις για το πεδίο ροής, σαν αυτές οι οποίες είχαν παρουσιαστεί σε προηγούμενες παραδόσεις..

Σε πολλές περιπτώσεις βοηθάει στον υπολογισμό των ζωνών προστασίας ο σχεδιασμός ενός χάρτη των ισοχρόνων καμπυλών, ο οποίος προσδιορίζεται ως εξής:

Τοποθετείται ένας αριθμός από ιδεατά σωματίδια στην περίμετρο της προς μελέτης υδρογεώτρησης. Με τη μέθοδο που είχαμε περιγράψει προηγουμένως υπολογίζεται η θέση του κάθε σωματιδίου πριν από μία ορισμένη χρονική περίοδο. Η καμπύλη που ενώνει όλα τα σωματίδια ονομάζεται ισόχρονη καμπύλη. Εάν από τους υπολογισμούς είχε προκύψει ότι ένας ρυπαντής πρέπει να μείνει στον υδροφορέα 18 μήνες για να είναι ικανοποιητική η αποδόμηση, τα όρια της ζώνης προστασίας είναι ταυτόσημα με την ισόχρονη καμπύλη των δεκαοκτώ μηνών. Στο εσωτερικό αυτής της ζώνης πρέπει να απαγορευτούν οι δραστηριότητες που μπορεί να ρυπάνουν την υδρογεώτρηση

Παρά τις απλουστευτικές παραδοχές η μέθοδος που περιγράψαμε σε αυτό το κεφάλαιο είναι ιδιαίτερα εύχρηστη και εποπτική.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Kinzelbach & Rausch (1995): Grundwassermodellierung *Gebrueder Borntraeger. Berlin-Stuttgart.*

Κωτσοβίνος Ν. (2003) Ρευστομηχανική. *Εταιρεία Αξιοποίησης και διαχείρισης περιουσίας Δημοκριτείου Πανεπιστημίου Θράκης,*

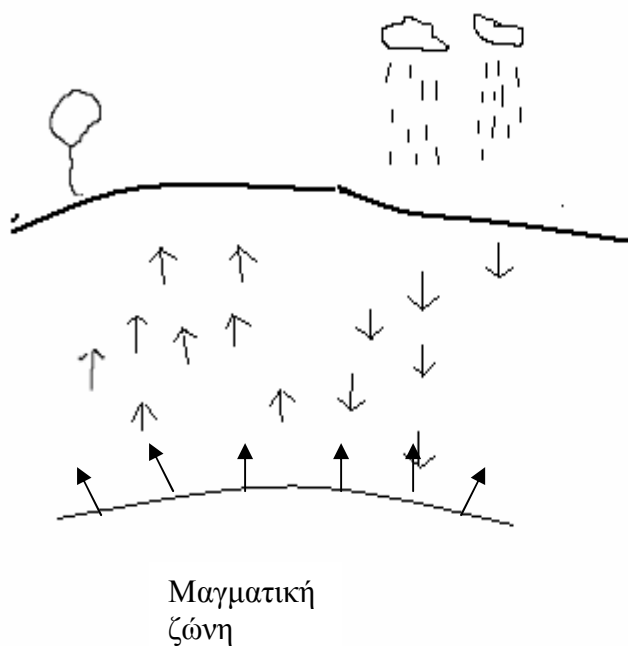
3.4 ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΤΑ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ

3.4.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΧΕΥΙΚΕΣ ΜΕ ΤΗΝ ΓΕΩΘΕΡΜΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Μία από τις πιο κλασικές εφαρμογές της μεταφοράς θερμότητας στα πορώδη μέσα είναι η εκμετάλλευση της γεωθερμίας, σε διάφορες μορφές της ή ακόμα η χρησιμοποίηση του υπεδάφους για αποθήκευση θερμότητας.

Άλλες εφαρμογές είναι η μελέτη της ασφαλούς αποθήκευσης στο υπέδαφος ραδιενεργών αποβλήτων, η δευτερογενής παραγωγή πετρελαίου, μελέτη χημικών αντιδραστήρων διαφόρων τύπων, η κατανόηση των μηχανισμών δημιουργίας και λειτουργίας θερμομεταλλικών πηγών και καλύτερης κατανόησης της συμπεριφοράς των γεωλογικών σχηματισμών κλπ.

Η θερμότητα προέρχεται κυρίως από το γήινο μάγμα (με θερμοκρασία 500-600 βαθμούς Κελσίου) το οποίο βρίσκεται σε μεγάλα βάθη. Η τυπική γεωθερμική βαθμίδα (αύξηση θερμοκρασίας με το βάθος) είναι 3 βαθμοί Κελσίου κάθε 100 μέτρα.



Σχήμα 1 Σχηματική παρουσίαση ενός γεωθερμικού πεδίου

Όπως παρουσιάζεται στο απάνω σχήμα, νερό από τα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα, διεισδύει στο υπέδαφος σε υδροπερατές ζώνες της επιφάνειας. Όταν φθάσουν σε περιοχές που παρουσιάζουν έντονη γεωθερμική δραστηριότητα,

θερμαίνονται και υπό την επίδραση των δυνάμεων της ελεύθερης συναγωγής ανέρχονται στα ανώτερα στρώματα.

Πιο μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα λεγόμενα γεωθερμικά πεδία, περιοχές με γεωλογικές ανωμαλίες τα οποία λόγω τεκτονικών ασυνεχειών, ηφαιστειακής δραστηριότητας κλπ., παρουσιάζουν πιο έντονη γεωθερμική βαθμίδα, τυπικές τιμές της οποίας είναι 5-15 βαθμοί Κελσίου κάθε 100 μέτρα. Προφανώς η εκμετάλλευση των περιοχών αυτών είναι πιο ενδιαφέρουσα από οικονομική άποψη λόγω του μειωμένου κόστους για την διάνοιξη γεωτρήσεων. Τέτοιες περιοχές δεν είναι σπάνιες στον ελλαδικό χώρο, λόγω της γεωγραφικής του θέσης.

Το εκμεταλλεύσιμο γεωθερμικό δυναμικό της Ελλάδας εκτιμάται σε 15 εκατομμύρια τόνους ισοδύναμου πετρελαίου (ΤΙΠ) τον χρόνο. (Προφανώς το εκμεταλλεύσιμο δυναμικό είναι μικρότερο).

Τα γεωθερμικά πεδία χωρίζονται σε πεδία υψηλής ενθαλπίας, με θερμοκρασία μεγαλύτερη από 150 C, πεδία μέσης ενθαλπίας, με θερμοκρασία 90- 150 C, και τα πεδία χαμηλής ενθαλπίας, με θερμοκρασία 50- 90 C,

Τα πεδία υψηλής ενθαλπίας επιτρέπουν την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, η αξιοποίηση τους όμως απαιτεί και μεγάλες επενδύσεις: επειδή απαιτούν την διάνοιξη γεωτρήσεων μεγάλου βάθους (500-2000 μέτρα). Η εκμετάλλευση των πεδίων αυτών επιτρέπει την θέρμανση μεγάλων συγκροτημάτων κατοικιών, την εξασφάλιση ζεστού νερού για βιομηχανική χρήση κλπ.

Όσο αφορά την μαθηματική προσομοίωση των παραπάνω φαινομένων πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι συχνά κατά την εκμετάλλευση των πεδίων υψηλής ενθαλπίας λαμβάνει χώρα διαφασική ροή.

Τυπικές διατάξεις για την εκμετάλλευση των παραπάνω πεδίων είναι οι παρακάτω:

Η διάνοιξη μίας μόνο γεώτρησης, από την οποία αντλείται θερμό νερό και μετά την αφαίρεση μέρους της θερμότητας του (π.χ. με την παρεμβολή εναλλακτών) διοχετεύεται σε επιφανειακό αποδέκτη.

Η διάνοιξη δύο γεωτρήσεων αποτελεί τη βάση για την λειτουργία ου γεωθερμικού δίπολου: Με τα σύστημα αυτό αντλείται νερό από το «θερμό πηγάδι» το οποίο μετά την αξιοποίηση του διοχετεύεται στο «ψυχρό πηγάδι».

Το σύστημα αυτό επιτρέπει την διατήρηση της πίεσης στον υδροφορέα και διαφυλάσσει το περιβάλλον από τοξικές ουσίες οι οποίες τυχόν περιέχονται στο γεωθερμικό ρευστό.

Είναι προφανές ότι το σύστημα αυτό συνεπάγεται μεγαλύτερα έξοδα. Πρέπει να δοθεί προσοχή κατά τον σχεδιασμό του ώστε να τοποθετηθούν οι δύο γεωτρήσεις σε αρκετή απόσταση ώστε να μην εισχωρήσει το ψυχρό μέτωπο στην γεώτρηση από την γεώτρηση επαναφόρτισης στην γεώτρηση άντλησης. Οι μελετητές πρέπει επίσης να πάρουν υπόψη τους διάφορους τύπους που μπορούν να δημιουργηθούν από την επαφή του ψυχρού μετώπου με το θερμό («ανατροπή» μετώπου, δημιουργία δακτυλίων - fingering- κλπ.). Η παροχή άντλησης, η απόσταση των πηγαδιών κλπ. είναι το

αντικείμενο της μελέτης σκοπιμότητας. Η μελέτη αυτή βασίζεται στην μαθηματική προσομοίωση των φυσικών φαινομένων με την χρήση κατάλληλων μαθηματικών μοντέλων και λογισμικού.

Μία μέθοδος για την αντιμετώπιση του προβλήματος του ψυχρού μετώπου είναι η χρησιμοποίηση ηλιακών συλλεκτών τους θερινούς μήνες κατά τους οποίους αντιστρέφεται και η λειτουργία του γεωθερμικού διπόλου: νερό αντλείται από το ψυχρό πηγάδι θερμαίνεται, και στην συνέχεια διοχετεύεται στο θερμό πηγάδι. Το παραπάνω σύστημα αυτό παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε περιπτώσεις που το γεωθερμικό δίπολο χρησιμοποιείται για θέρμανση κατοικιών.

Στην πράξη η χρήση αντλιών θερμότητας είναι δυνατόν να επιτρέψει την εφαρμογή πολλές παραλλαγών του παραπάνω συστήματος: Κατά την διάρκεια της αντιστροφής του διπόλου κατά τους θερινούς μήνες το νερό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κλιματισμό. Με την χρήση των αντλιών θερμότητας μπορεί να γίνει η άντληση από μικρά βάθη. Στον ελλαδικό χώρο τους χειμερινούς μήνες ακόμα και σε μικρά βάθη το υπόγειο νερό έχει θερμοκρασία γύρω στους 12 βαθμούς Κελσίου. Ένα τέτοιο σύστημα χρησιμοποιείται στο Παρίσι από την δεκαετία του '80 για θέρμανση 220 κατοικιών με εξοικονόμηση 175 Τόνων Ισοδύναμου Πετρελαίου (Τ.Ι.Π.) τον χρόνο.

Τα γεωθερμικά συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αποθήκευση παραγόμενης θερμότητας για την χρησιμοποίηση της κατά τις ώρες αιχμής. Όπως ήδη αναφέραμε ο κύκλος της αποθήκευσης μπορεί να είναι ετήσιος. Κατά τους Sauty et al. (1982a), ενός προβλήματος αποθήκευσης θερμότητας είναι το ποσοστό ανάκτησης της αποθηκευμένη ενέργειας και η θερμοκρασία του αντλούμενου (ανακτούμενου) νερού.

Οι παραπάνω αναφορές αφορούσαν την αξιοποίηση θερμών κοιτασμάτων νερού. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν επίσης τα θερμά άνυδρα πετρώματα (hot dry rocks). Η εκμετάλλευση των παραπάνω πετρωμάτων γίνεται με τεχνητή κατάτμηση τους και διοχέτευση νερού για μεταφορά της θερμότητας στην επιφάνεια, η οποία εξασφαλίζεται με την εισαγωγή νερού στο υπέδαφος. Η κατάτμηση μπορεί να επιτευχθεί με εκρηκτικά ή με υδραυλικές μεθόδους. Τα ρήγματα που δημιουργούνται με αυτόν τον τρόπο πρέπει να εξασφαλίζουν μεγάλη επιφάνεια επαφής των θερμών πετρωμάτων με το νερό που εισάγεται από την επιφάνεια. Η ανάκτηση του θερμασμένου πια νερού επιτυγχάνεται είτε με μηχανισμούς ελεύθερης συναγωγής είτε με άντληση.

Όπως και στην περίπτωση των υδροθερμικών συστημάτων το σύστημα αποτελείται από ένα πηγάδι διοχέτευσης νερού και από ένα πηγάδι ανάκτησης.

3.4.2 ΔΕΥΤΕΡΟΓΕΝΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ

Συχνά τα συστήματα εκμετάλλευσης γεωθερμικών συστημάτων χρησιμοποιούν τεχνολογίες που είχαν αναπτυχθεί στην πετρελαϊκή βιομηχανία.

Μία τεχνική για την άντληση πετρελαίου από το υπέδαφος είναι η διοχέτευση θερμού νερού ή ατμού σε γεωτρήσεις. Με την αύξηση της πίεσης δημιουργείται ένα μέτωπο ροής: το μέτωπο του θερμού νερού ή ατμού «σπρώχνει» το πετρέλαιο, το οποίο

αντλείται στην επιφάνεια από γεωτρήσεις οι οποίες είναι τοποθετημένες κατάντη αυτών που είχαμε αναφέρει προηγουμένως.

Το ποσοστό άντλησης πετρελαίου με τη μέθοδο αυτή είναι μεγαλύτερο απ' ό,τι με την διοχέτευση νερού θερμοκρασίας περιβάλλοντος, κατά την οποία ένα σημαντικό μέρος πετρελαίου μένει αποθηκευμένο στα διάκενα των πόρων εγκάρσια της ροής. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι δεν υπάρχει τρόπος ανάκτησης της σημαντικής ποσότητας πετρελαίου που παγιδεύεται με τους παραπάνω μηχανισμούς.

Η επίδραση του φαινομένου αυτού μειώνεται σημαντικά με την εισαγωγή θερμότητας στο σύστημα, που έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση του ιξώδους (και κατά συνέπεια την αύξηση της κινητικότητας) του «μαύρου χρυσού».

3.4.3 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΩΝ ΑΠΟΒΛΗΤΩΝ

Η ασφαλής αποθήκευση ραδιενεργών αποβλήτων είναι από τα πιο σημαντικά περιβαλλοντικά προβλήματα σε πλανητική κλίμακα. Τα επιστημονικά προγράμματα που σχετίζονται με το πρόβλημα αυτά είναι από τα μεγαλύτερα που σχετίζονται με τις επιστήμες της γης. Πολλές χώρες έχουν τέτοια προγράμματα συμπεριλαμβανόμενων των Η.Π.Α., της Γαλλίας, του Καναδά, της Γαλλίας, της Ιταλίας, της Σουηδίας, του Βέλγιου και του Καναδά. Παρότι έχουν προταθεί πολλές λύσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, (αποθήκευση σε βαρέλια τα οποία τοποθετούνται στον πυθμένα της θάλασσας, αποστολή τους στο διάστημα...), η αποθήκευση των αποβλήτων στο υπέδαφος είναι σήμερα η διεθνώς αποδεκτή πρακτική.

Εκτός από τον μεγάλο χρόνο ημιζωής τους τα ραδιενεργά απόβλητα χαρακτηρίζονται και από αυξημένη θερμότητα. Το γεγονός αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη ενδελεχώς κατά τον σχεδιασμό χώρων αποθήκευσης:

1. Η αυξημένη θερμοκρασία, αλλά και οι τοπικές διαφορές διαφορές, επηρεάζουν τα χαρακτηριστικά της ροής. (Π.χ. αυτής που λαμβάνει χώρα σε περίπτωση ατυχήματος)
2. Η αυξημένη θερμοκρασία επηρεάζει επίσης τις μηχανικές ιδιότητες των γεωλογικών σχηματισμών στους οποίους τοποθετούνται τα απόβλητα (μείωση της αντοχής τους, φαινόμενα καθίζησης, δημιουργία ρωγμών).
3. Όπως είναι γνωστό από μελέτες θερμών πηγών και σιδηρούχων μεταλλευμάτων γεωρευστά υδροθερμικά συστήματα υπόκεινται σε χημικές αντιδράσεις και κατά συνέπεια αλλοιώνουν τα χαρακτηριστικά των σχηματισμών στους οποίους έχουν τοποθετηθεί.

Η πολυπλοκότητα και η εξαιρετική δυσκολία προσομοίωσης των παραπάνω φαινομένων μεταφοράς είναι προφανής. Η κατανόηση και περιγραφή τους είναι όμως απαραίτητες διαδικασίες: Τα συστήματα στα οποία αποθηκεύονται τα απόβλητα θα συμπεριφέρονται σαν «υδροθερμικά» τουλάχιστον για μερικές εκατοντάδες χρόνια.

Η αυξημένη θερμοκρασία έχει κατά κανόνα αρνητικές περιβαλλοντικές συνέπειες, γι' αυτόν το λόγο η αυξημένη απαγωγή θερμότητας από το εξεταζόμενο σύστημα είναι μία επιθυμητή διεργασία. Ένα από τα βασικά κριτήρια για την επιλογή μίας

τοποθεσίας αποθήκευσης είναι ο τύπος του γεωλογικού υλικού. Μία υψηλή θερμική αγωγιμότητα, η οποία χαρακτηρίζει γρανιτικούς και αλατούχους σχηματισμούς είναι επιθυμητή.

Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται τυπικές ιδιότητες γεωλογικών σχηματισμών που εξετάζονται ή είχαν εξεταστεί στο παρελθόν σαν πιθανές θέσεις απόθεσης ραδιενεργών υλικών.

Γεωλογικό υλικό	Θερμική αγωγιμότητα (W/mC)
Αλατούχοι σχηματισμοί (100 C)	2,08-6,11
Γρανίτες	1,99-2,85
Βασάλτης	1,16-1,56

Επιθυμητή ιδιότητα ενός σχηματισμού ο οποίος προορίζεται για αποθήκευση ραδιενεργών αποβλήτων είναι να έχει χαμηλές τιμές πορώδους (ή αντίστοιχα ύπαρξη μικρού αριθμού ρωγμών) και χαμηλές τιμές της υδραυλικής διαπερατότητας είναι επίσης επιθυμητές ιδιότητες ενός σχηματισμού ο οποίος προορίζεται για απόθεση ραδιενεργών αποβλήτων: η ερευνητική εμπειρία έχει αποδείξει ότι αυτές οι τελευταίες ιδιότητες είναι πιθανώς και οι πιο σημαντικές. Χαμηλές τιμές της διαπερατότητας εξασφαλίζουν χαμηλές ταχύτητες μετακίνησης των ρυπαντών σε περίπτωση διαρροής, γεγονός που διευκολύνει και τα μέτρα αποκατάστασης.

Η αυξημένη επιστημονική δραστηριότητα η οποία σχετίζεται με το πρόβλημα της αποθήκευσης ραδιενεργών αποβλήτων, έχει ευνοϊκές συνέπειες σε πολλούς τομείς οι οποίοι σχετίζονται με τη μελέτη των υπόγειων ροών.

3.4.4 ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΜΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ

Σε πολλές περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος για προβλήματα σχετικά με μεταφορά μάζας, οι συγκεντρώσεις ρυπαντών είναι αρκετά μικρές ώστε οι ιδιότητες του ρευστού να θεωρούνται σταθερές. Σε αυτές τις περιπτώσεις οι εξισώσεις της ροής και μεταφοράς μάζας μπορούν να επιλυθούν ανεξάρτητα.

Σε πολλά (ή στα περισσότερα) προβλήματα μεταφοράς θερμότητας οι θερμοκρασιακές βαθμίδες είναι σημαντικές, με αποτέλεσμα οι θερμοκρασιακές μεταβολές επηρεάζουν τις ιδιότητες του ρευστού. Το υδραυλικό πρόβλημα δεν είναι ανεξάρτητο από το πρόβλημα μεταφοράς θερμότητας: οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν τα δύο φαινόμενα πρέπει να λυθούν ταυτόχρονα και το πρόβλημα είναι «πεπλεγμένο».

Στην πράξη οι εξισώσεις λύνονται με χρήση μεθόδων αριθμητικής ανάλυσης επαναληπτικά:

Για την επίλυση της εξίσωσης ροής (θερμότητας) χρησιμοποιούνται οι τιμές της θερμοκρασίας (πεδίου ροής) οι οποίες είναι διαθέσιμες από την τελευταία επανάληψη. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

Κάνοντας π.χ. έναν αριθμό απλοποιητικών παραδοχών, οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν τις διεργασίες σε έναν είναι οι παρακάτω:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu}(\nabla p - \rho \vec{g})$$

$$(\rho c)_0 \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{V} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\vec{\lambda}_0 \cdot \nabla T)$$

$$\rho = \rho(T)$$

$$\mu = \mu(T)$$

Η επεξήγηση των συμβολισμών δίνεται παρακάτω:

Ονομασίες μεταβλητών

T: θερμοκρασία (μέση τιμή σε έναν Αντιπροσωπευτικό στοιχειώδη όγκο -A.Σ.Ο. - Representative Elementary Volume R.E.V.)

\vec{v} : μέση ταχύτητα διήθησης

$\vec{\lambda}_0$: τανυστής θερμικής διασποράς

k: γεωμετρική διαπερατότητα του πορώδους μέσου

p: πίεση

μ : δυναμικό ιξώδες

ρ : πυκνότητα

c: ειδική θερμοχωρητικότητα (specific heat per unit volume)

ρc : θερμοχωρητικότητα (specific heat)

Ονομασίες δεικτών

f: μέση τιμή (σε έναν ΑΣΟ) των ιδιοτήτων του ρευστού

0: μέση τιμή (σε έναν ΑΣΟ) των ιδιοτήτων του πορώδους μέσου (μέση τιμή της ρευστής και της στερεής φάσης)

Είναι προφανές ότι πρέπει να γραφούν εξισώσεις για τη μεταφορά της θερμότητας και στους αδιαπέρατους σχηματισμούς οι οποίοι περικλείουν το γεωθερμικό ρευστό.

Σε αυτούς δεν λαμβάνει χώρα συναγωγή παρά μόνο θερμική διάχυση.

Από τεχνική άποψη η επίλυση των διαφορικών εξισώσεων παρουσιάζει μεγάλες δυσκολίες (πολύ πιο σημαντικές από την επίλυση των «κλασικών» εξισώσεων της υπόγειας υδραυλικής).

Παρόλα αυτά πρέπει κανείς να λάβει υπόψη του ότι ισχύουν κάτω από τις παρακάτω προϋποθέσεις:

1. **Μόνιμη ροή.** Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει να ληφθεί υπόψη στην εξίσωση της συνέχειας η μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου ρευστού συναρτήσει του χρόνου.
2. **Ισχύς της υπόθεσης του Ισοδύναμου Συνεχούς Μέσου** (Σε πολλές περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος στις οποίες η λαμβάνει χώρα σε έναν περιορισμένο αριθμό ρωγμών, η ροή σε κάθε μία από τις ρωγμές πρέπει να εξεταστεί χωριστά
3. **Η ροή είναι μονοφασική.** Σε περίπτωση π.χ. συνύπαρξης νερού και ατμού, πρέπει να περιγραφεί η ροϊκή συμπεριφορά της κάθε φάσης με χωριστή εξίσωση.
4. **Θερμική ισορροπία μεταξύ του ρευστού και του στερεού σκελετού.** Στην περίπτωση που στον ίδιο Α.Σ.Ο. ο μέσος όρος της θερμοκρασίας στο ρευστό και στον στερεό σκελετό διαφέρουν σημαντικά, πρέπει να εισαχθούν ξεχωριστές εξισώσεις για την περιγραφή της μεταβολής της θερμοκρασίας στη στερεά και στην ρευστή φάση.
5. **Υδραυλική ισορροπία στον Α.Σ.Ο.** Η παραπάνω συνθήκη είναι δυνατόν να μην ισχύει όταν υπάρχουν ομάδες διακένων με διακριτά χαρακτηριστικά (εύρος και προσανατολισμός). Στις περιπτώσεις αυτές πρέπει να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση του πολλαπλού πορώδους
6. **Το μέσο είναι ισοτροπικό.** Η συνθήκη αυτή επέτρεψε να εκφράσουμε την διαπερατότητα του μέσου με ένα βαθμωτό μέγεθος. Στην περίπτωση ανισοτροπίας η διαπερατότητα πρέπει να εκφραστεί σαν τανυστής
7. **Ισχύς του νόμου του Darcy.** Κριτήριο για την ισχύ της συνθήκης αυτής είναι ο αριθμός Reynolds, εκφρασμένος με βάση την διάμετρο των κόκκων. Η ροή μπορεί να προσομοιωθεί με μία γραμμική εξίσωση για αριθμούς Reynolds 1-10
8. **Ισχύς των ισοδύναμων νόμων Fourier-Fick στην μακροκλίμακα** Στην περίπτωση αυτή η (μακροσκοπική) ροή θερμότητας λόγω διασποράς είναι γραμμική συνάρτηση της βαθμίδας θερμοκρασίας. Θεωρητικές μελέτες και πειράματα πεδίου έδειξαν ότι σε αρκετές περιπτώσεις η υπόθεση αυτή δεν ισχύει. Η μη πλήρωση της συνθήκης επιβάλλει την χρήση εναλλακτικών προσεγγίσεων για την προσομοίωση του φαινομένου της διασποράς.
9. **Μη αλλοίωση των γεωμετρικών και υδραυλικών χαρακτηριστικών του υδροφορέα από φυσικοχημικές διεργασίες.** Όπως ήδη αναφέραμε, η αυξημένη θερμότητα του ρευστού είναι ευνοϊκός παράγοντας για τις χημικές αντιδράσεις μεταξύ των γεωρευστών και των γεωλογικών υλικών τα οποία αποτελούν τον στερεό σκελετό του υδροφορέα. Κατά κανόνα το παραπάνω φαινόμενο είναι σημαντικό για μελέτες με μακροχρόνιους ορίζοντες πρόβλεψης.

10. Μη αλλοίωση των γεωμετρικών και υδραυλικών χαρακτηριστικών του υδροφορέα από μηχανικές διεργασίες. Είναι γνωστό το ότι η ύπαρξη θερμοκρασιακών βαθμίδων είναι δυνατόν να επιφέρει θραύση. Στο πρόβλημα που εξετάζουμε μας ενδιαφέρει η αλλοίωση της υδραυλικής συμπεριφοράς του υδροφορέα από την δημιουργία πρόσθετων ρωγμών. Είναι επίσης γνωστό ότι η θερμοκρασία επηρεάζει το φαινόμενο της καθίζησης. Μαθηματικές περιγραφές των παραπάνω φαινομένων είναι διαθέσιμες στην διεθνή βιβλιογραφία.

Αν περισσότερες από μία από παραπάνω προσεγγίσεις δεν ισχύουν, πρέπει να ληφθεί υπόψη ένας συνδυασμός από τις τεχνικές προσομοίωσης που είχαμε αναφέρει πιο πάνω

Η σχέση μεταξύ της μέσης θερμοχωρητικότητα του πορώδους μέσου $(\rho c)_0$ σε ένα σημείο και της μέσης θερμοχωρητικότητα του ρευστού $(\rho c)_f$ της στερεάς φάσης $(\rho c)_s$ στο ίδιο σημείο και του πορώδους n δίνεται από την εξίσωση:

$$(\rho c)_0 = n(\rho c)_f + (1-n)(\rho c)_s$$

Κάνοντας έναν αριθμό από απλοποιητικές παραδοχές οι Sauty al. (1982a) το θερμό νερό το οποίο αποθηκεύεται στο υπέδαφος έχει κυλινδρικό σχήμα με ύψος το πάχος του υδροφορέα και ακτίνα η οποία δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$r = \frac{c_f}{c_s} \sqrt{\frac{Qt}{\pi B}}$$

όπου t ο χρόνος, Q η παροχή αποθήκευσης και B το πάχος του υδροφορέα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

Bear J. (1979) *Groundwater Hydraulics*. Mc Graw-Hill

De Marsily (1986) *Quantitative Hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers*. Academic Press. pp. 564

Domenico P.A. (1998) *Physical and Chemical Hydrogeology*

Κωτσοβίνος (2003) *Ρευστομηχανική*. Εκδόσεις Δ.Π.Θ.

2. ΚΙΝΗΣΗ ΝΕΡΟΥ ΣΤΟΥΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

2.1 ΚΛΑΣΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

Bear J. (1979) *Groundwater Hydraulics*. Mc Graw-Hill

De Marsily (1986) *Quantitative Hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers*. Academic Press. pp. 564.

2.2 ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΡΟΗ ΣΕ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

De Marsily (1986) *Quantitative Hydrogeology: Groundwater Hydrology for Engineers*. Academic Press. pp. 564.

Κωτσοβίνος (2003) *Ρευστομηχανική*. Εκδόσεις Δ.Π.Θ.

2.3 ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΦΡΕΑΤΩΝ

Bear J. (1979) *Groundwater Hydraulics*. Mc Graw-Hill

Domenico P.A. (1998) *Physical and Chemical Hydrogeology*

3. ΚΙΝΗΣΗ ΝΕΡΟΥ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΕ ΠΟΡΩΣΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

3.1 ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΣΕ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

Domenico P.A., Schwartz F. W.: (1998) Physical and Chemical Hydrogeology John Wiley & Sons Inc.

Fried, J. J. & Combarous M.A., (1971) Dispersion in porous media, *Adv. Hydrosci.*, **7**, 169

Kinzelbach W. 1986 Groundwater Modeling: An Introduction with Sample Examples in Basic, Elsevier New York

Koch, D. L. & Brady, J. F. (1985) Dispersion in fixed beds. *J. Fluid Mech.*, **154**, 399

Koch, D. L. & Brady, J. F. (1988) Anomalous Diffusion in heterogeneous porous media, *Physics of Fluids*, **31**, 965

Lenormand, R. & Wang, B. (1995) A stream tube model for miscible flow, part 2, Macrodispersion in porous media with long range correlation, *Transport in Porous Media*, **18**, 263

Moutsopoulos, K.N. & Koch, D. L. (1999) Hydrodynamic and boundary-layer dispersion in bidisperse porous media, *J. Fluid Mech.*, **385**, 359-379

Smith, L., & Schwartz F. W. (1980) Mass transport 1. stochastic analysis of macroscopic dispersion, *Water Res. Res.*, **16**, 303

Yortsos and Zeybek (1988) Dispersion, driven instability displacement in porous media.

3.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΒΙΟΧΗΜΙΚΩΝ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΩΝ ΣΕ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ ΚΑΙ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

3.2.1 ΧΗΜΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

Fabrial R., Sauty J.-P., and Ouzounian G. (1991) Coupling Geochemistry with particle tracking transport model. Migration 91, Jerez de la Frontera (Spain), 21-25 October 1991.

Yeh G.T. and Tripathi V.S. (1989) A critical evaluation of recent developments in hydrogeochemical transport models of reactive multichemical components. *Water Resour. Res.* **25** (1) 93-108

3.2.2 ΒΙΟΧΗΜΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΥΔΡΟΦΟΡΕΙΣ

Clement, T. P., Hooker B.S. and Skeen R. S. (1996), Numerical modeling of biological reactive transport near nutrient injection well, *J. Env. Engn.*, **122**, (9), 833-839.

Clement T. P., Peyton B. M., Skeen R.S., Jnnings D. A. Petersen J. N. (1997) Microbial growth and transport in porous media under denitrification conditions: experiments and simulations, **24**, 269-285.

Clement T.P., Sun, .Y., Hooker, B.S. and Petersen, J. N.: (1998) Modeling multi-species reactive transport in groundwater aquifers, *Spring, Groundwater Monitoring and Remediation*, **18** (2), 79-92.

Rifai H.S., Bedient P. (1990) Comparison of Biodegradation Kinetics with an Instantaneous Reaction Model for Goundwater, *Water Resources Research*

Sun Y., Petersen, J.N., Bear J., Clement, T.P, and Hooker B.S. (1999), Modeling Microbial Transport and Biodegedation in a Dual-Porosity System, *Transport in Porous Media*, **35**, 4965.

3.3 ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΖΩΝΩΝ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ ΥΔΡΟΓΕΩΤΡΗΣΕΩΝ

Kinzelbach & Rausch (1995): *Grundwassermodellierung Gebrueder Borntraeger. Berlin-Stuttgart.*

Κωτσοβίνος Ν. (2003) Ρευστομηχανική. *Εταιρεία Αξιοποίησης και διαχείρισης περιουσίας Δημοκρατείου Πανεπιστημίου Θράκης*,

3.4 ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΤΑ ΠΟΡΩΔΗ ΜΕΣΑ

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

Aifantis, E. C. and Beskos D.A.: (1980) Heat extraction from hot dry rocks, *7* (4), 165-172

Aifantis, E. C.: (1980) Further Comments on the problem of heat extraction from hot dry rocks, *4*, 229-226

Browne, P.R.L. (1978): Hydrothermal alteration in active geothermal fields In F.A. Donath, F.G. Stehli an G.A. Wetherli, *Ann. Rev. Earth Planet Sci.* **6** 229-250

Combarnous M. A. & Bories S.A. (1975) Hydrothermal Convection in saturated porous media. In V.T. Chow, (ed.) *advances in Hydroscience*. Academic Press, New York, v10 231-307

Domenico P.A., Schwartz F. W.: (1998) *Physical and Chemical Hydrogeology* John Wiley & Sons Inc.

Fabriol R., Sauty J.-P., and Ouzounian G. (1991) Coupling Geochemistry with particle tracking transport model. *Migation 91*, Jerez de la Frontera (Spain), 21-25 October 1991.

Palciauskas, V. V. & Domenico P.A.: 1982 Characterization of drained and undrained response of thermally loaded repository rocks. *Water Resources Res.* **18** 281-290

Sauty, J.-P. et. al.: 1982a Sensible energy storage in aquifers. Part I theoretical Study. Water Resources Res., **18**, 245-252

Sauty, J.-P. et.al.: 1982b Sensible energy storage in aquifers. Part II Field Experiments and Comparison with Theoretical Results. Water Resources Res., **18**, 253-265.

Sauty J.-P., Menjot A., Ausseur J.Y., Vauclin M., Dewiere L. Plas F. (1991) Computing the temperature field in the vicinity of radioactive waste depository in a deep geological formation of low permeability. Communication to the 1991 International Seminar on Heat and Mass Transfer in Porous Media, Dubrovnik, Yugoslavia, May 20-24, 1991

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

Γκανούλης Ι. (1983) Ηλιογεωθερμία: Σημαντική Πηγή ενέργειας για τη χώρα μας. Οικολογία και περιβάλλον **7**, 74-80

Γκανούλης Ι., Λατινόπουλος Π. και Δ. Τολίκας (1987) «Διαδικασία Σχεδιασμού Συστήματος Εκμετάλλευσης Γεωθερμικής Ενέργειας Χαμηλής Ενθαλπίας. Παράδειγμα Εφαρμογής», Τεχνικά Χρονικά, **7**(3), 87-101

Κατσιφάρακης Κ.Α.(1986) Βέλτιστη εκμετάλλευση γεωθερμικού πεδίου χαμηλής ενθαλπίας με σύστημα πηγαδιών. Διδακτορική διατριβή. Α.Π.Θ.

Κατσιφάρακης Κ.Α., Λατινόπουλος Π.Δ. (1998) Γεωθερμική Ενέργεια: Μία σημαντική ενεργειακή πηγή για την Ελλάδα, Κτίριο, 23-32

4. ΕΙΔΙΚΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΤΗΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΕΩΝ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΑΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΑΣ ΥΔΡΟΓΕΩΛΟΓΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Dou C., Woldt W., Bogardi I., and Dahab M. (1997a) Numerical solute transport simulation using fuzzy sets approach. Journal of Contaminant Hydrology **27**, 107-126

Dou C., Woldt W., Dahab M. and Bogardi I.,(1997b) Transient Ground-Water Simulation Using a Fuzzy Set approach. Ground Water **35** (2) 205-215

Ganoulis, J., Mpipas H. and Anagnostopoulos P. (1995) 'Coastal Water Management using Fuzzy Arithmetic' Proc. IEEE. *Workshop on Nonlinear Signal Image Processing II* 1015-1028

Kinzelbach W. 1986 Groundwater Modeling: An Introduction with Sample Examples in Basic, Elsevier New York

Turksen 1991 Measurements of membership functions and their acquisition. Fuzzy Sets Syst, 40(1), 5-34

Μπίμπας (1998)Αριθμητική διερεύνηση διασποράς ρυπαντών με προσεγγιστική λογική. Διδακτορική διατριβή (Α.Π.Θ).