

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν εγχειρίδιο προβλημάτων για τα Μαθηματικά των Ε' και Στ' τάξεων του Δημοτικού Σχολείου, αποτελεί ένα βοήθημα για τον δάσκαλο που καλείται να διδάξει σε σχολικές τάξεις οι οποίες απαρτίζονται από μη αμιγές μαθητικό υλικό και πιο συγκεκριμένα σε σχολικές τάξεις όπου σε μεγάλο ή μικρό αριθμό συμμετέχουν και τσιγγανόπαιδες μαθητές.

Λαμβάνοντας υπόψη μας τις ιδιαιτερότητες των τσιγγανοπαίδων, αλλά και την ανάγκη τους για ομαλή και αρμονική συνύπαρξη και αλληλεπίδραση με το σύνολο της μαθητικής κοινότητας, διαμορφώσαμε το εγχειρίδιο αυτό προκειμένου να δώσουμε την δυνατότητα στο δάσκαλο να επιλέγει προβλήματα για περισσότερη εξάσκηση και ευκολότερη εμπέδωση των μαθητών πάνω σε θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες. Τα προβλήματα είναι τέτοια, ώστε να διευκολύνουν τους μαθητές στην κατανόηση εννοιών, μιας που κατασκευάστηκαν εφόσον είχε ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι οι τσιγγανόπαιδες μαθητές μπορεί μεν να ανήκουν σε μια διαφοροποιημένη εθνοπολιτισμικά ομάδα θα πρέπει όμως να τους δίνεται η ευκαιρία να συμμετέχουν ενεργά στο ρυθμό της σχολικής τάξης διατηρώντας παράλληλα τη δική τους πολιτισμική ταυτότητα μέσα σε ένα ευρύτερο πλαίσιο κοινά αποδεκτών αξιών, πρακτικών και διαδικασιών.

Είναι γνωστό πως η ελληνική κοινωνία και κατ' επέκταση και το ελληνικό σχολείο, ακολουθώντας τις κοινωνίες όλων των χωρών της Ευρώπης, είναι πλέον πολυπολιτισμικό. Απαρτίζεται από μαθητές ποικίλων εθνοπολιτισμικών ομάδων που συνυπάρχουν και αλληλεπιδρούν και στους οποίους ο εκπαιδευτικός καλείται να μεταδώσει ποικίλα είδη γνώσεων καλλιεργώντας παράλληλα και τις δεξιότητες τους. Στην περίπτωση των τσιγγανοπαίδων, το σχολείο έχει την υποχρέωση να παρέχει σε όλα τα παιδιά ένα ασφαλές μαθησιακό περιβάλλον, στο οποίο η εκπαιδευτική διαδικασία δεν θα εμποδίζεται από ρατσιστικές στάσεις και συμπεριφορές. Το δικαίωμα όλων των παιδιών για ποιότητα στην εκπαίδευση είναι βασικό δικαίωμα που κάθε ευνομούμενη πολιτεία πρέπει να διασφαλίζει. Ένα εθνοκεντρικό πρόγραμμα για παράδειγμα, θα εξέγειρε κατά την εφαρμογή του, αντιδράσεις από τις ομάδες οι οποίες αισθάνονται ότι η ιστορία, η γλώσσα και ο πολιτισμός τους αποκλείονται από την κανονική εκπαιδευτική διαδικασία. Ένα τέτοιο πρόγραμμα, όχι μόνο θα δημιουργούσε ακόμα περισσότερο μειονεκτικές περιθωριοποιημένες ομάδες, αλλά θα οδηγούσε και τις ομάδες αυτές να απαιτούν χωριστή εκπαίδευση, κάτι που συνιστά σαφώς και άρνηση της διαπολιτισμικής προσέγγισης με συνέπεια την άνιση εκπαίδευση στα πλαίσια της σχολικής κοινότητας και την άνιση κοινωνική ένταξη στα πλαίσια της ζωής.

Να σημειωθεί βεβαίως στο σημείο αυτό, πως αν η χρησιμοποίηση διαπολιτισμικών προγραμμάτων είναι αναγκαία, η αποκλειστική έμφαση σε αυτά αποτελεί στενή αντίληψη που δε θα μείωνε σημαντικά τη θεσμική προκατάληψη, τη διάκριση και το ρατσισμό. Η μείωση των προκαταλήψεων προϋποθέτει παρέμβαση στο επίπεδο των θεσμών ή μεταρρύθμιση όλων των σημαντικών πλευρών του σχολείου συμπεριλαμβανομένων των κανόνων, των σχέσεων εξουσίας, του πολιτισμού του σχολείου, της λεκτικής επικοινωνίας ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές, του σχολικού προγράμματος, των στάσεων έναντι των γλωσσών των μαθητών, των προγραμμάτων συμβουλευτικής και αξιολόγησης κτλ. Οι λανθάνουσες ή κρυφές αξίες σε ένα θεσμό όπως το σχολείο έχουν συνήθως μεγαλύτερη επίδραση στις στάσεις και τις αντιλήψεις των μαθητών από ό,τι ένα τυπικό μάθημα διδασκαλίας. Παιδαγωγοί και εκπαιδευτικοί που έχουν εργασθεί για την αλλαγή του σχολικού προγράμματος γνωρίζουν ότι αναπτύσσοντας στους εκπαιδευτικούς νέες δεξιότητες, προσφέροντας τους παράλληλα και νέο υλικό, αλλά τοποθετώντας τους σε θεσμικά περιβάλλοντα των οποίων οι κανόνες είναι αντίθετοι και δεν ενθαρρύνουν την χρησιμοποίηση των νέων δεξιοτήτων και του νέου υλικού, οδηγούν συνήθως στην

απογοήτευση και την αποτυχία. Έτσι, οποιαδήποτε προσέγγιση για σχολική αλλαγή έχει πιθανότητες να επιτύχει μόνο όταν εστιάζεται σε όλα τα κύρια στοιχεία του σχολικού περιβάλλοντος. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να παρεμβαίνει και να βοηθά τους μαθητές του να μειώσουν τις προκαταλήψεις τους και να αναπτύξουν θετικότερες στάσεις και συμπεριφορές έναντι οποιονδήποτε διαφοροποιημένων εθνοπολιτισμικά ομάδων και στη συγκεκριμένη περίπτωση έναντι των τσιγγανοπαίδων.

Το παρόν λοιπόν βοήθημα, τονίζουμε πως δεν έρχεται να καταργήσει το υπάρχον διδακτικό υλικό των Μαθηματικών, όπως αυτό δίνεται από το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα, αλλά να δράσει συμπληρωματικά και βοηθητικά για το δάσκαλο που επιθυμεί να συμπληρώσει το μάθημά του με προβλήματα που στοχεύουν στην ανακάλυψη νέων γνώσεων ή εννοιών, προβλήματα εφαρμογής, σύνθεσης ή ολοκλήρωσης, σύγκρισης, μοντελοποίησης, ανοιχτά κ.ά. Τα προβλήματα αυτά θα βοηθήσουν το σύνολο της πολιτιστικά διευρυμένης σχολικής τάξης και διαρθρώνονται σε έντεκα κεφάλαια, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα περιεχομένων, καθένα από τα οποία είναι χωρισμένο σε υποκεφάλαια και κατηγορίες, ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους.

Προσπαθήσαμε στον περιορισμένο χώρο του εγχειριδίου αυτού να συμπτύξουμε την, πραγματικά, τεράστια ύλη των Μαθηματικών των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού Σχολείου και να περιλάβουμε όσο το δυνατό περισσότερες περιπτώσεις επίλυσης προβλημάτων. Δομήσαμε το βιβλίο κατά τέτοιο τρόπο που να αποτελέσει εύχρηστο εργαλείο στα χέρια του διδάσκοντος, τόσο μέσα στην τάξη στα πλαίσια της ενισχυτικής και εξατομικευμένης διδασκαλίας, όσο και στο σπίτι για περαιτέρω εξάσκηση.

Η όλη προσέγγιση της ύλης βασίστηκε στην αρχή της διαθεματικότητας, προκειμένου να διευκολυνθεί η μάθηση των μικρών μαθητών, αλλά και να αναβαθμιστεί αυτή ποιοτικά. Η διδακτική προσέγγιση των προβλημάτων που περιγράφονται μπορεί να δοθεί με την συνεξέταση και άλλων επιστημών. Για παράδειγμα το θέμα π.χ. των προβλημάτων της προσθαφαίρεσης δεκαδικών αριθμών, μπορεί να δοθεί και με παραδείγματα από την τεχνολογία ή με αναφορές στην ιστορία, την γεωγραφία, κ.ά. προκειμένου να αποφευχθεί η κατάτμηση της πραγματικότητας σε διδακτικά αντικείμενα και ξεχωριστά μαθήματα, αλλά να εξεταστεί κάθε θεματική ενότητα από όλες τις δυνατές πλευρές (βλ. Βαρνάβα – Σκούρα 1989, τ.3, σ.1380).

Ως αρχή η διαθεματική προσέγγιση είναι κοντά όχι μόνο στην παιδική αντίληψη, που δυσκολεύεται να κατανοήσει την κατάτμηση της γνώσης σε επιμέρους επιστημονικούς κλάδους, αλλά και στην ίδια την πραγματικότητα, η οποία παρά την πολυπλοκότητά της παρουσιάζει μια αδιάσπαστη ενότητα.

ΣΚΟΠΟΙ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Μέσα στην πορεία της ανθρώπινης ιστορίας τα Μαθηματικά αποτελούν έναν απέραντο κόσμο αρμονίας, θαυμάτων και εκπλήξεων καθώς πορεύονται συντροφικά με τον άνθρωπο, προσφέροντας του πνευματική και ψυχική καλλιέργεια, συμβάλλοντας στην ολοκλήρωση και εξέλιξη του. Δεν υπάρχει εποχή και περιοχή της Γης που να καμαρώνει για την πρόοδο και τον πολιτισμό της, χωρίς να παραδέχεται την σημαντικότητα της συμμετοχής των Μαθηματικών στην πορεία αυτή.

Ταυτόχρονα, βέβαια, αποτελεί γεγονός ότι τα Μαθηματικά είναι από τα λιγότερο δημοφιλή μαθήματα των σχολείων. Σκοτεινά και πολύπλοκα, άχαρα και ανιαρά, αφηρημένα και απωθητικά εμφανίζονται σε πολλούς μαθητές, που τα βλέπουν σαν φυλακή που εγκλωβίζει όλη την ζωντάνια της νεανικής τους ζωής. Γιατί άραγε αυτή η απέχθεια τόσων μαθητών προς ένα μάθημα με αναμφισβήτητη παιδευτική και κοινωνική αξία και προσφορά; Ευθύνεται ίσως για αυτό η ελλιπής ή ανύπαρκτη ενημέρωση γονιών και μαθητών για την

αξία τους; Μήπως δε δίνεται η προσοχή που θα έπρεπε στην επιλογή της ύλης, στον τρόπο προσφοράς της, στη μόρφωση και επιμόρφωση του δασκάλου που καλείται να τα διδάξει; Μήπως γενικά το μάθημα των Μαθηματικών δεν έχει τη θέση που επιβάλλεται να έχει μέσα στην όλη δομή των αναλυτικών προγραμμάτων και της εκπαίδευσης γενικότερα; Στο σημείο αυτό θα σταθούμε για λίγο προκειμένου να εξετάσουμε τους λόγους για τους οποίους διδάσκονται σήμερα τα Μαθηματικά σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης και πιο συγκεκριμένα της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, ποιοι είναι δηλαδή οι σκοποί της διδασκαλίας τους.

Συνοπτικά θα λέγαμε πως τα Μαθηματικά εξυπηρετούν τρεις κατηγορίες σκοπών, πρακτικούς, μορφωτικούς και πολιτισμικούς.

Α. Πρακτικοί σκοποί: Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται οι σκοποί που αναφέρονται στην άμεση ή έμμεση χρησιμότητα που μπορούν να έχουν οι μέθοδοι, οι διαδικασίες και οι τεχνικές των Μαθηματικών, τόσο για το ίδιο το άτομο όσο και για την κοινωνία. Οι πρακτικοί σκοποί της μαθηματικής εκπαίδευσης επιτυγχάνονται μέσω της μάθησης βασικών αλγεβρικών πράξεων και της εξάσκησης σε υπολογισμούς, μέσω της μάθησης σχεδιασμού γεωμετρικών σχημάτων, ώστε να μπορεί κάποιος να αναπαριστά γραφικά το χώρο που μας περιβάλλει, μέσω της απόκτησης της ικανότητας ερμηνείας των γραφικών παραστάσεων και τέλος, μέσω της απόκτησης ενός επιστημονικού τρόπου σκέψης και αντιμετώπισης πραγματικών καταστάσεων, μιας που η μαθηματική επιστήμη αναπτύσσει την κρίση, τη φαντασία, αλλά και την ικανότητα αξιολόγησης, κυρίως κατά την προσπάθεια επίλυσης των προβλημάτων.

Β. Μορφωτικοί σκοποί: Εδώ εντάσσονται οι σκοποί εκείνοι της μαθηματικής εκπαίδευσης, οι οποίοι συμβάλλουν στο σχηματισμό ορισμένων στάσεων και δεξιοτήτων. Οι μορφωτικοί σκοποί μπορούν να επιτευχθούν με την εκμάθηση και σωστή χρήση της αυστηρά δομημένης γλώσσας των Μαθηματικών, προκειμένου να αποκτήσουν οι μαθητές θετικές στάσεις ζωής, όπως ακρίβεια, σαφήνεια, πειθαρχία, κ. ά. Επιπλέον, όταν η μέθοδος διδασκαλίας του μαθηματικού αντικείμενου δεν προσφέρει έτοιμη γνώση, αλλά βοηθάει τους μαθητές να την ανακαλύψουν μόνοι τους μέσω παρατήρησης, εξερεύνησης, ανίχνευσης των νόμων και κανόνων που διέπουν τα Μαθηματικά και αναγνώρισης κοινών σχέσεων σε διαφορετικά πεδία, τότε αναπτύσσονται στα άτομα ικανότητες καθαρής λογικής σκέψης, σωστής κρίσης και ικανότητες αναγνώρισης λογικών σχέσεων μεταξύ ανεξάρτητων γεγονότων.

Γ. Πολιτισμικοί σκοποί: Στην κατηγορία αυτή συμπεριλαμβάνονται οι σκοποί εκείνοι που συμβάλλουν στην αναγνώριση της αξίας των Μαθηματικών ως διανοητικού, ηθικού, αισθητικού, πνευματικού και γενικά πολιτισμικού αγαθού. Οι πολιτισμικοί αυτοί σκοποί πραγματοποιούνται όταν οι μαθητές γίνονται γνώστες της ιστορικής εξέλιξης των Μαθηματικών, ώστε να συνειδητοποιούν την ευρύτητα και τη δυναμική τους, καθώς και το ρόλο που αυτά έχουν παίξει στη διαμόρφωση της κοινωνίας και όταν επιπλέον τα παιδιά καθίστανται ικανά να αναγνωρίζουν την ομορφιά και τη συμμετρία των σχημάτων της φύσης, κυρίως μέσω των μαθημάτων της Γεωμετρίας.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε πως οι παραπάνω σκοποί της μαθηματικής εκπαίδευσης διαφέρουν από χώρα σε χώρα. Εξαρτώνται κάθε φορά από το κοινωνικό, οικονομικό, πολιτικό και πολιτισμικό υπόβαθρο της κάθε εθνότητας.

ΣΤΟΧΟΙ

Αν ο σκοπός είναι η αιτία που διδάσκουμε τα Μαθηματικά, τότε ο στόχος θα είναι μια συγκεκριμένη δεξιότητα που πρέπει να αναπτύξουν οι μαθητές μας μετά από τη διδασκαλία μιας ενότητας.

Οι στόχοι της διδασκαλίας των Μαθηματικών είναι σαφείς και παρουσιάζονται ιεραρχημένοι στο Πρόγραμμα Σπουδών του ΥΠΕΠΘ.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Ως γνωστό, τα Μαθηματικά έχουν απόλυτη συνέχεια. Ο μαθητής δεν μπορεί να προχωρήσει αν δεν κατέχει την προηγούμενη ύλη. Πρέπει, όχι απλά να γνωρίζει τις βασικές μαθηματικές έννοιες και ιδιότητες, αλλά και να μπορεί να τις χρησιμοποιεί για να επιλύει μαθηματικά προβλήματα. Η μόνη περίπτωση που απαιτείται απομνημόνευση στα Μαθηματικά (πίνακας πολ/σιασμού, τύποι) είναι για να εκτελεί γρηγορότερα τις πράξεις.

Για να πετύχει η οποιαδήποτε διδασκαλία θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τους φυσικούς όρους ανάπτυξης του παιδιού και κυρίως τη διανοητική του δομή και τις αντιληπτικές ικανότητές του. Γι' αυτό θα πρέπει ο δάσκαλος να γνωρίζει τις βασικές θεωρίες μάθησης (μπιχεβιορισμός, αναπτυξιακή, του ολομορφικού πεδίου, της επεξεργασίας πληροφοριών, των ιεραρχιών μάθησης, της ανακάλυψης, του κονστρουκτιβισμού) και να προσαρμόζει αναλόγως τη διδασκαλία του.

Επειδή οι μαθηματικές γνώσεις και έννοιες παραμένουν αναλλοίωτες, δεν είναι απαραίτητη η πλήρης απομάκρυνση από την παραδοσιακή διδασκαλία. Θα πρέπει όμως να εμπλουτίζεται, ώστε να αποφεύγεται η ξερή γνώση, να προσφέρει τις έννοιες ως κάτι φυσικό, βγαλμένο από τη γύρω πραγματικότητα και να δίνει έμφαση, όχι στην ποσοτική, αλλά στην ποιοτική προβολή της μαθηματικής γνώσης, ώστε να καλλιεργήσει στο μαθητή έναν τρόπο σκέψης ιδιαίτερα ευλύγιστο και αποτελεσματικό που θα βρίσκει εφαρμογή σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας.

Ο δάσκαλος μπορεί να δώσει στους μαθητές το πρόβλημα και να τους ζητήσει να το διαβάσουν προσεχτικά για να καταλάβουν τι ζητάει. Θα ακολουθήσει συζήτηση με σκοπό τη σταθεροποίηση και επέκταση της μαθηματικής γνώσης, με εδραίωση της νέας πάλω στην παλιά. Η συζήτηση θα μεθοδευτεί έτσι, ώστε να φέρει τους μαθητές μπροστά σε μια προβληματική κατάσταση που θα ενεργοποιήσει τη λογική και κριτική σκέψη και θα οδηγήσει στην εξεύρεση μεθόδου αντιμετώπισης.

Οι μαθητές επιλέγουν τις πράξεις που θα οδηγήσουν στην επίλυση, εξηγώντας το “γιατί”. Σε ορισμένα προβλήματα καλό θα ήταν να ζητηθεί η διαδικασία αυτή γραπτώς, για να συνηθίσουν οι μαθητές να αποτυπώνουν διαδοχικά τα λογικά διαβήματα που θα τα οδηγήσουν στην ανακάλυψη και εντέλει στην αφομοίωση, που είναι και ο στόχος της διδασκαλίας. Προτείνουμε αυτό να μη γίνεται συχνά, γιατί καταντά ανιαρό και δημιουργεί στάσεις άρνησης και υπεκφυγής.

Στη συνέχεια θα προχωρήσουν στην εκτέλεση των αλγοριθμικών πράξεων και, για πλήρη κατανόηση, στη διατύπωση της απάντησης στο ζητούμενο. Στη Γεωμετρία συστήνουμε να γράφεται πρώτα ο γεωμετρικός τύπος.

Σημαντικό είναι να έχουν οι μαθητές τη δυνατότητα αυτοδιόρθωσης, γι' αυτό τους συνηθίζουμε να ελέγχουν προσεχτικά τη λύση.

Και αφού, σύμφωνα με τον Kilpatrick, δεν έχει γίνει διδασκαλία, εφόσον ο μαθητής δεν έμαθε, στο τέλος της διαδικασίας ο δάσκαλος είναι απαραίτητο να αξιολογεί το έργο του, ώστε αν δεν πέτυχε, αφού διαγνώσει τις αιτίες, να επιλέξει άλλη διδακτική προσέγγιση.

Όλα αυτά βέβαια είναι ενδεικτικά. Ο δάσκαλος που γνωρίζει τις δυνατότητες και τις προτιμήσεις των μαθητών του, θα βρει προσφορότερο τρόπο να κάνει τη διδασκαλία του ευκολότερη, ευχάριστη και αποδοτική.

Η ουσιαστική μάθηση του μαθηματικού αντικειμένου είναι από τις πιο πολύπλοκες διαδικασίες και για να επιτευχθεί πρέπει να πληρούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

Να υπάρχει θέληση και ενδιαφέρον από την πλευρά των μαθητών προς το αντικείμενο της μάθησης. Οι μαθητές δείχνουν αυτοπεποίθηση και ικανότητα, όταν ο δάσκαλος

διακατέχεται από αυτοπεποίθηση και επάρκεια για μια τέτοια διδασκαλία. Ο ρόλος του είναι να προσαρμόσει το αντικείμενο αυτό στις ανάγκες, τα ενδιαφέροντα, τις κλίσεις και τις ικανότητες των μαθητών προκειμένου να τα παρακινήσει να δώσουν προσοχή και έμφαση στο υπό διδασκαλία αντικείμενο.

Το υλικό μάθησης θα πρέπει να είναι ανάλογο προς τις πνευματικές και νοητικές ικανότητες του μαθητή. Το παιδί μαθαίνει ουσιαστικά όταν η γνώση που καλείται να αποκτήσει βρίσκεται σε ισορροπία με το στάδιο της νοητικής του ανάπτυξης.

Και επειδή “μαθαίνω” δε σημαίνει οπωσδήποτε και “κατανοώ”, θα πρέπει, μέσα από καθημερινές καταστάσεις ή με απλά υλικά να μετασχηματίζει τις σχέσεις των δεδομένων, να επινοεί και να παράγει νέες. Στα πλαίσια λοιπόν της διαθεματικότητας το παιδί θα μπορούσε να κατασκευάσει στο μάθημα της χειροτεχνίας αντικείμενα που θα το βοηθήσουν να λειτουργήσει κάτω από πραγματικές συνθήκες για την πληρέστερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών π.χ. αριθμογραμμή, αριθμητήριο, μέτρο, ζυγαριά, επίπεδα ή στερεά σχήματα με χαρτόνι, σπέρτα ή ζυμαρικά, πλαστελίνη κλπ.

Όπως είδαμε, η μάθηση είναι μια διαδικασία αναδιοργάνωσης της προηγούμενης γνώσης και κατασκευής της καινούργιας. Για να μάθει το παιδί, είναι πολύ σημαντικό αυτή η διαδικασία τροποποίησης να γίνεται μέσα από εμπειρίες σχετικές με το αντικείμενο μάθησης

Η ενεργητική συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία μάθησης είναι από τις πλέον σημαντικές προϋποθέσεις για την επίτευξή της. Για το λόγο αυτό πρέπει να υπάρχει ελευθερία σκέψης και έκφρασης, καλή σχέση ανάμεσα στο παιδί και το δάσκαλο, κατάλληλη ατμόσφαιρα και ευχάριστο κλίμα μέσα στη σχολική αίθουσα όπου με ηρεμία, ησυχία και άνεση εκφράζεται και ενθαρρύνεται κάθε σκέψη και πράξη του παιδιού.

Η προσφερόμενη προς μάθηση γνώση, θα πρέπει να είναι ξεκάθαρη και να παρουσιάζεται από τον δάσκαλο χωρίς την ανάμειξη της με άλλες πληροφορίες, που ενδεχομένως δημιουργήσουν σύγχυση στους μαθητές.

Ο προσωπικός τρόπος και ρυθμός μάθησης του κάθε παιδιού θα πρέπει πάντα να λαμβάνεται υπόψη από τον δάσκαλο που επιθυμεί να διδάξει αποτελεσματικά. Όλοι οι μαθητές πρέπει να ενθαρρύνονται και να ενισχύονται θετικά σε κάθε τους προσπάθεια.

Τέλος η επανάληψη αποτελεί βασικότατο στοιχείο για την ουσιαστική μάθηση. Μέσω αυτής, οι γνώσεις διατηρούνται για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα στη μνήμη των μαθητών και εντέλει γίνονται μόνιμες και σταθερές.

Η συγγραφική ομάδα

Βιβλιογραφία

- Ανθούλια, Τ. (2001). *Βοηθείστε τα παιδιά σας στα Μαθηματικά*. Αθήνα: Λιβάνης
- Βαρνάβα-Σκούρα, Τζ. (1989). Διαθεματική προσέγγιση στη διδασκαλία. *Παιδαγωγική & Ψυχολογική Εγκυκλοπαίδεια* (τ. 3). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Δημητρακόπουλος, Δ. (2000). *Καινοτόμες προσεγγίσεις των μαθηματικών-Διδακτική των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο*. Θεσσαλονίκη: Προμηθεύς.
- Εξαρχάκος, Θ.Γ. (1988). *Διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Hughes, M. (1996). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών – Δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Ζαβλανός, Μ. (1987). *Διδακτική φυσικών επιστημών*. Αθήνα: Ίων.
- Καλαβάσης, Φ.& Μεϊμάρης, Μ.(1997). *Θέματα διδακτικής μαθηματικών ΙΙΙ-(Διδακτική μαθηματικών και νέες τεχνολογίες)*. Αθήνα: Gutenberg.
- Κολέζα, Ε. – Μακρή, Κ- Σουρλάς, Κ.(1999). *Θέματα διδακτικής των μαθηματικών-Διδακτικοί στόχοι-Ταξινομίες –Δραστηριότητες*. Αθήνα: Gutenberg.
- Κολιάδης, Ε.Α. (2002). *Γνωστική ψυχολογία, γνωστική νευροεπιστήμη και εκπαιδευτική πράξη*. Αθήνα: Ίδιον.
- Κοσύβας, Γ. (1996). *Η πρακτική του ανοιχτού προβλήματος στο δημοτικό σχολείο*. Αθήνα:Gutenberg.
- Μάρκου, Γ.Π. (1996). *Η πολυπολιτισμικότητα της ελληνικής κοινωνίας: Η διαδικασία διεθνοποίησης και η αναγκαιότητα της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης*. Αθήνα: ΥΠ.Ε.Π.Θ./Γ.Γ.Λ.Ε.
- Μάρκου, Γ.Π. (1998). *Προσεγγίσεις της πολυπολιτισμικότητας και η διαπολιτισμική εκπαίδευση – Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών*. Αθήνα: ΥΠ.Ε.Π.Θ./Γ.Γ.Λ.Ε.
- Ματσαγγούρας, Η.Γ. (2002⁵). *Στρατηγικές διδασκαλίας – Η κριτική σκέψη στη διδακτική πράξη*. Αθήνα: Gutenberg.
- Μπούφη, Α.(1995).*Διδακτική μαθηματικών ΙΙ*. Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών-ΠΤΔΕ
- Σάλαρη, Μ.Κ. (χ.χ.). *Στοιχεία Διδακτικής των Μαθηματικών*. TeleMath - Η Ελληνική Μαθηματική Πύλη. Διαθέσιμο στον δικτυακό τόπο: www.telemath.gr/mathematical_teaching/mathematical_teaching_basics/basics.php (10/1/2004)
- Σαλβαρά, Γ. (1990). *Διδακτική μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο*. Αθήνα: Εκπ.Κωστέα-Γείτονα.
- Σφιγκάκη, Μ., & Χουντουμάδη, Α. (1995). *Συνδιαλλαγή νηπιαγωγού-παιδιού κατά τη διάρκεια μάθησης αριθμητικής αντιστοιχίας*. Αθήνα: Ίδρυμα Ερευνών Για Το Παιδί.
- Τερζοπούλου, Μ., & Γεωργίου, Γ. (1996). *Οι τσιγγάνοι στη Ελλάδα: Ιστορία – Πολιτισμός*. Αθήνα: ΥΠ.Ε.Π.Θ./Γ.Γ.Λ.Ε.
- Τουμάσης, Μ. (2000). *Σύγχρονη διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα:Gutenberg.
- ΥΠ.Ε.Π.Θ./Π.Ι. (2001). *Βλέπω το σημερινό κόσμο: «Πολυθεματικό» βιβλίο δημοτικού σχολείου για την Ευέλικτη Ζώνη*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.
- ΥΠ.Ε.Π.Θ./Π.Ι. (2001). *Οδηγός για την εφαρμογή της Ευέλικτης Ζώνης – Βιβλίο για το δάσκαλο*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.
- ΥΠ.Ε.Π.Θ./Π.Ι. (2002). *Βλέπω το σημερινό κόσμο: Δημιουργικές – διαθεματικές δραστηριότητες για την ευέλικτη ζώνη του δημοτικού σχολείου*. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.
- Hughes, M. (1996). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών-Δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg
- _____ (1996). *Τα Μαθηματικά στην Εκπαίδευση και την Κοινωνία-Πρακτικά 1^ο Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*. Αθήνα.
- _____ (2000). *Διεπιστημονική προσέγγιση των Μαθηματικών και της διδασκαλίας τους*. Επιμέλεια Καλαβάσης, Φ.- Μεϊμάρης, Μ. Πανεπιστήμιο Αιγαίου. Αθήνα: Gutenberg.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Πρόλογος	
Α΄ Ακέραιοι αριθμοί.....	1
Β΄ Κλασματικοί αριθμοί.....	15
Γ΄ Συμμιγείς αριθμοί.....	29
Δ΄ Αναγωγή στη μονάδα.....	34
Ε΄ Δεκαδικοί αριθμοί.....	38
Στ΄ Εξισώσεις.....	44
Ζ΄ Αναλογίες.....	48
Η΄ Μερισμός.....	59
Θ΄ Ποσοστά.....	64
Ι΄ Τόκος.....	80
ΙΑ Γεωμετρία.....	86
ΙΑ ₁ ΄ Περίμετρος.....	87
ΙΑ ₂ ΄ Εμβαδόν σχημάτων.....	93
ΙΑ ₃ ΄ Εμβαδόν στερεών.....	96
ΙΑ ₄ ΄ Όγκος.....	98
Λύσεις προβλημάτων.....	101

Α΄ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α₁΄ Προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης

1. Ο κ. Γιάννης έδωσε 4.800 € και αγόρασε ένα μεταχειρισμένο αυτοκίνητο. Ξόδεψε για την επισκευή του 1.750 € .Θέλει να κερδίσει 1.600 € . Πόσο πρέπει να το πουλήσει;

Λύση

Απάντηση:.....

2. Με τα στοιχεία του προηγούμενου προβλήματος να γράψεις και εσύ ένα αντίστροφο πρόβλημα, στο οποίο θα ζητάς το ποσό του κέρδους.

.....

3. Ένας έμπορος μεταχειρισμένων αυτοκινήτων αγόρασε ένα αυτοκίνητο. Ξόδεψε για την επισκευή του 1.080 € .Το πούλησε 9.500 € και κέρδισε 2.350 € . Πόσο το είχε αγοράσει;

Λύση

Απάντηση :

4. Οι εισπράξεις ενός κινηματογράφου ήταν την Παρασκευή 3.560 € , το Σάββατο 980 € **λιγότερα** από την Παρασκευή και την Κυριακή 370 € **περισσότερα** από την Παρασκευή. Πόσες ήταν οι συνολικές εισπράξεις του κινηματογράφου;

Λύση

Απάντηση:

5. Σε μια εκπαιδευτική περιφέρεια λειτουργούν τέσσερα Δημοτικά Σχολεία. Το α' έχει 235 μαθητές και το β' 49 **περισσότερους** από το α'. Το γ' έχει 18 **λιγότερους** από το α'. Το δ' έχει **όσους το β' και γ' μαζί**. Πόσους μαθητές έχουν και τα τέσσερα σχολεία;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα υπεραστικό λεωφορείο που εκτελεί τη διαδρομή Γιάννενα-Ηγουμενίτσα, εισέπραξε σε τέσσερις ημέρες 5.870 €. Την πρώτη ημέρα εισέπραξε 1.340 € και τη δεύτερη 190 € **λιγότερα** από την πρώτη. Την τρίτη ημέρα εισέπραξε 540 € **λιγότερα** από την πρώτη και τη δεύτερη ημέρα μαζί. Πόσα χρήματα εισέπραξε την τέταρτη ημέρα;

Λύση

Απάντηση

7. Ο πατέρας αγόρασε μια βιντεοκάμερα. Έδωσε 2.000 € και πήρε ρέστα 320 € . Ο έμπορος όμως από λάθος του έδωσε 150 € **λιγότερα**. Πόσο έκανε η βιντεοκάμερα και πόσα ρέστα έπρεπε να πάρει;

Λύση

Απάντηση :

Α2΄ Προβλήματα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης

1. Μια οικογένεια ξοδεύει 960 € το μήνα. Πόσα ξοδεύει το χρόνο; Πόσα € αναλογούν την ημέρα; (1 έτος=360 ημέρες)

Λύση

Απάντηση :

2. Ένας υδραυλικός για εργασία 5 ημερών παίρνει 160 € . Εργάστηκε 24 ημέρες. Πόσα χρήματα θα πάρει;

Λύση

Απάντηση :

3. Μια εταιρεία αγόρασε 12 ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Ο κάθε ένας κόστιζε 1.250 € Το ποσό συμφωνήθηκε να εξοφληθεί σε 25 μηνιαίες δόσεις. Ποιο ήταν το ποσό της κάθε δόσης;

Λύση

Απάντηση :

4. Με τα στοιχεία του προηγούμενου προβλήματος να γράψεις ένα αντίστροφο πρόβλημα, στο οποίο θα ζητάς τον αριθμό των υπολογιστών που αγοράστηκαν.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Σ' ένα εργοστάσιο εργάζονται 85 ειδικευμένοι και 133 ανειδίκευτοι εργάτες. Το ημερομίσθιο του κάθε ειδικευμένου εργάτη είναι 55 € . Στο τέλος του μήνα το λογιστήριο πλήρωσε για όλους 200.000 € . Πόσο είναι το ημερομίσθιο του κάθε ανειδίκευτου εργάτη; (1 μήνας=25 εργάσιμες ημέρες)

Λύση

Απάντηση :

6. Ένας έμπορος πούλησε 25 παντελόνια και εισέπραξε τα ίδια χρήματα που εισέπραξε από την πώληση 35 υποκαμίσων τα οποία πουλούσε προς 45 € το ένα. Πόσο πουλούσε το ένα παντελόνι;

Λύση

Απάντηση :

7. Με τα στοιχεία του προηγούμενου προβλήματος να γράψεις ένα αντίστροφο πρόβλημα, στο οποίο θα ζητάς τον αριθμό των παντελονιών που πούλησε.

.....

8. Ένας έμπορος αγόρασε 8 δωδεκάδες πουκάμισα. Πούλησε τα 60 πουκάμισα και εισέπραξε 3.360 €. Πόσα χρήματα θα εισπράξει αν πουλήσει όλα τα πουκάμισα με την ίδια τιμή;

Λύση

Απάντηση :

A3' Προβλήματα τεσσάρων πράξεων

Α' ομάδα

1. Η Γεωργία αγόρασε ένα στερεοφωνικό συγκρότημα. Έδωσε προκαταβολή ένα ποσό και το υπόλοιπο το ξόφλησε σε 9 μηνιαίες δόσεις των 85 € η καθεμία. Η αξία του στερεοφωνικού ήταν 940 €. Πόση ήταν η προκαταβολή που είχε δώσει;

Λύση

Απάντηση :

2. Η απόσταση ανάμεσα σε δύο πόλεις είναι 650 χιλιόμετρα. Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από τη μια πόλη και σε 3 ώρες διάνυσε ένα μέρος της απόστασης, με μέση ωριαία ταχύτητα 75 χλμ. την ώρα. Ποια πρέπει να είναι η μέση ωριαία ταχύτητά του, ώστε να διανύσει την υπόλοιπη απόσταση σε 5 ώρες;

Λύση

Απάντηση :

3. Η κ. Δήμητρα αγόρασε 8 κιλά καρύδια και 6 κιλά κάστανα και έδωσε 68 €. Τα καρύδια ήταν **φθηνότερα** κατά 2 € το κιλό. Πόσο αγόρασε τα καρύδια και πόσο τα κάστανα;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένας manάβης αγόρασε 16 τελάρα κάστανα με 5 € το κιλό και τα πούλησε με 3 € το κιλό. Ζημιώθηκε 384 €. Πόσα κιλά κάστανα είχε το κάθε τελάρο;

Λύση

Απάντηση :

5. Σ' ένα καταυλισμό έχουν στηθεί 48 σκηνές και διαμένουν 330 άτομα. Στις 16 σκηνές διαμένουν από 7 άτομα και στις 19 από 6. Πόσα άτομα διαμένουν κατά μέσο όρο σε καθεμιά από τις υπόλοιπες σκηνές;

Λύση

Απάντηση :

6. Η Στέλλα αγόρασε μια φούστα και μια μπλούζα και πλήρωσε 120 €. Η φούστα ήταν 12 € ακριβότερη από την μπλούζα. Πόσο πλήρωσε για το κάθε είδος;

Λύση

Απάντηση :

7. Μια οικογένεια έχει χρέος 11.760 € από την αγορά σπιτιού. Αν το μηνιαίο εισόδημά της είναι 1.750 € και ξοδεύει 26 € την ημέρα για φαγητό και 480 € το μήνα για άλλα έξοδα, σε πόσους μήνες θα ξοφλήσει το χρέος της;

Λύση

Απάντηση :

8. Οι μαθητές ενός σχολείου είναι 399. Τα αγόρια σχηματίζουν 46 τετράδες. Πόσες πεντάδες σχηματίζουν τα κορίτσια;

Λύση

Απάντηση :

9. Με τα στοιχεία του προηγούμενου προβλήματος να γράψεις ένα αντίστροφο πρόβλημα, στο οποίο θα ζητάς τον αριθμό των τετράδων που θα σχηματίζουν τα αγόρια.

.....

10. Ο κ. Περικλής αγόρασε ένα καινούριο αυτοκίνητο αξίας 18.450 €. Για να το πληρώσει πούλησε το παλιό του αυτοκίνητο 4.200 € και έδωσε αυτό το ποσό μαζί με άλλα 7.530 € ως προκαταβολή. Τα υπόλοιπα συμφώνησε να τα πληρώσει σε 14 ισόποσες δόσεις. Πόσο θα πληρώνει την κάθε δόση;

Λύση

Απάντηση :

11. Ένας πλανόδιος έμπορος είχε στην καρότσα του φορτηγού του 35 χαλιά της ίδιας αξίας και 39 κιλίμια. Πούλησε στο πανηγύρι 26 χαλιά και εισέπραξε όσα θα εισέπραττε αν πουλούσε όλα τα κιλίμια. Η αξία των υπόλοιπων χαλιών ήταν 810 €. Πόσο πουλούσε το κάθε χαλί και πόσο το κάθε κιλίμι;

Λύση

Απάντηση :

12. Ένας άλλος πλανόδιος έμπορος είχε στο φορτηγάκι του 8 πλαστικά τραπέζια και 76 πλαστικές καρέκλες. Πουλούσε το κάθε τραπέζι 35 € και την κάθε καρέκλα πέντε φορές **φθηνότερα** από το τραπέζι. Πόσα χρήματα θα εισπράξει αν πουλήσει όλο του το εμπόρευμα;

Λύση

Απάντηση :

13. Ένας τεχνίτης και οι τρεις βοηθοί του εργάζονται και παίρνουν όλοι μαζί 180 € τη μέρα. Ο τεχνίτης πήρε για όλο το έργο 420 € και ο κάθε βοηθός 280 €. Πόσες ημέρες εργάστηκαν και ποιο ήταν το ημερομίσθιο του καθενός; Πόσα χρήματα θα πάρουν αν εργασθούν 45 ημέρες με το ίδιο ημερομίσθιο; Πόσα χρήματα θα πάρει ο τεχνίτης και πόσα ο κάθε βοηθός;

Λύση

Απάντηση :

14. Ένας καταστηματάρχης αγόρασε 76 ζευγάρια παπούτσια με 65 € το ζευγάρι. Απ' αυτά τα 14 ζευγάρια ήταν ελαττωματικά γι' αυτό τα πούλησε με 25 € το ζευγάρι. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 85 € το ζευγάρι. Κέρδισε ή ζημιώθηκε και πόσο;

Λύση

Απάντηση :

15. Ο κ. Παύλος αγόρασε μια ηλεκτρική κουζίνα και έδωσε 750 €, ένα ψυγείο που είχε **τρεις φορές μικρότερη** αξία από την κουζίνα και ένα πλυντήριο που η αξία του ήταν **τέσσερις φορές μεγαλύτερη** από την αξία του ψυγείου. Έδωσε προκαταβολή 650 € και τα υπόλοιπα συμφώνησε να τα πληρώσει σε μηνιαίες δόσεις των 150 € η καθεμία. Σε πόσους μήνες θα ξοφλήσει το χρέος του;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Η Ελπίδα είχε 200 €. Αγόρασε ένα CD με τραγούδια και έδωσε 18 €, μια φούστα και έδωσε τα **τριπλάσια** χρήματα και ένα βιβλίο και έδωσε τα μισά χρήματα από αυτά που έδωσε για το CD και τη φούστα. Πόσα χρήματα της έμειναν;

Λύση

Απάντηση:

2. Ένας γεωργός εισέπραξε από την πώληση του σιταριού 845 € και του κριθαριού 250 € **λιγότερα** από το σιτάρι. Αγόρασε ζωοτροφές αξίας 480 €, 16 σακιά λίπασμα και του έμειναν και 640 €. Πόσο αγόρασε το σακί το λίπασμα;

Λύση

Απάντηση :

3. Σε ένα οικισμό τσιγγάνων διαμένουν 1.250 άτομα. Οι άνδρες είναι 332 και οι γυναίκες 150 **λιγότερες** από τα παιδιά. Πόσες είναι οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά;

Λύση

Απάντηση :

4. Μια βρύση α' έχει παροχή νερού 180 λίτρα σε 6 λεπτά. Γεμίζει μια δεξαμενή σε 10 ώρες. Η παροχή μιας άλλης βρύσης β' είναι 10 λίτρα **λιγότερα** από την α' . Σε πόσες ώρες γεμίζει τη δεξαμενή η παροχή β' . Σε πόσες ώρες γεμίζει η δεξαμενή αν ανοιχτούν και οι δύο βρύσες ταυτόχρονα;

Λύση

Απάντηση :

5. Η κ. Ευγενία είχε 600 €. Αγόρασε ένα μπουφάν με 180 €, ένα ζευγάρι παπούτσια για το γιο της και μια μπλούζα για την κόρη της. Τα παπούτσια ήταν 30 € **ακριβότερα** από τη μπλούζα. Της περίσσεψαν 240 €. Πόσο αγόρασε τα παπούτσια και πόσο τη μπλούζα;

Λύση

Απάντηση :

6. Τρεις τεχνίτες και μερικοί εργάτες εργάστηκαν για 9 ημέρες μαζί. Το ημερομίσθιο κάθε τεχνίτη ήταν 60 € και κάθε εργάτη 42 €. Όλοι μαζί πήραν 4.266 €. Πόσοι ήταν οι εργάτες;

Λύση

Απάντηση :

7. Ο Παναγιώτης είχε 500 €. Αγόρασε δύο παντελόνια και τρία πουκάμισα. Το παντελόνι είχε **διπλάσια** αξία από το πουκάμισο. Πήρε ρέστα 206 €. Πόσο αγόρασε το κάθε παντελόνι και πόσο το κάθε πουκάμισο;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένας κινηματογράφος το Σάββατο έκανε τρεις προβολές μιας ταινίας. Η αίθουσα είχε 482 καθίσματα. Στην α' προβολή τα άδεια καθίσματα ήταν 72, στη β' ήταν **διπλάσια** της α' και στη γ' τα **μισά** των α' και β' προβολών μαζί. Οι εισπράξεις του κινηματογράφου και από τις τρεις προβολές της ταινίας ήταν 7.854 €. Ποια ήταν η τιμή εισιτηρίου;

Λύση

Απάντηση :

9. Μια θεατρική παράσταση την παρακολούθησαν 432 άτομα. Από αυτά τα 128 ήταν παιδιά και πλήρωσαν **μισό** εισιτήριο. Το θέατρο από τα παιδικά εισιτήρια εισέπραξε 1.152 €. Πόσο κόστιζε το εισιτήριο για τους ενήλικες και πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά;

Λύση

Απάντηση :

10. Ένας βιβλιοπώλης αγόρασε 120 χάρτες. Πούλησε τους 75 με 8 € τον ένα και από τους υπόλοιπους εισέπραξε 405 €. Το κέρδος του ήταν 285 €. Πόσο είχε αγοράσει τον κάθε χάρτη;

Λύση

Απάντηση :

11. Έναν αγώνα μπάσκετ τον παρακολούθησαν 6.250 θεατές και εισπράχθηκαν 107.100 €. Κόπηκαν εισιτήρια α', β' και γ' θέσεων. Τα εισιτήρια της α' θέσης ήταν 1.500 των 24 € το καθένα και της β' θέσης 2.350 των 18 €. Ποια ήταν η τιμή καθενός από τα εισιτήρια της γ' θέσης;

Λύση

Απάντηση :

12. Σε έναν αγώνα ποδοσφαίρου Α' Εθνικής κατηγορίας διατέθηκαν 8.400 εισιτήρια των 18 € το ένα, **διπλάσια** εισιτήρια που ήταν **φθηνότερα** κατά 6 € το ένα και εισιτήρια των 8 €. Εισπράχθηκαν 365.280 €. Πόσα εισιτήρια των 8 € διατέθηκαν;

Λύση

Απάντηση :

13. Η κ. Φανή αγόρασε ένα τραπέζι και 6 καρέκλες και πλήρωσε 780 €. Για το τραπέζι έδωσε τα ίδια χρήματα που έδωσε για τις 4 καρέκλες. Πόσο αγόρασε το τραπέζι και πόσο τη μία καρέκλα;

Λύση

Απάντηση :

14. Οι 48 μαθητές μιας τάξης θα πήγαιναν να φυτέψουν 1.680 δενδρύλλια κάνοντας αναδάσωση στην πλαγιά ενός βουνού. Για διάφορους λόγους μερικοί μαθητές δεν πήγαν στη δειροφύτευση και καθένας από τους συμμαθητές τους φύτεψε από 7 δενδρύλλια ακόμα. Πόσοι ήταν οι μαθητές που δεν πήγαν στην αναδάσωση;

Λύση

Απάντηση :

15. Τρία φωτοτυπικά μηχανήματα έχουν τη δυνατότητα να βγάζουν: το α' 75 αντίγραφα το λεπτό, το β' 90 και το γ' 120. Πόσα αντίγραφα βγάζουν αν λειτουργήσουν για 12 λεπτά και τα τρία μαζί; Αν λειτουργήσουν το β' και το γ' μαζί για 9 λεπτά και το α' και το β' για 14 λεπτά τότε θα τυπωθούν περισσότερα αντίγραφα και πόσα;

Λύση

Απάντηση :

16. Ένας έμπορος αγόρασε από 24 φωτογραφικές μηχανές αξίας 40 € και 54 € . Πούλησε τις 15 και 16 μηχανές αντίστοιχα και εισέπραξε τα χρήματα που είχε δώσει για να τις αγοράσει. Πόσο πουλούσε την καθεμία, πόσα χρήματα εισέπραξε και πόσο ήταν το κέρδος του;

Λύση

Απάντηση :

17. Ένας έμπορος αγόρασε σακάκια με 135 € το ένα. Πούλησε 38 σακάκια με 180 € το ένα και τα υπόλοιπα με 195 € το ένα. Συνολικά κέρδισε 3.030 €. Πόσα σακάκια είχε αγοράσει;

Λύση

Απάντηση :

18. Ένας έμπορος παιχνιδιών αγόρασε ένα αριθμό όμοιων παιχνιδιών με 24 € το ένα. Τα πουλούσε με 30 € το ένα. Από την πώληση μιας ποσότητας εισέπραξε όσα χρήματα είχε δώσει για την αγορά **όλων** των παιχνιδιών. Του έμειναν απούλητα 38 παιχνίδια. Πόσα παιχνίδια είχε αγοράσει;

Λύση

Απάντηση :

19. Ένας δήμος διέθεσε 780.000 € για την κατασκευή ενός γεφυριού, ενός υδραγωγείου και την ανάπλαση μιας πλατείας. Για το γεφύρι διέθεσε 95.000 € **περισσότερα** απ' όσα διέθεσε για την ανάπλαση της πλατείας και για το υδραγωγείο 125.000 € **περισσότερα** απ' όσα διέθεσε για το γεφύρι. Πόσα χρήματα διέθεσε για το κάθε έργο;

Λύση

Απάντηση :

Β΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

Β₁΄ Προβλήματα πρόσθεσης

1. Τρία οικοπέδα έχουν επιφάνεια το $\alpha' 3\frac{1}{4}$ στρέμματα, το $\beta' 2\frac{5}{8}$ στρέμματα και το $\gamma' 4\frac{1}{6}$ στρέμματα. Πόση είναι η επιφάνεια και των τριών οικοπέδων;

Λύση

Απάντηση :

2. Για να γίνει ένα γλυκό χρειάζονται 700 γραμ. αλεύρι, $\frac{2}{5}$ κιλού ζάχαρη, 0,3 κιλά γάλα και 350 γραμ. βούτυρο. Πόσο είναι το βάρος των υλικών που χρειάζεται για να γίνει το γλυκό;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας καφεπώλης πούλησε διαδοχικά τις εξής ποσότητες καφέ: 0,6 κιλά, $\frac{1}{2}$ κιλά, 250 γραμ. και $1\frac{1}{4}$ κιλά. Πόση ποσότητα καφέ πούλησε;

Λύση

Απάντηση :

Β₂ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ

1. Ένας μαραθωνοδρόμος καλύπτει σε μία ώρα τα $\frac{3}{12}$ της διαδρομής. Ένας άλλος τα $\frac{2}{5}$. Ποιος είναι γρηγορότερος και πόσο; Τι μέρος της διαδρομής έχει να καλύψει ο καθένας ακόμη;

Λύση

Απάντηση :

2. Τα μαθήματα σ' ένα σχολείο ξεκινούν στις $8\frac{1}{6}$ π.μ. και τελειώνουν στις $1\frac{1}{2}$ μ.μ. Τα διαλείμματα είναι 50 λεπτά. Πόση είναι η διάρκεια των μαθημάτων;

Λύση

Απάντηση :

3. Το μεικτό βάρος ενός βαρελιού με ούζο είναι $80\frac{2}{5}$ κιλά. Το απόβαρο του βαρελιού είναι $9\frac{1}{4}$ κιλά. Πουλήθηκε μια ποσότητα ούζου και έμειναν στο βαρέλι 26,4 κιλά. Πόσα κιλά πουλήθηκαν;

Λύση

Απάντηση :

B₃ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗΣ

1. Ένας εργάτης εκτέλεσε την πρώτη ημέρα το $\frac{1}{5}$ ενός έργου και τη δεύτερη το διπλάσιο. Πόσο έργο έχει απομείνει ακόμη να εκτελέσει;
Λύση

Απάντηση :

2. Ένας μαθητής παραμένει στο ολοήμερο σχολείο από τις 7:00 π.μ. ως τις 4:00 μ.μ. Στο σπίτι μελετά $2\frac{1}{4}$ ώρες και έχει ελεύθερο χρόνο $5\frac{3}{5}$ ώρες. Πόσες ώρες διαθέτει για ύπνο;
Λύση

Απάντηση :

3. Ένας ηλεκτρολόγος αγόρασε καλώδιο μήκους 100 μέτρων. Τη Δευτέρα χρησιμοποίησε 38 μέτρα και 9 δεκατόμετρα και την Τρίτη $3\frac{1}{4}$ μέτρα λιγότερα. Πόσο είναι το μήκος του καλωδίου που δε χρησιμοποίησε;
Λύση

Απάντηση :

4. Μια γαλοπούλα ζυγίζει 6,4 κιλά, μια χήνα $3\frac{4}{5}$ κιλά και μια κότα 1 κιλό και 750 γραμμάρια λιγότερο από τη χήνα. Πόσο είναι το βάρος και των τριών πτηνών;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα κατάστημα υφασμάτων από ένα τόπι ύφασμα μήκους 50 μέτρων πούλησε την πρώτη ημέρα $12\frac{3}{5}$ μέτρα, τη δεύτερη ημέρα $\frac{14}{15}$ του μέτρου περισσότερα από την πρώτη και την τρίτη 9 μέτρα λιγότερα απ' ό τι την πρώτη και δεύτερη μαζί. Πόσα μέτρα ύφασμα πουλήθηκαν και τις τρεις ημέρες και πόσα μέτρα έμειναν;

Λύση

Απάντηση :

6. Ο κ. Θανάσης έχει ένα περιβόλι φυτεμένο με δέντρα. Οι ροδακινιές είναι $\frac{3}{4}$ στρέμματα περισσότερα από τις βερικοκιές και $2\frac{1}{3}$ στρέμματα λιγότερα από τις αχλαδιές. Οι αχλαδιές είναι $10\frac{4}{5}$ στρέμματα. Πόσα στρέμματα είναι το περιβόλι;

Λύση

_____ ροδακινιές
 _____ βερικοκιές
 _____ αχλαδιές

Απάντηση :

B₄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ

1. Ένας ποδηλάτης περνά πάνω από μια γέφυρα με σταθερή ταχύτητα $12\frac{3}{4}$ μέτρα το δευτερόλεπτο σε $8\frac{3}{5}$ δευτερόλεπτα. Πόσο είναι το μήκος της γέφυρας;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένα ιπτάμενο δελφίνι διανύει μια απόσταση ανάμεσα σε δυο λιμάνια με μέση ωριαία ταχύτητα $40\frac{1}{2}$ μίλια. Έφτασε στο λιμάνι προορισμού του ύστερα από 2 ώρες και 24 λεπτά. Πόσα μίλια είναι η απόσταση ανάμεσα στα δύο λιμάνια;

Λύση

Απάντηση :

3. Η Πηνελόπη είχε 840 €. Ξόδεψε τα $\frac{3}{7}$ των χρημάτων που είχε. Δάνεισε στον αδερφό της τα $\frac{3}{8}$ του υπολοίπου ποσού και στη μικρότερη αδερφή της τα $\frac{5}{6}$ του νέου υπολοίπου. Πόσα χρήματα της έμειναν;

Λύση

Απάντηση :

4. Ο Γιώργος είχε 280 €. Αγόρασε ένα σακάκι και έδωσε τα $\frac{3}{5}$ των χρημάτων που είχε και ένα πουκάμισο και έδωσε το $\frac{1}{4}$ όσων έδωσε για το σακάκι. Πόσα € του έμειναν;

Λύση

Απάντηση :

B₅' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

1. Ένα ποδήλατο σε $\frac{1}{4}$ της ώρας διανύει τα $\frac{2}{5}$ μιας απόστασης. Σε πόση ώρα θα διανύσει ολόκληρη την απόσταση;

Λύση

Απάντηση :

2. Τα $2\frac{1}{4}$ κιλά κρέας κοστίζουν $15\frac{1}{2}$ €. Πόσο κοστίζει το ένα κιλό; Με 25 € πόσα κιλά κρέας αγοράζουμε;

Λύση

Απάντηση :

3. Μια κατασκήνωση σε μια περίοδο 18 ημερών προμηθεύτηκε $1.282\frac{1}{2}$ κιλά ψωμί. Η ημερήσια κατανάλωση κατά μέσο όρο για κάθε κατασκηνωτή ήταν $\frac{1}{4}$ κιλά. Πόσοι ήταν οι κατασκηνωτές;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένα βαρέλι περιέχει $131\frac{1}{4}$ λίτρα κονιάκ. Πόσες φιάλες των $5\frac{1}{4}$ λίτρων μπορούμε να γεμίσουμε; Αν χρησιμοποιήσουμε 30 όμοιες φιάλες πόσα λίτρα θα βάλουμε σε καθεμιά;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένας οινοποιός πουλά το κρασί 1,5 € το λίτρο. Από ένα βαρέλι του έμειναν απούλητα τα $\frac{4}{9}$ της ποσότητας που χωράει. Από το κρασί που πούλησε εισέπραξε 270 €. Πόσα λίτρα κρασί χωράει το βαρέλι;

Λύση

Απάντηση :

Β.6' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

1. Ο παππούς μοίρασε τα $\frac{4}{5}$ ενός ποσού στα 5 εγγονάκια του. Κάθε εγγονάκι πήρε 150 €. Πόσα χρήματα είχε ο παππούς;

Λύση

Απάντηση :

2. Τα $\frac{3}{5}$ της αξίας ενός παντελονιού έχουν την ίδια αξία με τα $\frac{2}{5}$ ενός φορέματος. Το φόρεμα αξίζει 135 €. Πόσο κοστίζει το παντελόνι;

Λύση

Απάντηση :

3. Μια προβατίνα με το αρνάκι της ζυγίζουν $37\frac{3}{4}$ κιλά. Το βάρος της προβατίνας είναι 5 φορές μεγαλύτερο από το βάρος που έχει το αρνάκι. Πόσο ζυγίζει το κάθε ζώο;

Λύση

Απάντηση :

4. Ο κ. Χρήστος αγόρασε ένα ψυγείο αξίας 1.080 €. Έδωσε προκαταβολή τα $\frac{2}{9}$ της αξίας και ύστερα από δύο μήνες τα $\frac{3}{8}$ της αξίας του υπολοίπου ποσού. Τα υπόλοιπα τα εξόφλησε σε 7 ισόποσες δόσεις. Πόσο ήταν το ποσό κάθε δόσης;

Λύση

Απάντηση :

Β' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ**Α' ομάδα**

1. Τα $\frac{7}{13}$ των μαθητών ενός σχολείου είναι κορίτσια. Τα αγόρια είναι 150. Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένας μελισσοκόμος έχει 36 κυψέλες. Από κάθε κυψέλη πήρε κατά μέσο όρο $9\frac{1}{4}$ κιλά μέλι. Κράτησε 18 κιλά και το υπόλοιπο το έβαλε σε δοχεία που το καθένα χωρούσε $1\frac{3}{4}$ κιλά. Πόσα δοχεία χρησιμοποίησε;

Λύση

Απάντηση :

3. Δύο αδέρφια ήθελαν να αγοράσουν ένα ποδήλατο. Ο πρώτος είχε το $\frac{1}{4}$ της αξίας του ποδηλάτου και ο δεύτερος το $\frac{1}{3}$. Για να αγοράσουν το ποδήλατο τους έλειπαν 80 €. Πόση ήταν η αξία του ποδηλάτου;

Λύση

Απάντηση :

4. Με τα $\frac{4}{7}$ των χρημάτων που είχα αγόρασα ένα παιχνίδι και με τα $\frac{3}{21}$ ένα βιβλίο. Μου έμειναν 30 €. Πόσα χρήματα είχα;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα κιβώτιο έχει χωρητικότητα 24 αναψυκτικών μεικτού βάρους $\frac{4}{10}$ του κιλού το καθένα. Το απόβαρο κάθε φιάλης είναι 150 γραμμάρια. Ένα αναψυκτήριο προμηθεύτηκε 85 όμοια κιβώτια. Πόσο είναι το καθαρό βάρος των αναψυκτικών που περιέχουν;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα νησί μας δέχτηκε το περασμένο καλοκαίρι 14.850 τουρίστες. Οι Ευρωπαίοι ήταν τα $\frac{3}{5}$ του συνόλου των τουριστών και οι Αμερικανοί τα $\frac{5}{9}$ των Ευρωπαίων. Οι υπόλοιποι ήταν Ασιάτες. Πόσοι ήταν οι Ασιάτες;

Λύση

Απάντηση :

7. Τρία φορτηγά έκαναν τον ίδιο αριθμό δρομολογίων για να μεταφέρουν $260\frac{4}{10}$ τόνους καλαμπόκι. Το πρώτο σε κάθε δρομολόγιο του μετέφερε $8\frac{1}{5}$ τόνους, το δεύτερο 6,5 τόνους και το τρίτο 7 τόνους. Πόσα δρομολόγια θα κάνει το καθένα;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένα εργοστάσιο αγόρασε 220 τόνους πορτοκάλια για χυμοποίηση. Η απόδοση των πορτοκαλιών ήταν κατά μέσο όρο 1 λίτρο χυμός για κάθε $3\frac{4}{6}$ κιλά πορτοκάλια. Το χυμό τον συσκεύασε σε φιάλες που καθεμιά χωρούσε $1\frac{1}{2}$ λίτρα χυμό. Πόσες φιάλες συσκεύασε;

Λύση

Απάντηση :

9. Ένας αμπελουργός είχε 2.400 λίτρα κρασί. Πούλησε τα $\frac{5}{8}$ της ποσότητας και από την υπόλοιπη ποσότητα κράτησε το $\frac{1}{4}$. Το κρασί που έμεινε το έβαλε σε βαρέλια που το καθένα χωρούσε 135 λίτρα. Πόσα βαρέλια χρησιμοποίησε;

Λύση

Απάντηση :

10. Ο πατέρας του Γιώργου θέλει να αγοράσει ένα καινούριο αυτοκίνητο. Έδωσε τα $\frac{5}{8}$ της αξίας του και το παλιό του αυτοκίνητο που κάλυψε το $\frac{1}{4}$ της αξίας του καινούριου. Τα υπόλοιπα χρήματα θα τα εξοφλούσε με 6 δόσεις των 400 € η καθεμία. Πόση ήταν η αξία του καινούριου αυτοκινήτου;

Λύση

Απάντηση :

11. Δύο πλοία αναχωρούν από ένα λιμάνι την ίδια ώρα και πλέουν στην ίδια κατεύθυνση το ένα με σταθερή ταχύτητα $18\frac{3}{4}$ μίλια την ώρα και το άλλο με $22\frac{2}{3}$ μίλια την ώρα. Ύστερα από ταξίδι $6\frac{5}{6}$ ωρών πόσο θα απέχουν μεταξύ τους;

Λύση

Απάντηση :

12. Ένας μονάβης προμηθεύτηκε τρία σακιά με πατάτες. Το πρώτο σακί ζύγιζε $60\frac{1}{4}$ κιλά, το δεύτερο $\frac{1}{15}$ κιλά λιγότερο από το πρώτο και το τρίτο το $\frac{1}{2}$ όσων ζύγιζαν το πρώτο και δεύτερο μαζί. Πόσα κιλά ζύγιζαν και τα τρία σακιά;

Λύση

Απάντηση :

13. Ο ελαιοχρωματιστής για το βάψιμο μιας πόρτας χρειάζεται $2\frac{3}{4}$ κιλά μπογιά και για ένα παράθυρο $1\frac{4}{5}$ κιλά λιγότερο. Έβαψε 7 όμοιες πόρτες και 9 παράθυρα. Πόση μπογιά χρησιμοποίησε;

Λύση

Απάντηση :

14. Ένας υδραυλικός είχε 5 χαλκοσωλήνες των 6 μέτρων ο καθένας. Έκοψε 4 κομμάτια $2\frac{5}{6}$ μέτρων το καθένα και 3 κομμάτια των $3\frac{1}{4}$ μέτρων το καθένα. Πόσα μέτρα χαλκοσωλήνα έμειναν;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Η Ιωάννα ξόδευσε τα $\frac{7}{12}$ των χρημάτων που είχε. Της έδωσε η γιαγιά της 75 € και έχει τώρα 225 €. Πόσα χρήματα είχε στην αρχή;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένα ζευγάρι παπούτσια πουλήθηκε 80 €. Το κέρδος ήταν ίσο με το $\frac{1}{4}$ της τιμής αγοράς. Ποια ήταν η τιμή αγοράς του;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας μανάβης πουλούσε τα μήλα και τα σταφύλια στην ίδια τιμή. Από τα μήλα εισέπραξε $43\frac{1}{5}$ € και από τα σταφύλια που ήταν $8\frac{1}{4}$ κιλά περισσότερα εισέπραξε $58\frac{1}{20}$ €. Πόσο πουλούσε τα φρούτα το κιλό;

Λύση

Απάντηση :

4. Δύο βιβλία έχουν μαζί 950 σελίδες. Αν το ένα είχε $\frac{2}{25}$ σελίδες λιγότερες από το άλλο θα είχαν τον ίδιο αριθμό σελίδων. Πόσες σελίδες είχε το κάθε βιβλίο;

Λύση

Απάντηση :

5. Μια δακτυλογράφος σε $\frac{1}{15}$ της ώρας δακτυλογραφεί τα $\frac{3}{5}$ μιας σελίδας. Σε πόσο χρόνο δακτυλογραφεί τα $\frac{4}{5}$ της σελίδας και σε πόσο χρόνο ολόκληρη τη σελίδα; Αν δακτυλογραφήσει $15\frac{3}{4}$ όμοιες σελίδες πόσο χρόνο θα χρειαστεί;

Λύση

Απάντηση :

6. Με τα $\frac{5}{6}$ των χρημάτων που έχω αγοράζω ένα μαγιό και με το $\frac{1}{4}$ μια αντηλιακή κρέμα. Αν τα αγοράσω και τα δύο μου λείπουν 4,5 €. Πόσα χρήματα έχω; Πόση είναι η αξία του μαγιό και πόση της αντηλιακής κρέμας;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένας λαμπτήρας αξίζει 1,5 €. Ο ηλεκτρολόγος με τα $\frac{2}{15}$ των χρημάτων του είχε αγοράσει 6 όμοιους λαμπτήρες. Πόσα χρήματα είχε και πόσα του περίσσεψαν;

Λύση

Απάντηση :

8. Με τα $\frac{6}{10}$ των χρημάτων που είχα αγόρασα ένα δίσκο μουσικής. Η αξία του δίσκου ήταν 10 € περισσότερο από τα χρήματα που μου περίσσεψαν. Πόσα χρήματα είχα;

Λύση

Απάντηση :

9. Πατέρας και γιος εργάστηκαν μαζί για 8 ημέρες και πήραν 640 €. Το ημερομίσθιο του γιου ήταν $\frac{7}{9}$ του ημερομισθίου του πατέρα. Πόσο ήταν το ημερομίσθιο του καθενός;

Λύση

Απάντηση :

10. Ένα βιβλιοπωλείο πούλησε μια εγκυκλοπαίδεια 770 € και κέρδισε τα $\frac{2}{9}$ της τιμής της αγοράς. Πόσο είχε αγοράσει την εγκυκλοπαίδεια;

Λύση

Απάντηση :

11. Δύο αδέρφια ήθελαν να αγοράσουν μαζί ένα παιχνίδι. Το ένα διέθετε τα $\frac{3}{7}$ της αξίας του παιχνιδιού και το άλλο τα $\frac{3}{4}$ όσων διέθετε το πρώτο. Τους έλειπαν όμως 56 €. Πόσο πουλιόταν το παιχνίδι και πόσα χρήματα διέθετε κάθε παιδί;

Λύση

Απάντηση :

12. Ο Λάμπρος ξόδεψε τα $\frac{3}{14}$ των χρημάτων του για ένα βιβλίο και τα $\frac{7}{28}$ για μια μπάλα. Η μπάλα ήταν ακριβότερη κατά $2\frac{3}{5}$ €. Πόσα χρήματα είχε ο Λάμπρος; Πόσα χρήματα έδωσε για το βιβλίο και πόσα για την μπάλα;

Λύση

Απάντηση :

Γ΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ

Γ₁΄ Προβλήματα πρόσθεσης

1. Η Πηνελόπη γεννήθηκε στις 23 Μαΐου 1990. Πότε θα είναι 34 ετών 8 μηνών και 17 ημερών;

Λύση

2. Ένα πλοίο αναχώρησε από ένα λιμάνι στις 11:30 π.μ. Ύστερα από ταξίδι 4 ωρών 34 λεπτών και 40 δευτερολέπτων έφτασε στο λιμάνι του προορισμού του. Τι ώρα έφτασε ;

Λύση

3. Ένας πεζοπόρος αφού βάδισε 5 χιλιόμετρα και 840 μέτρα, βρήκε ένα ξωκλήσι και μπήκε να προσκυνήσει. Συνέχισε την πορεία του ως την πηγή που απείχε από το ξωκλήσι 4 χιλιόμετρα και 580 μέτρα και από εκεί ως το χωριό που ήταν 7 χιλιόμετρα και 290 μέτρα. Πόσο βάδισε συνολικά ;

Λύση

4. Ένα φορτηγό έχει ωφέλιμο φορτίο 12 τόνους και 450 κιλά. Το απόβαρο του είναι 5 τόνοι και 720 κιλά. Πόσο είναι το μεικτό βάρος του φορτηγού;

Λύση

5. Η επιφάνεια ενός χωραφιού είναι 9 στρέμματα και 660 τμ. Ένα άλλο χωράφι έχει επιφάνεια 6 στρέμματα και 780 τμ. **μεγαλύτερη** από το προηγούμενο. Πόση είναι η επιφάνεια και των δύο χωραφιών;

Λύση

6. Θέλουμε να περιφράξουμε έναν αγρό σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με μήκος 12 μέτρα 7 δεκατόμετρα 3 εκατοστόμετρα και πλάτος 8 μέτρα 2 δεκατόμετρα και 5 εκατοστόμετρα. Πόσο σύρμα θα χρησιμοποιήσουμε ;

Λύση

7. Μια κυρία αγόρασε από την λαϊκή αγορά 5 κιλά και 750 γραμμάρια πατάτες, 3 κιλά και 850 γραμμάρια ντομάτες και 2 κιλά και 650 γραμμάρια κεράσια. Πόσο ήταν το βάρος των ειδών που αγόρασε ;

Λύση

Γ₂ Προβλήματα αφαίρεσης

1. Το τρένο ξεκίνησε από την Αθήνα στις 10 ώρ. 12' 23'' και έφτασε στην Θεσσαλονίκη στις 4 ώρ. 50' 16'' το απόγευμα. Πόσο κράτησε το ταξίδι;

Λύση

2. Ένας δρομέας έτρεξε μια απόσταση σε 56' 43'' και ένας άλλος σε 1 ώρα 1' 35''. Πόσο γρηγορότερος ήταν ο πρώτος δρομέας ;
Λύση

3. Ο κύριος Χρήστος ζύγιζε 96 κιλά και 670 γραμμάρια. Έκανε δίαιτα και έχασε 11 κιλά και 940 γραμμάρια. Πόσα κιλά ζυγίζει τώρα ;
Λύση

4. Ένα φορτηγό έχει βάρος 72 τόνους και ένα άλλο 49 τόνους και 496 κιλά. Πόσο διαφέρει το βάρος τους ;
Λύση

5. Η Εύη γεννήθηκε στις 12 Ιουνίου του 1990 και η αδελφή της στις 25 Ιανουαρίου του 1996. Ποια είναι η ηλικία του κάθε παιδιού ; Πόσο μεγαλύτερη είναι η Εύη;
Λύση

6. Ο πατέρας έχει ηλικία 40 ετών 6 μηνών και 24 ημερών, η μητέρα είναι 36 ετών 8 μηνών και 28 ημερών και η κόρη τους είναι 10 ετών και 29 ημερών. Πόσο μεγαλύτερος είναι ο πατέρας από την γυναίκα του και πόσο από την κόρη του; Πόσο μεγαλύτερη είναι η μητέρα από την κόρη της ;

Λύση

Γ₃ Προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης

1. Ένας υπάλληλος υπηρέτησε στα Γιάννενα 9 χρόνια 10 μήνες και 18 ημέρες, στην Άρτα 7 χρόνια και 24 ημέρες και στην Ηγουμενίτσα 12 χρόνια και 7 μήνες. Πόσα χρόνια πρέπει να υπηρέτησε ακόμα, ώστε να συνταξιοδοτηθεί με 35 χρόνια υπηρεσίας;

Λύση

2. Ένας ράφτης είχε ένα τόπι ύφασμα μήκους 50 μέτρων. Χρησιμοποίησε 10 μέτρα 7 δεκατόμετρα 4 εκατοστά για να ράψει κοστούμια, 5 μέτρα 4 δεκατόμετρα και 8 εκατοστά για σακάκια και 3 μέτρα 6 εκατοστά για παντελόνια. Πόσα μέτρα ύφασμα έμειναν ;

Λύση

3. Ένα βαρέλι γεμάτο λάδι ζυγίζει 185 κιλά και 800 γραμμάρια. Απ' αυτά αφαιρέθηκαν 143 κιλά και 650 γραμμάρια και προστέθηκαν 63 κιλά και 950 γραμμάρια. Πόσα κιλά λάδι έχει τώρα ;

Λύση

4. Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι 98 τ.δ. 46 τ.εκ. και 77 τ.χλ. και ενός τριγώνου 0,8 τμ. 789 τ.εκ. και 65 τ.χλ. Πόση είναι η διαφορά και το άθροισμα τετραγώνου και τριγώνου;

Λύση

5. Ένας γεωργός έχει ένα χωράφι 16 στρεμμάτων. Καλλιέργησε με καλαμπόκι τα 8 στρέμματα και 850 τ.μ. και με ρεβίθια τα 3 στρέμματα και 550 τ.μ. Πόση ήταν η επιφάνεια του χωραφιού που έμεινε ακαλλιέργητη;

Λύση

6. Ένας εργάτης ξεκίνησε την εργασία του στις 7: 15' π.μ. Στις 10:30' π.μ. διέκοψε την εργασία του για 25'. Συνέχισε την εργασία του για 3 ώρες και 45' ακόμη. Πόσο χρόνο εργάστηκε και τι ώρα σταμάτησε την εργασία;

Λύση

Δ΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ

Α΄ ομάδα

1. Μια βιοτεχνία ενδυμάτων με 36 μέτρα ράβει 9 σακάκια. Πόσα μέτρα ύφασμα χρειάζεται για να ραφτούν 15 όμοια σακάκια;

Λύση

Απάντηση :

2. Τα 40 κιλά ακαβούρδιστου καφέ έχουν φύρα 8 κιλά. Από 25 κιλά ακαβούρδιστο καφέ, πόσα κιλά καβουρδισμένο καφέ θα πάρουμε;

Λύση

Απάντηση :

3. Ο κ. Παύλος κλαδεύει κατά μέσο όρο σε $3\frac{1}{3}$ ώρες 20 δέντρα ενός περιβολιού. Το περιβόλι έχει 576 δέντρα και εργάζεται καθημερινά 8 ώρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσει το κλάδεμα του περιβολιού;

Λύση

Απάντηση :

4. Για το χτίσιμο ενός τοίχου χρειάζονται 1.756 τούβλα. Τα 5 τούβλα ζυγίζουν $3\frac{1}{4}$ κιλά. Πόσο είναι το βάρος των τούβλων που θα χρησιμοποιηθούν για το χτίσιμο του τοίχου;

Λύση

Απάντηση :

5. Με τα $\frac{5}{12}$ ενός δοχείου με τυρί μια οικογένεια περνά $\frac{1}{3}$ του μήνα. Πόσο καιρό θα περάσει με όλο το τυρί του δοχείου;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα κλιματιστικό μηχάνημα όταν λειτουργεί $2\frac{2}{5}$ ώρες την ημέρα καταναλώνει 6 κιλοβάτ. Πόσο μεγαλύτερο είναι το κόστος του αν λειτουργεί $6\frac{1}{4}$ ώρες ημερησίως και το κιλοβάτ κοστίζει 0,2 €;

Λύση

Απάντηση :

7. Ο κ. Νικολάου αγόρασε ένα αυτοκίνητο με δόσεις. Πλήρωσε τα $\frac{3}{5}$ του χρέους και οφείλει ακόμη 5.000 €. Πόσο κόστιζε το αυτοκίνητο;

Λύση

Απάντηση :

8. Μια εταιρεία έδωσε το μήνα Ιούλιο άδεια στα $\frac{4}{9}$ των υπαλλήλων της και έμεινε με 15 υπαλλήλους. Πόσοι πήραν άδεια και πόσοι ήταν οι υπάλληλοι συνολικά;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Σε ένα καταυλισμό το $\frac{1}{6}$ των κατοίκων είναι άντρες, τα $\frac{2}{8}$ γυναίκες και τα υπόλοιπα παιδιά που ανέρχονται σε 70. Πόσους κατοίκους έχει ο καταυλισμός;

Λύση

Απάντηση :

2. Τα $\frac{3}{5}$ λίτρα βενζίνης αξίζουν 0,45 €. Πόσο αξίζουν τα $\frac{11}{15}$ λίτρα;

Λύση

Απάντηση :

3. Ο Ηλίας αγόρασε μια ζώνη κι ένα ζευγάρι παπούτσια κι έδωσε 105 €. Η αξία της ζώνης ήταν το $\frac{1}{4}$ της αξίας των παπουτσιών. Πόσο αγόρασε τη ζώνη και πόσο τα παπούτσια;

Λύση

Απάντηση :

4. Τα $\frac{2}{3}$ του ύψους ενός κυπαρισσιού είναι όσο το ύψος μιας λεύκας που είναι 18 μέτρα. Το ύψος ενός πεύκου είναι τα $\frac{4}{9}$ του ύψους του κυπαρισσιού. Πόσο είναι το ύψος του πεύκου;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένας πυροσβεστήρας αυτοκινήτου και ένας φακός στοιχίζουν 21 €. Η τιμή του φακού είναι τα $\frac{2}{5}$ της τιμής του πυροσβεστήρα. Ποια η τιμή καθενός είδους;

Λύση

Απάντηση :

6. Μια βρύση σε 14 λεπτά έχει παροχή 84 λίτρα νερού. Πόση είναι η παροχή νερού σε 48 λεπτά και πόση σε 1,7 ώρες; Μετά από πόση ώρα θα γεμίσει μια δεξαμενή χωρητικότητας 2.520 λίτρων;

Λύση

Απάντηση :

7. Τα $\frac{2}{5}$ του κιλού γαρίδες κάνουν 24 €. Πόσα € κάνουν τα $\frac{3}{4}$ του κιλού γαρίδες και πόσα το 1 κιλό;

Λύση

Απάντηση :

Ε΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ
ΑΡΙΘΜΟΥΣ

Α΄ ομάδα

1. Ένας ράφτης αγόρασε 3 τόπια ύφασμα. Το πρώτο ήταν 27,35 μ και κόστιζε 410,25 €, το δεύτερο ήταν 3,70 μέτρα **περισσότερο** και κόστιζε 22,12 € **λιγότερο**. Το τρίτο ήταν 9,48 μέτρα **λιγότερο** από το δεύτερο και κόστιζε 236,85 € **περισσότερο** από το πρώτο. Πόσα μέτρα αγόρασε και πόσα € πλήρωσε συνολικά;
Λύση

Απάντηση :

2. Η Χριστίνα έχει 95,5 €. Αν αγοράσει μια φόρμα γυμναστικής της λείπουν 12,5 €. Αν αγοράσει ένα ζεύγος αθλητικά παπούτσια της περισσεύουν 7,80 €. Πόσο κοστίζει το κάθε είδος και πόσα πρέπει να ζητήσει από τη μητέρα της για να αγοράσει και τα δύο;
Λύση

Απάντηση :

3. Ένας κτηνοτρόφος έχει 250 πρόβατα. Παίρνει από το καθένα 2,4 κιλά γάλα την ημέρα. Κάθε βδομάδα δίνει το γάλα σ' ένα εργοστάσιο παστερίωσης και πληρώνεται 5.250 €. Πόσο πουλάει το κιλό το γάλα στο εργοστάσιο;
Λύση

Απάντηση :

4. Ένα βαρέλι περιέχει 385 κιλά λάδι και αξίζει 1.650,57 €. Πουλήθηκαν τα 198,5 προς 4,20 € το κιλό. Πόσο πρέπει να πουληθεί το κιλό το υπόλοιπο;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένας σταθμός διοδίων εισέπραξε από τη διέλευση των Ι.Χ. αυτοκινήτων το Σάββατο 17.605 € και την Κυριακή 8.379 € **λιγότερα** από το Σάββατο. Πόσα αυτοκίνητα πέρασαν το Σαββατοκύριακο απ' το σταθμό διοδίων, αν το αντίτιμο του εισιτηρίου ήταν 1,4 € για κάθε αυτοκίνητο;

Λύση

Απάντηση :

.....

6. Η κυρία Αναστασία και η κυρία Δέσποινα πήγαν στην λαϊκή αγορά. Η κυρία Αναστασία αγόρασε 6 κιλά πορτοκάλια με 80 λεπτά το κιλό, 3 κιλά αχλάδια με 2 € το κιλό και ένα λάχανο 3 €. Η κυρία Δέσποινα αγόρασε 4 κιλά μήλα με 1,2 € το κιλό, 3 κιλά μανταρίνια με 1,5 € το κιλό και 2 κιλά χόρτα με 1,4 € το κιλό. Ποια από τις δύο πλήρωσε περισσότερα και πόσα;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένα πρατήριο βενζίνης πούλησε 4.800 λίτρα βενζίνης και 1.400 λίτρα πετρέλαιο **λιγότερο** από τη βενζίνη. Από το ένα λίτρο βενζίνης το κέρδος του ήταν 0,09 € και από το πετρέλαιο 0,07 €. Με το κέρδος από τη βενζίνη και το πετρέλαιο αγόρασε ορυκτέλαια με 2 € το λίτρο. Πόσα λίτρα ορυκτέλαιο αγόρασε;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένας καφετζής αγόρασε 6 κιλά καφέ με 5,8 € το κιλό και **διπλάσια** ποσότητα ζάχαρης και πλήρωσε 44,4 €. Πόσο αγόρασε το κιλό τη ζάχαρη;

Λύση

Απάντηση :

9. Ένα φορτηγό ξεκίνησε για ένα ταξίδι 2.874 χιλιομέτρων. Την πρώτη ημέρα κινήθηκε για 12,4 ώρες με μέση ταχύτητα 75 χλμ την ώρα και τη δεύτερη ημέρα κινήθηκε για 13,5 ώρες με μέση ταχύτητα 80 χλμ την ώρα. Ποια θα είναι η μέση ταχύτητα του την τρίτη ημέρα για να φτάσει στον προορισμό του, αν κινήθηκε 12 ώρες;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Τα 12 κιλά πατάτες αξίζουν όσο 15 κιλά κρεμμύδια. Ένας μανάβης αγόρασε 75 κιλά από κάθε είδος. Πόσα χρήματα έδωσε, αν τα κρεμμύδια τα αγόρασε 0,4 € το κιλό;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένα καφενείο αγόρασε 4,8 κιλά καφέ προς 4,5 € το κιλό και **τριπλάσια** ποσότητα ζάχαρης και πλήρωσε 38,88 €. Πόσο αγόρασε το κιλό τη ζάχαρη; Χρησιμοποίησε τις ποσότητες καφέ και ζάχαρης για παρασκευή καφέ και εισέπραξε 604,8 €. Πόσο ήταν το κέρδος του και πόσο πούλησε τον ένα καφέ, αν έφτιαξε 336 καφέδες;

Λύση

Απάντηση :

3. Η κυρία Ελένη βγήκε για ψώνια έχοντας στο πορτοφόλι της 250 €. Αγόρασε μια μπλούζα που έκανε 63,75 €, μια φούστα που ήταν 26,80 € **ακριβότερη** και μια τσάντα που ήταν 12,30 € **φθηνότερη** από τη φούστα. Ήθελε και μια ζώνη που κόστιζε 23,40 € Μπορεί να την αγοράσει; Γιατί;

Λύση

Απάντηση :

4. Σ' ένα παραδοσιακό υφαντουργείο εργάζονται δύο υφάντριες. Η πρώτη υφαίνει 6 μέτρα ύφασμα την ημέρα, ενώ η δεύτερη 2 μέτρα **λιγότερο**. Στο τέλος του μήνα η δεύτερη πήρε 490 € **λιγότερα** από την πρώτη, αλλά απουσίασε 5 μέρες. Πόσο πληρώθηκαν για κάθε μέτρο που ύφαιναν; (1 μήνας = 25 ημέρες)

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα περίπτερο πουλάει τις σοκολάτες 7 € τις 5. Πούλησε 15 κουτιά που το καθένα είχε 18 σοκολάτες. Κάθε κουτί το αγόρασε 19,8 €. Πόσα € ήταν το κέρδος του;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένας βοσκός έχει 25 αγελάδες και **εξαπλάσιο** αριθμό προβάτων. Αρμέγει καθημερινά τα ζώα και παίρνει κατά μέσο όρο 1,6 λίτρα γάλα από κάθε πρόβατο και 15 λίτρα από κάθε αγελάδα. Το προβατίσιο γάλα το πουλάει 0,5 € το λίτρο. Πόσο πουλά το αγελαδινό γάλα, αν καθημερινά εισπράττει 262,5 €;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένας παραγωγός πούλησε στη λαϊκή 250 κιλά ροδάκινα με 1,4 € το κιλό και 340 κιλά πατάτες με 0,7 € το κιλό. Με τα χρήματα που πήρε αγόρασε 7 δοχεία λάδι των 17 κιλών το καθένα και του έμειναν 231 €. Πόσο αγόρασε το ένα κιλό το λάδι;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένα περίπτερο αγόρασε 15 κουτιά που το καθένα περιείχε 12 σοκολάτες. Τις σοκολάτες τις πουλούσε 4,8 € τις 3 και κέρδισε 73 €. Πόσο τις είχε αγοράσει;

Λύση

Απάντηση :

9. Ο Λάμπρος έχει 12,04 € και η αδελφή του η Στεφανία τα **τετραπλάσια**. Με τα χρήματα που είχαν αγοράσαν 4 βιβλία αξίας 12,5 € το καθένα και με όσα τους περίσσεψαν 6 τετράδια. Πόσο αγόρασαν το κάθε τετράδιο;

Λύση

Απάντηση :

ΣΤ΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Να θυμάσαι ότι:

Τον άγνωστο **προσθετέο** τον βρίσκουμε πάντα με **αφαίρεση**.

$$\begin{array}{ll} \alpha + \chi = \beta \text{ οπότε } \chi = \beta - \alpha & 4 + \chi = 10 \text{ οπότε } \chi = 10 - 4 \\ \chi + \alpha = \beta \text{ οπότε } \chi = \beta - \alpha & \chi + 5 = 20 \text{ οπότε } \chi = 20 - 5 \end{array}$$

Τον άγνωστο **μειωτέο** τον βρίσκουμε πάντα με **πρόσθεση**.

$$\chi - \alpha = \beta \text{ οπότε } \chi = \alpha + \beta \quad \chi - 10 = 4 \text{ οπότε } \chi = 10 + 4$$

Τον άγνωστο **αφαιρετέο** τον βρίσκουμε πάντα με **αφαίρεση**.

$$\alpha - \chi = \beta \text{ οπότε } \chi = \alpha - \beta \quad 15 - \chi = 5 \text{ οπότε } \chi = 15 - 5$$

Τον άγνωστο **παράγοντα** τον βρίσκουμε πάντα με **διαίρεση**.

$$\begin{array}{ll} \chi \cdot \alpha = \beta \text{ οπότε } \chi = \beta : \alpha & \chi \cdot 5 = 15 \text{ οπότε } \chi = 15 : 5 \\ \alpha \cdot \chi = \beta \text{ οπότε } \chi = \beta : \alpha & 6 \cdot \chi = 30 \text{ οπότε } \chi = 30 : 6 \end{array}$$

Τον άγνωστο **διαιρετέο** τον βρίσκουμε πάντα με **πολ/σιασμό**.

$$\chi : \alpha = \beta \text{ οπότε } \chi = \alpha \cdot \beta \quad \chi : 5 = 7 \text{ οπότε } \chi = 5 \cdot 7$$

Τον άγνωστο **διαιρέτη** τον βρίσκουμε πάντα με **διαίρεση**.

$$\alpha : \chi = \beta \text{ οπότε } \chi = \alpha : \beta \quad 100 : \chi = 10 \text{ οπότε } \chi = 100 : 10$$

Α΄ομάδα

1. Ο Χρήστος είναι 24 χρόνια μεγαλύτερος από τον πατέρα του που είναι 43 χρονών. Πόσων χρονών είναι ο Χρήστος;

Λύση

.....

.....

.....

2. Το μήκος του ποταμού Αλιάκμονα είναι 297 χιλιόμετρα και του Πηνειού 205. Πόσο μεγαλύτερο είναι το μήκος του Αλιάκμονα από το μήκος του Πηνειού;

Λύση

.....

.....

.....

3. Στο σχολείο μας φοιτούν εφέτος 28 παιδιά περισσότερα από πέρσι και το σχολείο μας έχει 276 μαθητές. Πόσα παιδιά είχε πέρσι το σχολείο;

Λύση

.....

.....

.....

4. Η κ. Ελπίδα είχε 500 €. Αγόρασε μια φούστα με 72 €, ένα μπουφάν με 105 € και μια μπλούζα. Της περίσσεψαν 260 €. Πόσο αγόρασε την μπλούζα;

Λύση

.....

5. Ένα τραπέζι και 4 καρέκλες αξίζουν 560 €. Πόσο αξίζουν οι καρέκλες και πόσο το τραπέζι, αν οι 3 καρέκλες αξίζουν όσο και το τραπέζι;

Λύση

.....

6. Η Θεοδώρα αγόρασε ένα τετράδιο και ένα βιβλίο και έδωσε 16 €. Για το βιβλίο έδωσε **εννιαπλάσια** χρήματα απ' ότι έδωσε για το τετράδιο, Πόσο αγόρασε το τετράδιο και πόσο το μολύβι;

Λύση

.....

7. Η μητέρα αγόρασε κρέας και έδωσε 16,4 € και φρούτα και έδωσε 7,8 €. Της περίσσεψαν 25,4 €. Πόσα χρήματα είχε αρχικά;

Λύση

.....

8. Ένας ανθοπώλης πούλησε 75 τριαντάφυλλα και εισέπραξε 135 €. Πόσο πουλούσε το κάθε τριαντάφυλλο;

Λύση

.....

9. Η μία οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι **πενταπλάσια** από την άλλη. Πόσο είναι το μέτρο καθεμιάς από τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου;

Λύση

.....

10. Δύο περιβόλια έχουν 1.350 δαμασκηνιές. Το ένα έχει 4 φορές **λιγότερες** δαμασκηνιές από το άλλο. Πόσες δαμασκηνιές έχει το καθένα;

Λύση

.....

11. Ο κ. Σταμάτης έδωσε 45 € και αγόρασε 6 ζευγάρια κάλτσες. Πόσο αγόρασε το κάθε ζευγάρι;

Λύση

.....

12. Από ένα δοχείο με μέλι η μητέρα χρησιμοποίησε $\frac{3}{5}$ του κιλού για λουκουμάδες και $\frac{4}{10}$ του κιλού για δίπλες. Έμειναν στο δοχείο $\frac{7}{10}$ του κιλού μέλι. Πόσα κιλά είχε αρχικά το δοχείο;

Λύση

.....

13. Η Φρόσω σκέφτεται έναν αριθμό. Αν προσθέσει το διπλάσιο του 45 και 6 ακόμα, θα βρει άθροισμα 208. Ποιον αριθμό σκέφτεται;

Λύση

.....

Β' ομάδα

1. Η Στεφανία είχε ένα χρηματικό ποσό. Της έδωσε η γιαγιά της τα διπλάσια χρήματα απ' αυτά που είχε και ο πατέρας της τετραπλάσια και τώρα έχει 182 €. Πόσα χρήματα είχε αρχικά;

Λύση

.....

2. Ο Ιορδάνης είχε ένα χρηματικό ποσό. Του έδωσε ο παππούς του τα πενταπλάσια χρήματα απ' όσα είχε αρχικά. Αγόρασε ένα παιχνίδι με 95 € και του έμειναν 190 €. Πόσα χρήματα είχε αρχικά;

Λύση

.....

3. Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 121,5 εκατοστά. Η βάση του είναι ίση με το $\frac{1}{2}$ της καθεμιάς από τις ίσες πλευρές του. Πόσο είναι το μήκος καθεμιάς από τις ίσες πλευρές του και πόσο το μήκος της βάσης του;

Λύση

.....

4. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 373,6 μέτρα. Το μήκος του είναι **τριπλάσιο** από το πλάτος του. Πόσα μέτρα είναι το μήκος και πόσα το πλάτος;

Λύση

.....

5. Ρώτησαν κάποιον ποδοσφαιριστή πόσες φορές έχει παίξει με την εθνική ομάδα. Εκείνος απάντησε : Αν **τριπλασιάσω** τον αριθμό των συμμετοχών μου και προσθέσω 25 θα έχω 151. Πόσες συμμετοχές στην εθνική ομάδα είχε ο ποδοσφαιριστής;

Λύση

.....

6. Η Άννα στα τρία άλμπουμ της έχει 486 φωτογραφίες. Στο πρώτο άλμπουμ έχει **διπλάσιες** από το δεύτερο και στο τρίτο **τριπλάσιες** από το δεύτερο. Πόσες φωτογραφίες έχει κάθε άλμπουμ;

Λύση

.....

7. Η Ανθούλα είχε 4 ίδια κέρματα. Αγόρασε τετράδια με 3,6 € και της έμειναν 4,4€. Ποια ήταν η αξία κάθε κέρματος;

Λύση

.....

Z' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ
Z₁ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

1. Ένας στύλος της ΔΕΗ έχει ύψος 7,2 μέτρα και ρίχνει σκιά 2 μέτρα. Την ίδια στιγμή ένα κυπαρίσσι που είναι δίπλα του ρίχνει σκιά 8,5 μέτρα. Πόσο είναι το ύψος του κυπαρισσιού;

Λύση

Απάντηση :

2. Η απόσταση δύο πόλεων πάνω στο χάρτη είναι 17,5 εκ. και η πραγματική απόσταση 140 χιλιόμετρα. Πόση είναι η πραγματική απόσταση δύο άλλων πόλεων που πάνω στον ίδιο χάρτη απέχουν 12 εκ.;

Λύση

Απάντηση :

3. Η διάμετρος ενός κυκλικού δίσκου είναι 16,5 μέτρα και το μήκος του 51,81 μέτρα. Πόση είναι η διάμετρος ενός άλλου κυκλικού δίσκου που έχει μήκος 24,806 μέτρα;

Λύση

Απάντηση :

4. Η παροχή μιας βρύσης σε 18 λεπτά είναι 630 λίτρα νερό. Πόσα λίτρα είναι η παροχή της αν μείνει ανοιχτή 1 ώρα και 35 λεπτά;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα και σε $3\frac{1}{5}$ ώρες διανύει μία απόσταση 240 χιλιομέτρων. Σε πόσες ώρες θα διανύσει την απόσταση των 405 χιλιομέτρων που απέχουν δύο πόλεις αν κινηθεί με την ίδια ταχύτητα;

Λύση

Απάντηση :

6. Το μετρό όταν κινείται με σταθερή ταχύτητα 95 χιλιόμετρα την ώρα, διανύει την απόσταση ανάμεσα σε δύο σταθμούς σε 1 λεπτό και 48 δευτερόλεπτα. Πόση είναι η απόσταση ανάμεσα στους δύο σταθμούς;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένας manάβης πούλησε σε μία εβδομάδα 6 καφάσια που το καθένα είχε κατά μέσο όρο 15 κιλά φράουλες και εισέπραξε 162 €. Την επομένη εβδομάδα πούλησε 9 καφάσια που το καθένα είχε κατά μέσο όρο 14 κιλά με την ίδια τιμή. Πόσα χρήματα εισέπραξε;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένας αυγοπώλης πούλησε χθες στη λαϊκή αγορά 42 αυγοθήκες που η καθεμιά είχε 30 αυγά και εισέπραξε 176,4 €. Σήμερα πούλησε 38 όμοιες αυγοθήκες με την ίδια τιμή. Πόσα χρήματα εισέπραξε;

Λύση

Απάντηση :

9. Μία δακτυλογράφος, όταν εργάζεται 6 ώρες την ημέρα, δακτυλογραφεί σε 8 ημέρες 336 σελίδες από τις 924 που έχει ένα βιβλίο. Σε πόσες ημέρες θα δακτυλογραφήσει τις υπόλοιπες σελίδες, αν εργάζεται 7 ώρες την ημέρα;

Λύση

Απάντηση :

10. Οι 4 σόμπες πετρελαίου, όταν λειτουργούν 6 ώρες την ημέρα, καταναλώνουν σε 15 ημέρες 450 λίτρα πετρέλαιο. Πόσα λίτρα πετρέλαιο θα καταναλώσουν 7 όμοιες σόμπες πετρελαίου σε 20 ημέρες, όταν λειτουργούν 8 ώρες την ημέρα;

Λύση

Απάντηση :

11. Τα $\frac{3}{8}$ κιλά ψημένο αρνίσιο κρέας αξίζει 7,5 €. Πόσο αξίζουν τα $3\frac{1}{4}$ κιλά ψημένου κρέατος;

Λύση

Απάντηση :

ΖΉΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

1. Οχτώ ίδιες βρύσες όταν ανοιχτούν μαζί γεμίζουν μια δεξαμενή σε 15 ώρες. Πόσες όμοιες βρύσες θα γεμίσουν την ίδια δεξαμενή σε 10 ώρες;

Λύση

Απάντηση:.....

2. Τρεις εκσκαφείς ανέλαβαν να ανοίξουν ένα βαθύ αυλάκι σε 18 ημέρες. Ύστερα από εργασία 12 ημερών, ο ένας εκσκαφέας χάλασε και οι άλλοι δύο συνέχισαν το άνοιγμα του αυλακιού. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν τώρα το αυλάκι;

Λύση

Απάντηση:.....

3. Πέντε εργάτες της ίδιας απόδοσης τελειώνουν ένα έργο σε 12 ημέρες. Αν εργαστούν ακόμη τρεις εργάτες της ίδιας απόδοσης σε πόσες ημέρες θα τελειώσει το έργο;

Λύση

Απάντηση:.....

4.Μια αμαξοστοιχία διανύει την απόσταση ανάμεσα σε δύο πόλεις σε 7 ώρες με μέση ταχύτητα 80 χλμ. την ώρα. Αν ελαττώσει την ταχύτητά του κατά 20 χλμ. την ώρα, σε πόσες ώρες θα διανύσει την ίδια απόσταση;

Λύση

Απάντηση:.....

5.Τα 60 πρόβατα έχουν ζωοτροφές για 24 ημέρες. Πόσες ημέρες θα περάσουν με τις ίδιες ζωοτροφές 18 αγελάδες, αν η κάθε μια τρώει όσο 5 πρόβατα;

Λύση

Απάντηση:.....

6. Ένα αυτοκίνητο, όταν τρέχει με ταχύτητα 76 χιλιόμετρα την ώρα, χρειάζεται 7,5 ώρες για να διανύσει την απόσταση Αθήνα-Φλώρινα. Πόσο πρέπει να αυξήσει την ταχύτητα του για να διανύσει την ίδια απόσταση σε 6 ώρες;

Λύση

Απάντηση :.....

7. Η πλακόστρωση μιας πλατείας τελειώνει σε 30 ημέρες από 20 εργάτες, αν αυτοί εργάζονται 6 ώρες την ημέρα. Πόσοι εργάτες πρέπει να προσληφθούν, για να τελειώσει η πλακόστρωση 5 ημέρες νωρίτερα, αν όλοι εργάζονται 8 ώρες την ημέρα;

Λύση

Απάντηση :

8. Οι 18 εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 1 μήνα και 20 ημέρες. Αν ο αριθμός των εργατών αυξηθεί κατά το $\frac{1}{3}$ του αρχικού αριθμού των εργατών, πόσες ημέρες νωρίτερα θα τελειώσει το ίδιο έργο;

Λύση

Απάντηση :

9. Για το στρώσιμο ενός δαπέδου με σανίδες μήκους 1,2 μέτρων και πλάτους 12 εκατοστών χρειάζονται 240 σανίδες. Αν χρησιμοποιηθούν σανίδες μήκους 0,8 μέτρων και πλάτους 16 εκατοστών, πόσες σανίδες θα χρειαστούν;

Λύση

Απάντηση :

Z₃ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ**Α' ομάδα**

1. Μια βιοτεχνία χρειάζεται 45 μέτρα ύφασμα για να ράψει 30 πουκάμισα. Πόσα ίδια πουκάμισα θα ράψει με 252 μέτρα ύφασμα;

Λύση

Απάντηση :

© Να διατυπώσεις και να λύσεις στο τετράδιό σου τα τρία αντίστροφα προβλήματά του.

2. Οι 150 στρατιώτες έχουν τροφές για 2 μήνες και 15 ημέρες. Τα $\frac{2}{5}$ των στρατιωτών πήραν μετάθεση. Πόσες ημέρες θα περάσουν οι υπόλοιποι στρατιώτες με τις ίδιες τροφές;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας ποδηλάτης διανύει μία απόσταση σε 7 ημέρες με σταθερή ταχύτητα επί 8 ώρες την ημέρα. Αν αυξήσει την ταχύτητα του κατά το $\frac{1}{4}$ της αρχικής, πόσες ώρες την ημέρα πρέπει να κινείται, για να διανύσει την ίδια απόσταση σε 6 ημέρες;

Λύση

Απάντηση :

4. Έξι βρύσες που έχουν την ίδια παροχή, όταν ανοιχτούν 6 ώρες την ημέρα, γεμίζουν μια δεξαμενή σε 4 ημέρες. Οι εννιά όμοιες βρύσες, όταν είναι ανοικτές για $5\frac{1}{3}$ ώρες την ημέρα, σε πόσες ημέρες γεμίζουν την ίδια δεξαμενή;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα συνεργείο που αποτελείται από 10 τεχνίτες τελειώνει ένα έργο σε 8 ημέρες, αν κάθε τεχνίτης εργάζεται 7 ώρες την ημέρα. Για να τελειώσει το έργο νωρίτερα, προσέλαβαν άλλους 4 τεχνίτες και εργάζονται όλοι από 8 ώρες την ημέρα. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσει το έργο;

Λύση

Απάντηση :

6. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340 μέτρα το δευτερόλεπτο. Σε πόσο χρόνο ο ήχος θα διανύσει μια απόσταση 6.460 μέτρων; Ο ήχος από την εκτυρσοκρότηση του τουφεκιού ενός κυνηγού έφτασε στα αυτιά μας ύστερα από 6 δευτερόλεπτα. Σε πόση απόσταση βρισκόταν ο κυνηγός τη στιγμή της εκτυρσοκρότησης;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Οι 10 εργάτες τελειώνουν τα $\frac{3}{4}$ ενός έργου σε 12 ημέρες. Πόσοι εργάτες της ίδιας απόδοσης θα χρειαστούν για να τελειώσουν **τριπλάσιο** έργο σε 15 ημέρες;
Λύση

Απάντηση :

2. Ένα αεροπλάνο διανύει τα $\frac{5}{8}$ μιας απόστασης σε 1 ώρα και 20 λεπτά με σταθερή ταχύτητα 800 χιλιόμετρα την ώρα. Σε πόσο χρόνο θα διανύσει την υπόλοιπη απόσταση, αν αυξήσει την ταχύτητα του κατά 100 χιλιόμετρα την ώρα;
Λύση

Απάντηση :

3. Μια κατασκήνωση φιλοξενεί 180 παιδιά και το μέλι που υπάρχει στην αποθήκη της επαρκεί για 25 ημέρες, αν η ημερήσια κατανάλωση είναι 15 κιλά. Αν έρθουν στην κατασκήνωση άλλα 20 παιδιά, πόσες ημέρες θα περάσουν τα παιδιά, αν η ημερήσια κατανάλωση αυξηθεί κατά 1,875 κιλά της αρχικής;
Λύση

Απάντηση :

4. Μια βρύση έχει παροχή 25 λίτρα νερό το λεπτό και γεμίζει μια δεξαμενή σε 2 ώρες και 15 λεπτά. Μια άλλη βρύση **τριπλάσιας** παροχής σε πόσο χρόνο θα γεμίσει την ίδια δεξαμενή; Αν ανοιχτούν συγχρόνως και οι δύο βρύσες σε πόσο χρόνο γεμίζουν την δεξαμενή;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα φορτηγό διανύει με σταθερή ταχύτητα 70 χιλιόμετρα την ώρα τα $\frac{3}{5}$ μιας απόστασης σε 6 ώρες. Σε πόσο χρόνο θα διανύσει την υπόλοιπη απόσταση αν αυξήσει την ταχύτητα του κατά 10 χιλιόμετρα;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα υπεραστικό λεωφορείο διανύει την απόσταση Αθήνα-Βόλος σε $3\frac{3}{4}$ ώρες με σταθερή ταχύτητα 84 χιλιόμετρα την ώρα. Στο χτεσινό δρομολόγιο του έφυγε με καθυστέρηση 15 λεπτών. Πόσο πρέπει να αυξήσει την ταχύτητα του για να φτάσει στο Βόλο χωρίς καθυστέρηση;

Λύση

Απάντηση :

7. Τα 42 λίτρα γάλα δίνουν 18 κιλά τυρί. Τα 30 κιλά τυρί, όταν αλατιστούν, χάνουν 6 κιλά. Πόσα κιλά αλατισμένο τυρί θα βγάλει ένα τυροκομείο με 770 λίτρα γάλα;

Λύση

Απάντηση :

8. Οι 5 αγελάδες δίνουν τόσο γάλα, όσο δίνουν 60 προβατίνες. Ένας κτηνοτρόφος έχει 18 αγελάδες και 120 προβατίνες που αρμέγει καθημερινά. Πόσο γάλα παίρνει απ' όλα τα ζώα, αν η μία αγελάδα δίνει 16 λίτρα γάλα;

Λύση

Απάντηση :

9. Τα 120 κιλά σιτάρι, όταν αλεστούν, δίνουν 96 κιλά αλεύρι. Με 40 κιλά αλεύρι γίνονται 48 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά ψωμί μπορούν να γίνουν με 640 κιλά αλεύρι;

Λύση

Απάντηση :

Η΄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

1. Τρεις έμποροι πλήρωσαν σε μια μεταφορική εταιρεία που μετέφερε τα εμπορεύματα τους 580 €. Ο πρώτος είχε μεταφέρει 8 τόνους σε απόσταση 15 χιλιομέτρων. Ο δεύτερος 5 τόνους σε απόσταση 20 χιλιομέτρων και ο τρίτος 12 τόνους σε απόσταση 10 χιλιομέτρων. Πόσα θα πληρώσει ο καθένας για τα μεταφορικά;
Λύση

Απάντηση :

2. Τρεις κληρονόμοι μοιράστηκαν ένα ποσόν ανάλογα με τους αριθμούς 3, 4 και 5. Το μερίδιο του πρώτου ήταν 4.500 € **λιγότερο** από το μερίδιο του δεύτερου. Πόσο πήρε ο καθένας;

Λύση

Απάντηση :

3. Τρεις εταιρείες ανέλαβαν να εκτελέσουν ένα δημόσιο έργο αξίας 308.000 €. Η πρώτη εταιρεία χρησιμοποίησε 64 εργάτες και 3 μηχανικούς, η δεύτερη 16 εργάτες **περισσότερους** από την πρώτη και η τρίτη 28 εργάτες **λιγότερους** από την δεύτερη και 5 μηχανικούς. Πόσα χρήματα αναλογούν σε κάθε εταιρεία, αν ο κάθε μηχανικός πληρώνεται όσο 3 εργάτες;

Λύση

Απάντηση :

4. Τρεις οικογένειες, η πρώτη 4 ατόμων, η δεύτερη 5 και η τρίτη 6 ατόμων, πήγαν σε μια ταβέρνα και έφαγαν. Πλήρωσαν όλοι μαζί 270 €, ανάλογα με τα μέλη τους. Πόσο πλήρωσε η κάθε οικογένεια;

Λύση

Απάντηση :

5. Τρεις εργάτες έσκαψαν ένα χαντάκι σε 160 ώρες. Ο πρώτος πήρε 220 €, ο δεύτερος 280 € και ο τρίτος 300 €. Πόσες ώρες εργάστηκε ο καθένας;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα άγαλμα ζυγίζει 180 κιλά. Η αναλογία για την κατασκευή του αγάλματος ήταν 9 μέρη χαλκού, 4 μέρη ψευδαργύρου και 2 μέρη κασσίτερου. Πόσα κιλά από κάθε μέταλλο χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του αγάλματος;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένας γεωργός έχει 3 χωράφια. Το πρώτο 24 στρεμμάτων, το δεύτερο 30 και το τρίτο 36. Αγόρασε 57 σακιά λίπασμα βάρους 50 κιλών το καθένα. Πόσα κιλά λίπασμα έριξε στο κάθε χωράφι αν σε κάθε στρέμμα έριξε ίση ποσότητα;

Λύση

Απάντηση :

8. Τρεις γεωργοί αγόρασαν ένα τρακτέρ συνεταιρικά. Ο πρώτος έδωσε 8.500 €. ο δεύτερος 9.000 € και ο τρίτος 10.000 €. Από την εργασία του τρακτέρ στο τέλος του χρόνου κέρδισαν 4.400 €. Πόσο κέρδος αναλογεί στον καθένα;

Λύση

Απάντηση :

9. Δύο κτηνοτρόφοι νοίκιασαν ένα λιβάδι και πλήρωσαν 510 €. Ο πρώτος βόσκησε τις 45 αγελάδες του για 30 ημέρες και ο δεύτερος τις 30 αγελάδες του για 40 ημέρες. Πόσα χρήματα πλήρωσε ο καθένας;

Λύση

Απάντηση :

10. Δύο κτηνοτρόφοι νοίκιασαν ένα λιβάδι και πλήρωσαν 1.036 €. Ο πρώτος βόσκησε 24 αγελάδες και 74 πρόβατα για 35 ημέρες και ο δεύτερος 18 αγελάδες και 68 πρόβατα για 50 ημέρες. Η κάθε αγελάδα τρώει όσο 4 πρόβατα. Πόσα χρήματα πλήρωσε ο κάθε κτηνοτρόφος;

Λύση

Απάντηση :

11. Τέσσερις εργάτες τελείωσαν μια εργασία και πήραν 1.146 €. Ο πρώτος εργάστηκε 7 ημέρες από 6 ώρες την ημέρα, ο δεύτερος 8 ημέρες από 7 ώρες, ο τρίτος 5 ημέρες από 9 ώρες και ο τέταρτος 6 ημέρες από 8 ώρες. Πληρώθηκαν ανάλογα με τις ώρες εργασίας. Ποιο ποσό αναλογεί στον καθένα;

Λύση

Απάντηση :

12. Ένας γεωργός καλλιέργησε με καλαμπόκι τρία χωράφια, το πρώτο 8 στρέμματα, το δεύτερο 10 και το τρίτο 12. Τα χωράφια είχαν την ίδια ποιοτική και στρεμματική απόδοση. Από το πρώτο εισέπραξε 3.600 € πουλώντας το με 0,25 € το κιλό. Πόσα κιλά καλαμπόκι πήρε από κάθε χωράφι;

Λύση

Απάντηση :

13. Τρία αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια ταχύτητα και διανύουν 930 χιλιόμετρα. Το πρώτο κινήθηκε για 3 ώρες, το δεύτερο $\frac{1}{5}$ της ώρας **περισσότερο** από το πρώτο και το τρίτο το $\frac{1}{2}$ του χρόνου που κινήθηκαν το πρώτο και το δεύτερο μαζί. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το καθένα;

Λύση

Απάντηση :

14. Ένας παππούς άφησε κληρονομιά στους τρεις γιους του 63.000 € να τα μοιραστούν ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών τους. Ο πρώτος είχε 3 παιδιά, ο δεύτερος 4 και ο τρίτος 2 παιδιά. Πόσα € θα πάρει κάθε ένας απ' τους τρεις γιους;

Λύση

Απάντηση :

15. Τρεις ιδιοκτήτες ενός πλοίου το είχαν ασφαλισμένο αντί 240.000 € . Ο πρώτος είχε 2 μέρη απ' το πλοίο, ο δεύτερος 3 και ο τρίτος 1 μέρος. Το πλοίο έπαθε μεγάλη καταστροφή. Τι μέρος από την ασφάλεια θα πάρει ο καθένας ανάλογα με το μερίδιο του;

Λύση

Απάντηση :

Θ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

Θ₁' ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΠΟΣΟ

1. Η περσινή παραγωγή ενός βαμβακοπαραγωγού ήταν 16.500 κιλά βαμβάκι. Η φετινή παραγωγή είναι αυξημένη κατά 16%. Πόσα κιλά βαμβάκι είναι η φετινή παραγωγή;

Λύση

Απάντηση :

2. Ο αριθμός των μαθητών ενός σχολείου ήταν πέρσι 350 μαθητές. Φέτος ο αριθμός αυτός μειώθηκε κατά 6%. Πόσους μαθητές έχει φέτος το σχολείο;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας έμπορος αγόρασε 35 ηλεκτρικές σκούπες με 140 € τη μία και τις πούλησε με κέρδος 35%. Πόσο πουλούσε την καθεμιά και πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένα σχολείο έχει 315 μαθητές. Τα 60 % είναι κορίτσια. Πόσα είναι τα αγόρια;
Λύση

Απάντηση :

5. Ένας κρεοπώλης αγόρασε 64 κιλά μοσχάρι με 6,5 € το κιλό και το πούλησε με κέρδος 25 %. Πόσα € κέρδισε;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα σερβίτσιο φαγητού αγοράστηκε 280 €. Επειδή είχε κάποιο ελάττωμα πουλήθηκε με ζημιά 5 %. Πόσα € πουλήθηκε;

Λύση

Απάντηση :

Θ₂ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΑΡΧΙΚΟ ΠΟΣΟ

1.Μια βιντεοκάμερα πουλήθηκε με ζημιά 30 % και ζημιώθηκε 63 €. Πόσα € ήταν η τιμή αγοράς της και πόσο πουλήθηκε;

Λύση

Απάντηση :

2.Ένας αμπελουργός πούλησε το 85 % του κρασιού που είχε και με το υπόλοιπο γέμισε ένα βαρέλι που χωρούσε 330 λίτρα κρασί. Πόσα κιλά κρασί πούλησε;

Λύση

Απάντηση :

3.Ένα γκαρσόνι αμείβεται με 18 % στις παραγγελίες που παίρνει. Ένα βράδυ πήρε 64,8 €. Πόσα € ήταν οι παραγγελίες που πήρε;

Λύση

Απάντηση :

4.Ο καθαρός μισθός ενός υπαλλήλου είναι 1.170 €. Γίνονται κρατήσεις 22 % επί του ακαθάριστου ποσού. Πόσο είναι το ακαθάριστο ποσό;

Λύση

Απάντηση :

5.Ο μισθός ενός υπαλλήλου αυξήθηκε κατά 6 % και τώρα είναι 1.219 €. Πόσος ήταν ο μισθός πριν την αύξηση ;

Λύση

Απάντηση :

6.Μια τηλεόραση πουλήθηκε με κέρδος 36 % πάνω στην τιμή αγοράς και το κέρδος ήταν 108 €. Πόσα € ήταν η τιμή αγοράς της;

Λύση

Απάντηση :

Θ₃ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΣΤΑ %

1. Ένας έμπορος αγόρασε ένα παιχνίδι 50 € και το πούλησε 70 €. Πόσο στα % ήταν το κέρδος του;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένας καταψύκτης πουλήθηκε 297 € με κέρδος 77 €. Πόσο στα % ήταν το κέρδος;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένα ποδήλατο πουλήθηκε 190 € με ζημιά 60 € στην τιμή αγοράς. Πόσο στα % ήταν η ζημιά;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένας ιχθυοπώλης αγόρασε ψάρια με 360 € και τα πούλησε 240 €. Πόσο στα % ζημιώθηκε;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένα χαλί πουλιόταν 88 €. Στην περίοδο των εκπτώσεων πουλήθηκε 66 €. Πόσο στα % ήταν η έκπτωση;

Λύση

Απάντηση :

6. Μια τηλεφωνική συσκευή πουλήθηκε 42 € και το κέρδος ήταν 12 €. Πόσο στα % ήταν το κέρδος;

Λύση

Απάντηση :

Θ₄ ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ**Α' ομάδα**

1. Ο μισθός ενός υπαλλήλου είναι 1.200 €. Του έγινε αύξηση 4 %. Πόση ήταν η αύξηση;

Λύση

Απάντηση :

2. Ένα κατάστημα πούλησε ένα ζευγάρι παπούτσια με κέρδος 30 % πάνω στην τιμή αγοράς και εισέπραξε 78 €. Πόσα € το είχε αγοράσει;

Λύση

Απάντηση :

3. Την τελευταία διετία συνταξιοδοτήθηκε το 4 % των εργατών ενός εργοστασίου και το εργοστάσιο τώρα έχει 240 εργάτες. Πόσους εργάτες είχε το εργοστάσιο πριν από δύο χρόνια;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένας manάβης πούλησε τα μήλα με ζημιά 40 % αντί του ποσού των 42 €. Πόσο είχε αγοράσει τα μήλα;

Λύση

Απάντηση :

5. Μια φούστα πουλήθηκε στην περίοδο των εκπτώσεων 30 % φθηνότερα αντί του ποσού των 56 €. Πόσο πουλιόταν πριν από τις εκπτώσεις;

Λύση

Απάντηση :

6. Ένα παντελόνι πριν από τις εκπτώσεις πουλιόταν 84 €. Στην περίοδο των εκπτώσεων πουλήθηκε με έκπτωση 25 % . Πόσα € πουλήθηκε;

Λύση

Απάντηση :

7. Ένας μανάβης αγόρασε 150 κιλά πατάτες με 0,5 € το κιλό και 80 κιλά ακτινίδια με 0,85 € το κιλό. Τα πούλησε με κέρδος 28 %. Πόσα € κέρδισε;

Λύση

Απάντηση :

8.Ο πληθυσμός ενός ορεινού χωριού την περασμένη δεκαετία ήταν 250 κάτοικοι. Στην τελευταία απογραφή ο πληθυσμός του χωριού μειώθηκε κατά 14 %. Ποιος είναι ο πληθυσμός του ορεινού χωριού;

Λύση

Απάντηση:.....

9.Το σαλόνι ενός σπιτιού έχει μήκος 12 μέτρα και πλάτος 7,5 μέτρα. Αγοράστηκαν χαλιά που καλύπτουν το 80 % της επιφάνειας του σαλονιού. Πόσο είναι το εμβαδόν των χαλιών;

Λύση

Απάντηση :

10. Ένας manάβης αγόρασε μία ποσότητα κρεμμυδιών. Του σάπισαν 36 κιλά και πούλησε τα υπόλοιπα 114 κιλά. Πόσα στα % ήταν τα σάπια κρεμμύδια;

Λύση

Απάντηση :

11. Ένας μαθητής ξοδεύει κάθε μέρα το 15 % των χρημάτων που έχει. Ύστερα από 5 ημέρες του έμειναν 4 €. Πόσα χρήματα είχε στην αρχή;

Λύση

Απάντηση :

12. Ένα ψυγείο πουλιέται με ζημία 35 % στην τιμή αγοράς. Πόσο στα % είναι η ζημία στην τιμή πώλησης;

Λύση

Απάντηση :

13. Ένας δίσκος σερβιρίσματος είναι κράμα χρυσού και ασημιού και ζυγίζει 760 γραμμάρια. Το 6 % του κράματος είναι χρυσός. Πόσα γραμμάρια είναι το ασήμι που περιέχει;

Λύση

Απάντηση :

14. Ένα κατάστημα αγόρασε ένα πάπλωμα 150 €. Επειδή ήταν ελαττωματικό το πούλησε με ζημιά 36 %. Πόσα € ζημιώθηκε και πόσο πουλήθηκε το πάπλωμα;

Λύση

Απάντηση :

15. Ένα χρωματοπωλείο αγόρασε 45 κιλά μπογιά με 1,6 € το κιλό. Την πούλησε και εισέπραξε 100,8 €. Πόσο στα % κέρδισε;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Ένα τυροκομείο έπηξε 800 κιλά γάλα. Το νωπό τυρί ζύγιζε το 40 % του γάλατος. Αλάτισε το τυρί και είχε φύρα 18 % . Πόσα κιλά ήταν το αλατισμένο τυρί που έφτιαξε ;

Λύση

Απάντηση :

2. Ο κύριος Αποστόλης αγόρασε ένα ραδιόφωνο αξίας 60 € και μία φωτογραφική μηχανή αξίας 135 €. Αν ο Φ.Π.Α. ήταν 18 % πόσο πλήρωσε το ραδιόφωνο και πόσο τη φωτογραφική μηχανή;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας έμπορος πουλούσε δύο ποδήλατα αξίας (χωρίς Φ.Π.Α.) το ένα 200 € και το άλλο 280 € . Αν ο Φ.Π.Α. είναι 18 % , πόσο πούλησε το κάθε ποδήλατο και πόσα € εισέπραξε και από τα δύο;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένα σχολείο αγόρασε μια μοκέτα διαστάσεων 10 μ. και 7,5 μ. για την αίθουσα τελετών η οποία κάλυψε το 60 % του δαπέδου. Πόση ήταν η επιφάνεια της αίθουσας τελετών;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένας επιπλοποιός πούλησε ένα κρεβάτι με ζημία 8 % και εισέπραξε 115 €. Πόσο έπρεπε να το πουλήσει για να κερδίσει 25 % στην τιμή του κόστους του;

Λύση

Απάντηση :

6. Οι γεννήσεις σε μια πόλη σε ένα έτος ήταν 3 % και οι θάνατοι 2,2 %. Ο πληθυσμός της αυξήθηκε κατά 950 κατοίκους. Πόσος είναι ο πληθυσμός της πόλης στο τέλος του έτους;

Λύση

Απάντηση :

7. Σε ένα περιβόλι είναι φυτεμένα δέντρα, ροδακινιές, βερικοκιές και ροδιές. Οι ροδακινιές καλύπτουν το 38 % της συνολικής έκτασης και οι βερικοκιές το 44 %. Οι ροδιές είναι 9 στρέμματα. Πόσα στρέμματα είναι όλο το περιβόλι;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένας ελαιοπαραγωγός μάζεψε 2.400 κιλά ελιές. Η τιμή της βρώσιμης ελιάς στο εμπόριο είναι 0,6 € το κιλό. Αν τις βγάλει λάδι θα έχουν απόδοση 1 λίτρο κάθε 5 κιλά ελιές. Τα έξοδα του ελαιοτριβείου είναι 10 % της αξίας του λαδιού το οποίο πουλιέται προς 3,2 € το λίτρο. Τι συμφέρει τον ελαιοπαραγωγό: να πουλήσει τις ελιές στο εμπόριο ή να τις βγάλει λάδι;

Λύση

Απάντηση :

9. Ένας ξυλουργός πούλησε ένα τραπέζι 148,5 €, με κέρδος 35 % στην τιμή κόστους. Αν το πουλούσε 120 € θα κέρδιζε ή θα ζημιωνόταν και πόσο στα %;

Λύση

Απάντηση :

10. Ένας καναπές πουλήθηκε με ζημιά 15 % και ο έμπορος εισέπραξε 952 € . Πόσο έπρεπε να πουληθεί για να κερδίσει ο έμπορος 24 %;

Λύση

Απάντηση :

11. Το μεικτό βάρος ενός βαρελιού είναι 324 κιλά. Το απόβαρό του είναι 8 % του καθαρού βάρους. Πόσο είναι το απόβαρο;

Λύση

Απάντηση :

12. Το καθαρό βάρος ενός βαρελιού είναι 386 κιλά. Το απόβαρό του είναι 15 % του μεικτού βάρους του. Πόσα κιλά είναι το απόβαρο;

Λύση

Απάντηση :

13. Πριν από έξι χρόνια στην Α΄ τάξη ενός Γυμνασίου γράφτηκαν 280 μαθητές. Συνέχισαν στο Λύκειο τα 75 % και στα ΑΕΙ και ΤΕΙ το 70 % όσων αποφοίτησαν από το Λύκειο. Πόσοι μαθητές πέρασαν στα ΑΕΙ και ΤΕΙ;

Λύση

Απάντηση :

14. Ένας έμπορος φρούτων αγόρασε 1.200 κιλά καρπούζια προς 0,25 € το κιλό. Τα έξοδα μεταφοράς ήταν 40 €. Χτυπήθηκαν 248 κιλά καρπούζια και τα πέταξε. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με κέρδος 40 % στην τιμή του κόστους. Πόσο πούλησε το ένα κιλό;

Λύση

Απάντηση :

15. Ένα λογοτεχνικό βιβλίο πουλήθηκε 18 € με κέρδος 15 % στην τιμή πώλησης. Αν πουλιόταν με κέρδος 35 % στην τιμή αγοράς ποιο θα ήταν το κέρδος;

Λύση

Απάντηση :

Γ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ**Α' ομάδα**

1. Ο κ. Φώτης κατέθεσε στην τράπεζα 8.000 € με επιτόκιο 5%. Πόσο τόκο θα πάρει αν αφήσει τα χρήματα του στην τράπεζα για :

- α) 1 έτος
- β) 7 μήνες
- γ) 72 ημέρες

Λύση

Απάντηση :

2. Κεφάλαιο 16.000 € τοκίζεται για 9 μήνες και 16 ημέρες με επιτόκιο 5%. Ποιο θα είναι το νέο κεφάλαιο με την λήξη του χρόνου του τοκισμού του;

Λύση

Απάντηση :

3. Κεφάλαιο 25.000 € τοκίζεται για 3 έτη με επιτόκιο 3,5%. Ποιο θα είναι το νέο κεφάλαιο μετά την λήξη του χρόνου τοκισμού του ; (Μετά από κάθε έτος ο τόκος προστίθεται στο κεφάλαιο).

Λύση

Απάντηση :

4. Ο κ. Γιάννης αγόρασε ένα αυτοκίνητο αξίας 22.500 €. Έδωσε τα $\frac{7}{10}$ του ποσού και τα υπόλοιπα τα πλήρωσε σε 9 μήνες με επιτόκιο 10%. Πόσο του κόστισε το αυτοκίνητο;

Λύση

Απάντηση :

5. Ένας πατατοπαραγωγός πούλησε 42 τόνους πατάτες προς 0,60 € το κιλό. Από τα χρήματα που εισέπραξε πλήρωσε τα $\frac{4}{10}$ στην ΑΤΕ για ένα δάνειο που είχε πάρει και τα υπόλοιπα τα κατέθεσε σε λογαριασμό ταμειυτηρίου με επιτόκιο 2,5 %. Πόσο τόκο θα εισπράξει σε 6 μήνες;

Λύση

Απάντηση :

6. Ο κ. Χαράλαμπος κέρδισε στο ΛΟΤΤΟ 345.000 €. Τι τον συμφέρει : να αγοράσει ένα διαμέρισμα από το οποίο θα εισπράττει ενοίκιο 640 € τον μήνα ή να τα καταθέσει στην τράπεζα με επιτόκιο 2,5 % ; (Η σύγκριση να γίνει για ένα έτος)

Λύση

Απάντηση :

7. Ένα αυτοκίνητο πουλιέται τοις μετρητοίς 18.500 €, ενώ αν ξοφληθεί με δόσεις σε ένα χρόνο πουλιέται 21.000 €. Τι συμφέρει τον έμπορο: να το πουλήσει τοις μετρητοίς και να καταθέσει τα χρήματα στην Τράπεζα με επιτόκιο 3 % ή να το πουλήσει με δόσεις;

Λύση

Απάντηση :

8. Ένας αγρότης δανείστηκε από την ΑΤΕ 24.000 €. Τα $\frac{2}{5}$ του ποσού η Τράπεζα τού τα έδωσε άτοκα και τα υπόλοιπα με επιτόκιο 9%. Πόσα χρήματα θα επιστρέψει στην Τράπεζα μετά από 1 έτος;

Λύση

Απάντηση :

9. Ένας βιοτέχνης δανείστηκε 45.000 € για 8 μήνες με επιτόκιο 7%. Πόσο τόκο πλήρωσε;

Λύση

Απάντηση :

Β' ομάδα

1. Η κ. Χριστίνα πήρε ένα δάνειο 20.000 € με επιτόκιο 8% στις 24 Οκτωβρίου 2003. Πόσα χρήματα θα πληρώσει στις 14 Μαρτίου του 2004.

Λύση

Απάντηση :

2. Μια οικογένεια πήρε από την Τράπεζα καταναλωτικό δάνειο ύψους 24.500 € για 2 έτη και 9 μήνες με σταθερό επιτόκιο 9,4%. Πόσο θα πληρώσει στο τέλος του χρόνου δανεισμού;

Λύση

Απάντηση :

3. Ένας επιχειρηματίας είχε στην Τράπεζα καταθέσεις ύψους 850.000 € μετέτρεψε σε *repas* τα $\frac{5}{8}$ του ποσού για 45 ημέρες με επιτόκιο 4,5 % και τα υπόλοιπα σε ομόλογα δημοσίου για 1 έτος με επιτόκιο 3 %. Πόσο τόκο θα πάρει από την κάθε κατάθεση;

Λύση

Απάντηση :

4. Ένας πλανόδιος έμπορος χαλιών πούλησε στο πανηγύρι 4 χαλιά προς 160 € το ένα και 6 κιλίμια προς 95 € το ένα. Τόκισε τα $\frac{3}{5}$ των χρημάτων που εισέπραξε την 1^η Απριλίου με 2,5% και την 1^η Ιουλίου τα υπόλοιπα με 2%. Πόσα χρήματα θα πάρει συνολικά, αν αποσύρει τις καταθέσεις του στο τέλος του έτους;

Λύση

Απάντηση :

5. Ο Νεκτάριος κατέθεσε στην τράπεζα 1.700 € με επιτόκιο 7% για ένα έτος με σκοπό να αγοράσει ένα ποδήλατο αξίας 300 € και ένα πιάνο που έχει **πενταπλάσια** αξία από το ποδήλατο. Θα μπορέσει να αγοράσει και τα δύο στο τέλος του έτους; (Ο τόκος στο τέλος του εξαμήνου προστίθεται στο κεφάλαιο).

Λύση

Απάντηση :

6. Ο πατέρας της Ασημίνας αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας 160.000 €. Πλήρωσε τα $\frac{5}{8}$ της αξίας του με μετρητά και το υπόλοιπο συμφώνησε να το πληρώσει μετά από 3 έτη με επιτόκιο 6%. Πόσο κόστισε το διαμέρισμα στον πατέρα της Ασημίνας;(Κάθε έτος ο τόκος κεφαλαιοποιείται).

Λύση

Απάντηση :

7. Η κ. Σούλα αγόρασε έπιπλα αξίας 5.400 €. Πλήρωσε τα $\frac{3}{5}$ της αξίας τους και τα υπόλοιπα συμφώνησε να τα πληρώσει σε 1 έτος 4 μήνες και 20 ημέρες με επιτόκιο 8%. Πόσο κόστισαν τα έπιπλα; (Ο τόκος μετά από 1 έτος κεφαλαιοποιείται).

Λύση

Απάντηση :

8. Ο κ. Διονύσης εισέπραξε από την πώληση του βαμβακιού 32.000 €. Κατέθεσε τα $\frac{3}{5}$ των χρημάτων στην ΑΤΕ με επιτόκιο 4% και τα υπόλοιπα στο Ταχυδρομικό Ταμιευτήριο με επιτόκιο 5%. Πόσο τόκο θα πάρει συνολικά σε 18 μήνες, αν το κεφάλαιο ανατοκίζεται κάθε εξάμηνο στην ΑΤΕ και κάθε έτος στο Ταχυδρομικό Ταμιευτήριο;

Λύση

Απάντηση :


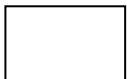
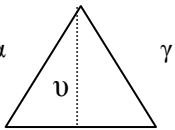
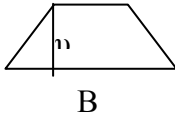
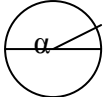
9. Ο κ. Θεμιστοκλής είχε καταθέσει στην Τράπεζα 36.000 € για ένα 1,5 έτος με επιτόκιο 6%. Με την λήξη της προθεσμίας κατάθεσης πήρε τα χρήματα από την Τράπεζα, έβαλε άλλα 5.662,23 € και αγόρασε ένα οικόπεδο. Ποια ήταν η αξία του οικοπέδου; (Ο τόκος κάθε εξάμηνο προστίθεται στο κεφάλαιο).

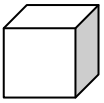
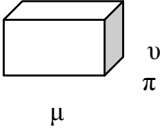
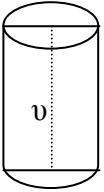
Λύση

Απάντηση :

ΙΑ΄ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΤΥΠΟΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΣΧΗΜΑ	ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ	ΕΜΒΑΔΟΝ
Τετράγωνο  α	$\alpha + \alpha + \alpha + \alpha$ ή $4 \cdot \alpha$	$\alpha \cdot \alpha$ ή α^2
Ορθογώνιο  μ	$2 \cdot \mu + 2 \cdot \pi$ ή $2 \cdot (\mu + \pi)$	$\mu \cdot \pi$
Τρίγωνο  β	$\alpha + \beta + \gamma$	$\frac{\beta \cdot \nu}{2}$ ή $(\beta \cdot \nu) : 2$
Τραπεζίτιο  β B	$\alpha + \beta + \gamma + B$	$\frac{(B + \beta) \cdot \nu}{2}$ ή $(B + \beta) \nu : 2$
Κυκλικός δίσκος  α	$\Pi = \text{Κ} = \Gamma = \delta \cdot \pi$ $\delta = 2 \cdot \alpha$ $\alpha = \delta : 2$ $\pi = 3,14$	$\alpha \cdot \alpha \cdot \pi = \alpha^2 \cdot \pi$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ	ΕΜΒΑΔΟΝ	ΟΓΚΟΣ
Κύβος  α	$E_{\text{παρ. επιφ.}} = 4 \cdot \alpha^2$ $E_{2 \text{ βάσεων}} = 2 \cdot \alpha^2$ $E_{\text{ολ. επιφ.}} = 6 \cdot \alpha^2$	$O = E_{\text{βάσης}} \cdot \nu$ $= \alpha^2 \cdot \nu$ ή $\alpha^2 \cdot \alpha$ ή α^3 * $\alpha = \nu$
Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο  μ	$E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot \mu \cdot \nu + 2 \cdot \pi \cdot \nu$ ή $2 \cdot \nu \cdot (\mu + \pi)$ ή $\Pi_{\text{βάση}} \cdot \nu = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu =$ $2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu$ $E_{2 \text{ βάσεων}} = 2 \cdot \mu \cdot \pi$	$O = \mu \cdot \pi \cdot \nu$ ή $O = E_{\text{βάσης}} \cdot \nu$ $E_{\text{βάσης}} = \mu \cdot \pi$
Κύλινδρος  ν	$E_{\text{παρ. επιφ.}} = \text{Κ} \cdot \nu =$ $\delta \cdot \pi \cdot \nu$ $E_{2 \text{ βάσεων}} = 2 \cdot \alpha^2 \cdot \pi$ $E_{\text{ολ. επιφ.}} = \text{Κ} \cdot \nu + 2 \alpha^2 \cdot \pi$	$O = \alpha^2 \cdot \pi \cdot \nu$

Ια₁ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ

1. Να βρεθεί η περίμετρος :

α) Ενός τετραγώνου με πλευρά 4,5 μέτρα.

Λύση

β) Ενός ορθογωνίου μήκους 16 μέτρων και πλάτους 12 μέτρων.

Λύση

γ) Ενός ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς 24,5 μέτρα.

Λύση

δ) Ενός ισοσκελούς τριγώνου που η βάση του είναι 38 μέτρα και η μία από τις δύο ίσες πλευρές του 29,5 μέτρα.

Λύση

ε) Ενός τριγώνου με μήκη πλευρών 19 μέτρα, 24 μέτρα και 17 μέτρα.

Λύση

στ) Ενός ρόμβου πλευράς 7,6 μέτρα.

Λύση

ζ) Ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας 5,8 μέτρα.

Λύση

η) Ενός τραπεζίου που έχει μεγάλη βάση 45 μέτρα, μικρή βάση 36 μέτρα και το μήκος των άλλων δύο πλευρών του 79 μέτρα.

Λύση

θ) Ενός επταγώνου πλευράς 5,4 μέτρα.

Λύση

ι) Ενός ορθογωνίου του οποίου η **ημιπερίμετρος** είναι 46,2 μέτρα.

Λύση

2. Να υπολογίσεις την πλευρά ενός τετραγώνου, αν γνωρίζεις ότι:

α) Η **ημιπερίμετρός** του είναι 72 μέτρα.

Λύση

β) Η **περίμετρός** του είναι 70 μέτρα.

Λύση

3. Να υπολογίσεις την περίμετρο ορθογωνίου αν:

α) Το μήκος είναι $\frac{4}{3}$ του πλάτους και το πλάτος 63 εκατοστά.

Λύση

β) Το μήκος είναι 85 μέτρα και το πλάτος ίσο με τα $\frac{3}{5}$ του μήκους.

Λύση

γ) Το μήκος είναι 2,4 φορές μεγαλύτερο του πλάτους και το πλάτος είναι 18 μέτρα.

Λύση

δ) Το μήκος είναι **τριπλάσιο** του πλάτους και το πλάτος είναι 12,5 μέτρα.

Λύση

4. Υπολόγισε τις διαστάσεις των ορθογωνίων με:

α) Περίμετρο 42 εκατοστά και πλάτος το **μισό** του μήκους.

Λύση

β) Περίμετρο 72 εκατοστών και μήκος **τριπλάσιο** του πλάτους.

Λύση

γ) Περίμετρο 64 δεκατόμετρα και μήκος $\frac{3}{2}$ του πλάτους.

Λύση

δ) Περίμετρο 80 μέτρων και πλάτος $\frac{3}{5}$ του μήκους.

Λύση

ε) Περίμετρο 26 δέκατα και πλάτος $\frac{5}{8}$ του μήκους.

Λύση

στ) Περίμετρο 54 μέτρα και άθροισμα δύο μηκών 32 μέτρα.

Λύση

ζ) Περίμετρο 90 εκατοστά και πλάτος 14 εκατοστά.

Λύση

η) Περίμετρο 45 μέτρα και πλάτος $\frac{1}{5}$ της περιμέτρου.

Λύση

θ) Περίμετρο 52 δέκατα και μήκος $\frac{8}{5}$ του πλάτους.

Λύση

ι) Περίμετρο 72 μέτρα και τα δύο πλάτη ίσα με $\frac{5}{4}$ του μήκους.

Λύση

5. Ισοσκελές τρίγωνο έχει περίμετρο 56 εκατοστά και μήκος βάσης 18 εκατοστά. Πόσο είναι το μήκος της καθεμιάς από τις δύο άλλες **ίσες** πλευρές του;

Λύση

6. Ισοσκελές τρίγωνο έχει περίμετρο 134 εκατοστά και τη μια από τις ίσες πλευρές του 48 εκατοστά. Πόσο είναι το μήκος της βάσης του;

Λύση

7. Τα μήκη των μη παράλληλων πλευρών ενός τραπεζίου είναι 27 μέτρα και 21 μέτρα, η μικρή βάση ίση με τα $\frac{2}{3}$ του αθροίσματος των μη παράλληλων πλευρών και η μεγάλη βάση τα $\frac{5}{6}$. Πόσα μέτρα είναι η περίμετρος του τραπεζίου;

Λύση

8. Ένας ρόμβος έχει πλευρά 26 εκ. και περίμετρο ίση με την περίμετρο ενός ισοπλεύρου τριγώνου. Πόσο είναι το μήκος κάθε πλευράς του ισοπλεύρου τριγώνου;

Λύση

9. Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 142 μ. και πλάτος 2 μ. Να βρεις την περίμετρο ενός τετραγώνου που έχει πλευρά ίση με τα $\frac{3}{4}$ του μήκους του ορθογωνίου;

Λύση

10. Μια ορθογώνια πλατεία έχει μήκος 210 μ. και πλάτος ίσο με τα $\frac{3}{5}$ του μήκους. Γύρω από την πλατεία φυτεύτηκαν δέντρα σε απόσταση 3 μ. το ένα από το άλλο. Πόσα δέντρα φυτεύτηκαν;

Λύση

11. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 400 εκ. Το πλάτος είναι 42 εκ. **μικρότερο** από το μήκος του. Πόσα εκ. είναι το πλάτος και πόσα το μήκος;

Λύση

12. Ένα τραπέζι έχει σχήμα κυκλικού δίσκου και περίμετρο 2,355 μ. Πόσο είναι το μήκος της ακτίνας του τραπεζιού;

Λύση

13. Οι μη παράλληλες πλευρές ενός τραπεζίου έχουν μήκη 45 εκ. και 57 εκ. Η μικρή και η μεγάλη βάση είναι 1,4 φορές μεγαλύτερες από τις μη παράλληλες πλευρές αντίστοιχα. Πόση είναι η περίμετρος του τραπεζίου;

Λύση

14. Αγοράσαμε 73 μ. δικτυωτό σύρμα για να περιφράξουμε ένα οικόπεδο σχήματος τετραγώνου με πλευρά 18,7 μ. Θα φτάσει το σύρμα;

Λύση

15. Η αυλή ενός σχολείου έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με μήκος 38 μ. και πλάτος 23 μ. Την ώρα της γυμναστικής οι μαθητές έτρεξαν 4 φορές γύρω γύρω. Πόσα μέτρα έτρεξαν;

Λύση

16. Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος 36 μ. και πλάτος το μισό του μήκους. Θέλουμε να το περιφράξουμε με τρεις σειρές αγκαθωτό σύρμα που κοστίζει 0,80 € το μ. Πόσα μέτρα σύρμα θα χρησιμοποιήσουμε και πόσα χρήματα θα πληρώσουμε;

Λύση

Ια₂ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΜΒΑΔΟΥ

1. Τετράγωνο έχει πλευρά 6,2 μέτρων. Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν του.

Λύση

2. Η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 46 δεκατόμετρα. Ποιο είναι το εμβαδόν του;

Λύση

3. Η ημιπερίμετρος ενός τετραγώνου είναι 35,6 εκ. Ποιο είναι το εμβαδόν του;

Λύση

4. Ένα χωράφι σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος 120 μ. και πλάτος 84 μ. πουλήθηκε αντί του ποσού των 15.120 €. Πόσα € πουλήθηκε το στρέμμα;

Λύση

5. Μια τετράγωνη πλατεία έχει περίμετρο 280 μ. Μέσα στην πλατεία υπάρχουν ένα σιντριβάνι διαμέτρου 10 μ. και ένας ορθογώνιος χώρος μήκους 30 μ. και πλάτους 18 τ.μ. φυτεμένος με λουλούδια. Πόσα τ.μ. είναι ο υπόλοιπος χώρος;

Λύση

6. Τραπεζίο έχει μεγάλη βάση 56 μ. και μικρή ίση με τα $\frac{5}{7}$ της μεγάλης. Το ύψος του είναι $\frac{9}{14}$ της μεγάλης βάσης. Πόσα τ.μ. είναι το εμβαδόν του;

Λύση

7. Ένας ελέφαντας κάνει το γύρο μιας κυκλικής πίστας ενός τσίρκο 16 φορές. Πόση απόσταση διανύει ο ελέφαντας αν η ακτίνα της πίστας είναι 12 μ. και ποιο το εμβαδόν της πίστας;

Λύση

8. Μια πλατεία έχει μήκος 78 μ. και εμβαδόν 4,29 στρέμματα. Να υπολογίσεις την περίμετρό της.

Λύση

9. Ένα τρίγωνο και ένα ορθογώνιο έχουν το ίδιο εμβαδόν. Το ορθογώνιο έχει μήκος 25 μ. και πλάτος ίσο με τα $\frac{3}{5}$ του μήκους του. Πόσο είναι το ύψος του τριγώνου, αν η βάση του είναι 30 μ.;

Λύση

10. Η γυμνάστρια στο μάθημα της γυμναστικής έκανε στο προαύλιο ένα κύκλο ακτίνας 5 μ. Τα 20 παιδιά τοποθετήθηκαν στην περιφέρεια του κύκλου σε ίση απόσταση το ένα από το άλλο. Πόσο απέχει το ένα από το άλλο;

Λύση

11. Να βρεθεί η επιφάνεια του τετραγώνου που δεν καλύπτεται από τον κυκλικό δίσκο. Η διάμετρος του κυκλικού δίσκου είναι 7 εκ.

Λύση

12. Στο σχήμα φαίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι. Η περίμετρος του εξωτερικού κύκλου είναι 47,1 εκ. Ο μικρός κύκλος έχει ακτίνα μικρότερη από το μεγάλο κατά 2,5 εκ. Να βρεθεί το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου (σκιασμένου τμήματος)

Λύση

13. Η κ. Φρόσω έφτιαξε πίτα σ' ένα τετράγωνο ταψί πλευράς 60 εκ. Όταν ψήθηκε η την έκοψε σε ίσα κομμάτια διαστάσεων 10 εκ. και 7,5 εκ. Πόσα κομμάτια πίτα είχε το ταψί;

Λύση

14. Ένας κήπος σχήματος ορθογώνιου παραλληλογράμμου πλευράς 15 μ. και 9 μ. είναι στρωμένος με γρασίδι. Μέσα σ' αυτόν υπάρχουν δύο παρτέρια με λουλούδια, σχήματος τετραγώνου το ένα με περίμετρο 20 μ. και τριγώνου το άλλο με βάση 8 μ. και ύψος 5 μ. Πόσα τ.μ. είναι στρωμένα με γρασίδι;

Λύση

Ια₃ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΜΒΑΔΟΥ ΣΤΕΡΕΩΝ

1. Ένα ξύλινο κιβώτιο έχει σχήμα κύβου με ακμή 0,8 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και πόσο των δύο βάσεων;

Λύση

2. Το ολικό μήκος των ακμών ενός κύβου είναι 21,6 μ. Να βρεθεί το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας.

Λύση

3. Ένας ξυλουργός έφτιαξε ένα κυβικό κασόνι ακμής 1,6 μ. με σανιδάκια διαστάσεων 0,4 και 0,08 μ. Πόσα σανιδάκια χρησιμοποίησε;

Λύση

4. Μια αποθήκη έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 8 μ. μήκος, 5,4 μ. πλάτος και 3,5 μ. ύψος. Πόσο είναι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς της;

Λύση

5. Ένα δωμάτιο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και διαστάσεις 5 μ., 3,8 μ. και 2,9 μ. και θέλουμε να το βάψουμε. Πόσα κιλά χρώμα θα χρειαστούμε, αν με το ένα κιλό βάφουμε 6 τ.μ.;

Λύση

6. Μια δεξαμενή πετρελαίου έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου. Το συνολικό μήκος των ακμών της είναι 21,6 μ., το μήκος 2,4 μ. και το πλάτος 1,8 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της δεξαμενής;

Λύση

7. Μια πισίνα έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλογράμμου με μήκος 45 μ., πλάτος 30 μ. και ύψος 2,80 μ. Πρόκειται να επενδυθεί με πλακάκια που έχουν μήκος 0,24 μ. και 0,15 μ. Πόσα πλακάκια θα χρειαστούν;

Λύση

8. Ένα γυάλινο κυλινδρικό βάζο έχει ακτίνα 6 εκ. και ύψος 0,25 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας;

Λύση

Ια₄ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΓΚΟΥ

1. Ένα κυβικό δοχείο έχει περίμετρο βάσης 76 εκ. Πόσα λίτρα νερό χωράει;

Λύση

2. Ένα χαρτοκιβώτιο έχει ακμή 50 εκ. Μέσα σ' αυτό θέλουμε να βάλουμε κυβικά κουτιά με κιμωλίες που το καθένα έχει ακμή 10 εκ. Πόσα κουτιά με κιμωλίες μπορούμε να βάλουμε στο χαρτοκιβώτιο;

Λύση

3. Ένα χαρτοκιβώτιο έχει σχήμα κύβου με ακμή 70 εκ. και είναι γεμάτο με κουτιά σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου διαστάσεων 14 εκ., 7 εκ. και 5 εκ. που περιέχουν βάσεις σελοτέιπ. Πόσα κουτιά με βάσεις σελοτέιπ περιέχει το χαρτοκιβώτιο;

Λύση

4. Μια αποθήκη σχήματος κύβου έχει περίμετρο βάσης 25,6 μ. Πρόκειται να βαφεί. Πόση μπογιά θα χρειαστεί, αν με 5 κιλά βάφονται 125 τ.μ.;

Λύση

5. Μια αποθήκη σχήματος κύβου με ακμή 8 μ. χτίστηκε με τσιμεντόλιθους μήκους 38 εκ., πλάτους 18 εκ. και ύψους 18 εκ. Πόσοι τσιμεντόλιθοι χρησιμοποιήθηκαν και ποιο το κόστος τους, αν ο καθένας κόστιζε 0,4 €;

Λύση

6. Μια μεταλλική ντουλάπα έχει εμβαδόν 9,84 τ.μ. Το μήκος της είναι 1,8 μ. και το πλάτος της 0,6 μ. Πόσο είναι το ύψος της;

Λύση

7. Το μήκος της βάσης ενός πηγαδιού είναι 5,652 μ. και το ύψος 18 μ. Το ύψος του νερού που έχει, φτάνει στα 12,5 μ. Πόσα λίτρα νερό έχει;

Λύση

8. Το εσωτερικό ενός χάρτινου κουτιού έχει ακμή 8 εκ. Πόσες κιμωλίες χωράει, αν καθεμιά έχει μήκος 8 εκ. και διάμετρο 1,2 εκ.;

Λύση

9. Μια κυλινδρική γλάστρα έχει περίμετρο βάσης 125,6 εκ. και ύψος 50 εκ. Το χώμα που έχει καλύπτει τα $\frac{5}{6}$ του ύψους της. Πόσος είναι ο όγκος του χώματος;

Λύση

10. Ένα ενυδρείο έχει διαστάσεις μήκος 2 μ., πλάτος 1,6 μ. και ύψος 0,8 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας; Αν το νερό που περιέχει είναι 1.920 λίτρα σε ποιο ύψος βρίσκεται η στάθμη του;

Λύση

11. Ο κ. Πάτροκλος έχει στο περιβόλι του μια δεξαμενή διαστάσεων 3,5 μ., 3 μ. και 1,5 μ. Όταν η δεξαμενή είναι γεμάτη, ο κ. Πάτροκλος ποτίζει τα 126 δέντρα του. Πόσα λίτρα νερό ρίχνει στο καθένα;

Λύση

12. Για την ανέγερση μιας οικοδομής ο εκσκαφέας άνοιξε ένα ορθογώνιο λάκκο μήκους 15 μ., πλάτους 10 μ. και βάθους 4 μ. Τα μπάζα μετέφερε ένα φορτηγό που η καρότσα του είχε μήκος 6 μ., πλάτος 2,8 μ. και ύψος 1,5 μ. Πόσα δρομολόγια έκανε το φορτηγό για να μεταφέρει τα μπάζα;

Λύση

ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Α΄ ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α1. Προβλήματα πρόσθεσης και αφάιρησης

1. 8.150 € πρέπει να το πουλήσει
2. 1.600 € κέρδισε
3. 6.070 € το είχε αγοράσει
4. 10.070 € εισέπραξε συνολικά
5. 1.237 μαθητές έχουν συνολικά
6. 1.430 € εισέπραξε τη δ΄ ημέρα
7. 1.530 € έκανε η βιντεοκάμερα

Α2. Προβλήματα πολ/σιασμού και διαίρεσης

1. $(960 : 12) : 360 = 32$ € ξοδεύει την ημέρα
2. $(160 : 5) \cdot 24 = 768$ € θα πάρει συνολικά
3. $(12 \cdot 1.250) : 25 = 600$ €
4. $(25 \cdot 600) : 1.250 = 12$ Η/Υ
5. $85 \cdot 55 = 4.675$ € είναι το ημερομίσθιο όλων των ειδικευμένων εργατών
 $4.675 : 25 = 116.875$ € θα πάρουν το μήνα
 $200.000 - 116.875 = 83.125$ € αναλογεί το μήνα σε όλους τους ανειδίκευτους μαζί

- 83.125 : 25 = 3.325 € αναλογεί την ημέρα σε όλους τους ανειδίκευτους μαζί
 $3.325 : 133 = 25$ € είναι το ημερομίσθιο του κάθε ανειδίκευτου εργάτη
6. $35 \cdot 45 = 1.575$ € εισέπραξε από όλα τα παντελόνια
 $1.575 : 25 = 63$ € πουλούσε το ένα παντελόνι
7. $35 \cdot 45 = 1.575$ € εισέπραξε από όλα τα παντελόνια
 $1.575 : 63 = 25$ παντελόνια
8. $8 \cdot 12 = 96$ πουκάμισα αγόρασε
 $3.360 : 60 = 56$ € πουλούσε το καθένα
 $96 \cdot 56 = 5.376$ € θα εισπράξει από όλα

Α3. Προβλήματα τεσσάρων πράξεων

Α΄ ομάδα

1. $940 - (85 \cdot 9) = 175$ € η προκαταβολή
2. $650 - [(3 \cdot 75) : 5] = 85$ γλμ.
3. $8 \cdot 2 = 16$ € λιγότερα πλήρωσε για τα καρύδια
 $68 + 16 = 84$ € θα πλήρωνε αν είχαν την ίδια αξία
 $8 + 6 = 14$ κιλά καρύδια και κάστανα
 $84 : 14 = 6$ € αγόρασε το κιλό τα κάστανα
 $6 - 2 = 4$ € αγόρασε το κιλό τα καρύδια
4. $384 : (5 - 3) = 192$ κιλά κάστανα αγόρασε
 $192 : 16 = 12$ κιλά ζύγιζε το κάθε τελάρο
5. $330 - (16 \cdot 7) + (19 \cdot 6) = 104$ άτομα διαμένουν στις υπόλοιπες σκηνές
 $48 - (16 + 19) = 13$ είναι οι υπόλοιπες σκηνές
 $104 : 13 = 8$ άτομα διαμένουν σε καθεμία από τις υπόλοιπες σκηνές
6. $(120 - 12) : 2 = 54$ € έκανε η μπλούζα
 $54 + 12 = 66$ € έκανε η φούστα
7. $1.750 - [(26 \cdot 30) + 480] = 490$ € περισσεύουν το μήνα
 $11.760 : 490 = 24$ μήνες απαιτούνται για την εξόφληση του χρέους
8. $46 \cdot 4 = 184$ είναι τα αγόρια
 $399 - 184 = 215$ είναι τα κορίτσια
 $215 : 5 = 43$ πεντάδες θα σχηματίσουν τα κορίτσια
9. $43 \cdot 5 = 215$ είναι τα κορίτσια
 $399 - 215 = 184$ είναι τα αγόρια
 $184 : 4 = 46$ τετράδες θα σχηματίσουν τα αγόρια
10. $18.450 - (4.200 + 7.530) = 6.720$ € χρωστάει
 $6.720 : 14 = 480$ € είναι η δόση

11. $35 - 26 = 9$ χαλιά του έμειναν
 $810 : 9 = 90$ € πουλούσε το κάθε χαλί
 $(26 \cdot 90) : 39 = 60$ € πουλούσε το κάθε κίλιμ
12. $35 \cdot 8 = 280$ € εισέπραξε από τα τραπέζια
 $35 : 5 = 7$ € πουλούσε την κάθε καρέκλα
 $7 \cdot 76 = 532$ € εισέπραξε από τις καρέκλες
 $280 + 532 = 812$ € εισέπραξε συνολικά
13. $420 + (3 \cdot 280) = 1.260$ € πήραν όλοι μαζί
 $1.260 : 180 = 7$ ημέρες εργάστηκαν
 $420 : 7 = 60$ € ήταν το ημερομίσθιο του τεχνίτη
 $280 : 7 = 40$ € ήταν το ημερομίσθιο του βοηθού
 $45 \cdot 180 = 8.100$ € θα εισπράξουν μαζί
 $45 \cdot 60 = 2.700$ € θα πάρει ο τεχνίτης
 $45 \cdot 40 = 1.800$ € θα πάρει ο βοηθός
14. $76 \cdot 65 = 4.940$ € πλήρωσε
 $14 \cdot 25 = 350$ € εισέπραξε από τα ελαττωματικά
 $(76 - 14) \cdot 85 = 5.270$ € εισέπραξε από τα υπόλοιπα
 $(5.270 + 350) - 4.940 = 680$ € κέρδισε
15. $750 : 3 = 250$ € η αξία του ψυγείου
 $250 \cdot 4 = 1.000$ € η αξία του πλυντηρίου
 $750 + 250 + 1.000 = 2.000$ € κόστιζαν όλα
 $2.000 - 650 = 1.350$ €
 $1.350 : 150 = 9$ μήνες

Β΄ ομάδα

1. $(18 \cdot 3) + 18 = 72$ € έδωσε για τη φούστα και το CD
 $72 : 2 = 36$ € έδωσε για το βιβλίο
Για όλα έδωσε $72 + 36 = 108$ €
Της έμειναν $200 - 108 = 92$ €
2. $845 - 250 = 595$ € εισέπραξε από το κριθάρι
 $845 + 595 = 1.440$ € εισέπραξε από το σιτάρι και το κριθάρι
 $480 + 640 = 1.120$ €
 $1.440 - 1.120 = 320$ € το λίπασμα
 $320 : 16 = 20$ € το σακί
3. $\frac{\text{άντρες}}{\text{γυναίκες}} = \frac{\text{παιδιά}}{\text{παιδιά}}$
 $1.250 - 332 = 918$ γυναίκες και παιδιά μαζί
Αν οι γυναίκες ήταν όσες και τα παιδιά θα ήταν :
 $918 + 150 = 1.068$
 $1.068 : 2 = 534$ ήταν τα παιδιά
 $534 - 150 = 384$ ήταν οι γυναίκες

- Ή $918 - 150 = 768$ θα ήταν μαζί γυναίκες και παιδιά, αν τα παιδιά ήταν τόσα όσες και οι γυναίκες, $768 : 2 = 384$ οι γυναίκες και $384 + 150 = 534$ τα παιδιά.
4. $180 : 6 = 30$ λίτρα το λεπτό
 $30 \cdot 60 = 1.800$ λίτρα την ώρα
 $1.800 \cdot 10 = 18.000$ λίτρα η χωρητικότητα της δεξαμενής
 $30 - 10 = 20$ λίτρα το λεπτό
 $20 \cdot 60 = 1.200$ λίτρα την ώρα
 $18.000 : 1.200 = 15$ ώρες
Σε μία ώρα και οι δύο είχαν παροχή $1.800 + 1.200 = 3.000$ λ.
 $18.000 : 3.000 = 6$ ώρες
 5. $240 + 180 = 420$ €
 $600 - 420 = 180$ € η τιμή μπλούζας και παπουτσιών
 $180 - 30 = 150$ €
 $150 : 2 = 75$ € η μπλούζα
 $75 + 30 = 105$ € τα παπούτσια
Ή $180 + 30 = 210$
 $210 : 2 = 105$ € τα παπούτσια
 $105 - 30 = 75$ € η μπλούζα
 6. $60 \cdot 3 = 180$ € την ημέρα οι τρεις τεχνίτες
 $180 \cdot 9 = 1.620$ € πήραν οι τρεις τεχνίτες

- $4.266 - 1.620 = 2.646 \text{ €}$ πήραν οι εργάτες
 $2.646 : 9 = 294 \text{ €}$ την ημέρα πήραν όλοι οι εργάτες
 $294 : 42 = 7$ εργάτες
 $3 \cdot 9 = 27$ ημέρες
 $60 \cdot 27 = 1.620 \text{ €}$
 $4.266 - 1.620 = 2.646 \text{ €}$
 $2.646 : 42 = 63$ ημέρες
 $63 : 9 = 7$ εργάτες
- 7.** Το ένα παντελόνι αξίζει όσο δύο πουκάμισα, άρα τα δύο παντελόνια αξίζουν όσο $2 \cdot 2 = 4$ πουκάμισα. Επομένως είναι σαν να αγόρασε $4 + 3 = 7$ πουκάμισα. $(500 - 206) : 7 = 42 \text{ €}$ το ένα πουκάμισο
 $42 \cdot 2 = 84 \text{ €}$ το ένα παντελόνι
- 8.** $482 - 72 = 410$ εισιτήρια στην α' προβολή
 $2 \cdot 72 = 144$ άδεια καθίσματα στη β' προβολή
 $482 - 144 = 338$ στη β' προβολή
 $(72 + 144) : 2 = 108$ άδεια καθίσματα στη γ' προβολή
 $482 - 108 = 374$ εισιτήρια στη γ' προβολή
 $7.854 : (410 + 338 + 374) = 7 \text{ €}$ η τιμή του εισιτηρίου
- 9.** $1.152 : 128 = 9 \text{ €}$ το παιδικό εισιτήριο
 $2 \cdot 9 = 18 \text{ €}$ το εισιτήριο για τους ενήλικες
 $432 - 128 = 304$ ενήλικες
 $304 : 18 = 5.472 \text{ €}$ από τους ενήλικες
 $1.152 + 5.472 = 6.624 \text{ €}$ εισέπραξε συνολικά
- 10.** $75 \cdot 8 = 600 \text{ €}$ εισέπραξε
 $120 - 75 = 45$ χάρτες έμειναν
 $600 + 405 = 1.005 \text{ €}$ εισέπραξε
 $1.005 - 285 = 720 \text{ €}$ η αγορά
 $720 : 120 = 6 \text{ €}$ η αγορά καθενός
- 11.** $6.250 - (1.500 + 2.350) = 2.400$ τα υπόλοιπα
 $1.500 \cdot 24 = 36.000 \text{ €}$
 $2.350 \cdot 18 = 42.300 \text{ €}$
 $36.000 + 42.300 = 78.300$
 $107.100 - 78.300 = 28.800$
 $28.800 : 2.400 = 12 \text{ €}$ το ένα
- 12.** $8.400 \cdot 18 = 151.200 \text{ €}$
 $18 - 6 = 12 \text{ €}$ το εισιτήριο
 $8.400 \cdot 2 = 16.800$ εισιτήρια
 $16.800 \cdot 12 = 201.600 \text{ €}$
 $151.200 + 201.600 = 352.800 \text{ €}$
 $365.280 - 352.800 = 12.480 \text{ €}$
 $365.280 : 8 = 1.560$ εισιτήρια των 8 €
- 13.** Το τραπέζι έχει την ίδια αξία που έχουν οι 4 καρέκλες, άρα είναι σαν να αγόρασε $4 + 6 = 10$ καρέκλες.
 $780 : 10 = 78 \text{ €}$ η μία καρέκλα
- $4 \cdot 78 = 312 \text{ €}$ το τραπέζι
- 14.** $1.680 : 48 = 35$ δενδρύλλια θα φύτευε καθένας αν πήγαιναν όλοι
 $35 + 7 = 42$ δενδρύλλια φύτεψε ο καθένας
 $1.680 : 42 = 40$ μαθητές
 $48 - 40 = 8$ μαθητές δεν πήγαν
- 15.** $(75 + 90 + 120) \cdot 12 = 3.420$ αντίγραφα
 $(90 + 120) \cdot 9 = 1.890$ αντίγραφα τα β' και γ'
 $(75 + 90) \cdot 14 = 2.310$ αντίγραφα τα α' και β'
 $2.310 - 1.890 = 420$ αντίγραφα περισσότερα τα α' και β'
- 16.** $40 \cdot 24 = 960 \text{ €}$ η αγορά
 $54 \cdot 24 = 1.296 \text{ €}$ για την αγορά
 $960 : 15 = 64 \text{ €}$ πουλούσε τη μία
 $1.296 : 16 = 81 \text{ €}$ πουλούσε τη μία
 $(24 \cdot 64) + (24 \cdot 81) = 3.480 \text{ €}$ εισέπραξε
 $1.296 + 960 = 2.256 \text{ €}$ έδωσε για την αγορά
 $3.480 - 2.256 = 1.224 \text{ €}$ κέρδισε
- 17.** $38 \cdot 180 = 6.840 \text{ €}$ εισέπραξε
 $180 - 135 = 45 \text{ €}$ το κέρδος απ' το καθένα
 $45 \cdot 38 = 1.710 \text{ €}$ το κέρδος
 $3.030 - 1.710 = 1.320 \text{ €}$ το κέρδος απ' τα υπόλοιπα
 $195 - 135 = 60 \text{ €}$ το κέρδος απ' το καθένα
 $1.320 : 60 = 22$ σακάκια
 $38 + 22 = 60$ σακάκια είχε αγοράσει
- 18.** $30 - 24 = 6 \text{ €}$ το κέρδος από το ένα παιχνίδι
 $38 \cdot 30 = 1.140 \text{ €}$ εισέπραξε
 $1.140 : 6 = 190$ παιχνίδια
- 17.** Γεφύρι
-
- Πλατεία
-
- Υδραγωγείο
-
- Αν διέθετε το ίδιο ποσό χρημάτων που διέθεσε για το γεφύρι θα περίσσευαν
 $125.000 - 95.000 = 30.000 \text{ €}$
 Επομένως $780.000 - 30.000 = 750.000 \text{ €}$ και
 $750.000 : 3 = 250.000 \text{ €}$ ήταν το κόστος του γεφυριού.
 $250.000 - 95.000 = 155.000 \text{ €}$ διέθεσε για την ανάπλαση
 $250.000 + 125.000 = 375.000 \text{ €}$ διέθεσε για το υδραγωγείο

Β' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

B₁' Προβλήματα πρόσθεσης

1. $10 \frac{1}{24}$ στρέμ.

3. $2 \frac{3}{5}$ κιλά

2. $1 \frac{750}{1.000}$ κιλά

B₂' Προβλήματα αφαίρεσης

1. $\frac{2}{5} - \frac{3}{12} = \frac{24}{60} - \frac{15}{60} = \frac{9}{60}$ γρηγορότερος ο δεύτερος

2. $(13 \frac{1}{2} - 8 \frac{1}{6}) - \frac{50}{60} = (13 \frac{30}{60} - 8 \frac{10}{60}) - \frac{50}{60} = 5 \frac{20}{60} - \frac{50}{60} = 4 \frac{80}{60} - \frac{50}{60} = 4 \frac{30}{60} = 4 \frac{1}{2}$ ώρες

$\frac{60}{60} - \frac{24}{60} = \frac{36}{60}$ της διαδρομής έχει να καλύψει ακόμη ο α' και

3. $(80 \frac{2}{5} - 9 \frac{1}{4}) - 26 \frac{4}{10} = (80 \frac{8}{20} - 9 \frac{5}{20}) - 26 \frac{8}{20} = 70 \frac{23}{20} - 26 \frac{8}{20} = 44 \frac{15}{20} = 44 \frac{3}{4}$ κιλά ούζο

$\frac{60}{60} - \frac{15}{60} = \frac{45}{60}$ ο β'

B₃ Προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης

1. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ του έργου εκτέλεσε τη β' ημέρα

3. $38 \frac{9}{10} - 3 \frac{1}{4} = 38 \frac{18}{20} - 3 \frac{5}{20} = 35 \frac{13}{20}$ μέτρα

$\frac{5}{5} - (\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ του έργου θα εκτελέσει

χρησιμοποίησε την Τρίτη

$38 \frac{9}{10} + 35 \frac{13}{20} = 38 \frac{18}{20} + 35 \frac{13}{20} = 73 \frac{31}{20} = 74 \frac{11}{20}$ μέτρα

χρησιμοποίησε συνολικά

$100 - 74 \frac{11}{20} = 99 \frac{20}{20} - 74 \frac{11}{20} = 25 \frac{9}{20}$ μέτρα έμειναν

2. $16 - 7 = 9$ ώρες παραμένει στο σχολείο

$9 + 2 \frac{1}{4} + 5 \frac{3}{5} = 9 + 2 \frac{5}{20} + 5 \frac{12}{20} = 16 \frac{17}{20}$ ώρες

$24 - 16 \frac{17}{20} = 23 \frac{20}{20} - 16 \frac{17}{20} = 7 \frac{3}{20}$ ώρες για ύπνο

4. $3 \frac{4}{5} - 1 \frac{3}{4} = 3 \frac{16}{20} - 1 \frac{15}{20} = 2 \frac{1}{20}$ κιλά ζυγίζει η κότα

$$6\frac{4}{10} + 3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{20} = 6\frac{8}{20} + 3\frac{16}{20} + 2\frac{1}{20} = 11\frac{25}{20} = 12\frac{5}{20} = 12\frac{1}{4}$$

κιλά ζυγίζουν και τα τρία

ζυγίζουν και τα τρία

$$5. 12\frac{3}{5} + \frac{14}{15} = 12\frac{9}{15} + \frac{14}{15} = 12\frac{23}{15} = 13\frac{8}{15} \text{ μ. πουλήθηκαν τη β' ημέρα}$$

$$(12\frac{9}{15} + 13\frac{8}{15}) - 9 = 25\frac{17}{15} - 9 = 26\frac{2}{15} - 9 = 17\frac{2}{15} \text{ μ.}$$

πουλήθηκαν τη γ' ημέρα

$$12\frac{3}{5} + 13\frac{8}{15} + 17\frac{2}{15} = 42\frac{13}{15} \text{ μ. πουλήθηκαν και τις τρεις ημέρες}$$

B₄ Προβλήματα με πολλαπλασιασμό

$$1. 12\frac{3}{4} \cdot 8\frac{3}{5} = \frac{51}{4} \cdot \frac{43}{5} = \frac{2.193}{20} = 109\frac{13}{20} \text{ μέτρα}$$

$$2. 40\frac{1}{2} \cdot 2\frac{24}{60} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{81}{2} \cdot \frac{12}{5} = \frac{972}{10} = 97\frac{2}{10} \text{ μίλια}$$

$$3. \frac{7}{7} - \frac{3}{3} = \frac{4}{7} \text{ της έμειναν}$$

$$840 \cdot \frac{4}{7} = \frac{3.360}{7} = 480 \text{ €}$$

$$480 \cdot \frac{5}{8} = \frac{2.400}{8} = 300 \text{ €}$$

B₅ Προβλήματα με διαίρεση

$$1. \frac{2}{5} : \frac{1}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} \text{ ώρες}$$

$$2. 15\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = \frac{31}{2} : \frac{9}{4} = \frac{31}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{124}{18} = 6\frac{16}{18} = 6\frac{8}{9} \text{ €}$$

$$25 : 6\frac{8}{9} = 25 : \frac{62}{9} = 25 \cdot \frac{9}{62} = \frac{225}{62} = 3\frac{39}{62} \text{ κιλά}$$

$$3. 1.282\frac{1}{2} : 18 = 71\frac{1}{4} \text{ κιλά ημερησίως}$$

$$71\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = 285 \text{ κατασκευαστές}$$

B₆ Προβλήματα με πολ/σιασμό και διαίρεση

$$1. 150 \cdot 5 = 750 \text{ €}$$

$$750 : \frac{4}{5} = 750 \cdot \frac{5}{4} = 937\frac{1}{2} \text{ €}$$

$$2. 135 \cdot \frac{2}{5} = \frac{270}{5} = 54 \text{ € } 54 : \frac{3}{5} = 54 \cdot \frac{5}{3} = 90 \text{ € το παντελ.}$$

$$3. 37\frac{3}{4} : (5+1) = \frac{151}{4} : 6 = \frac{151}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{151}{24} = 6\frac{7}{24} \text{ κιλά}$$

το αρνάκι

$$50 - 42\frac{13}{15} = 49\frac{15}{15} - 42\frac{13}{15} = 7\frac{2}{15} \text{ μ. έμειναν}$$

6.

_____ ροδακινιές
 _____ βερικοκιές
 _____ αγλαδιές

$$10\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3} = 10\frac{12}{15} - 2\frac{5}{15} = 8\frac{7}{15} \text{ οι ροδακινιές}$$

$$8\frac{7}{15} - \frac{3}{4} = 8\frac{28}{60} - \frac{45}{60} = 7\frac{88}{60} - \frac{45}{60} = 7\frac{43}{60} \text{ οι βερικοκιές}$$

$$8\frac{7}{15} + 7\frac{43}{60} + 10\frac{4}{5} = 8\frac{28}{60} + 7\frac{43}{60} + 10\frac{48}{60} = 25\frac{119}{60} = 26\frac{59}{60}$$

στρέμματα είναι το περιβόλι

$$300 \cdot \frac{1}{6} = 50 \text{ € της έμειναν}$$

$$4. 280 \cdot \frac{3}{5} = 168 \text{ € το σακάκι}$$

$$168 \cdot \frac{1}{4} = 42 \text{ € το πουκάμισο}$$

$$168 + 42 = 210 \text{ €}$$

$$280 - 210 = 70 \text{ € του έμειναν}$$

$$4. 131\frac{1}{4} : 5\frac{1}{4} = \frac{525}{4} : \frac{21}{4} = \frac{525}{4} \cdot \frac{4}{21} = 25 \text{ φιάλες}$$

$$131\frac{1}{4} : 30 = \frac{525}{4} : \frac{1}{30} = \frac{525}{4} \cdot \frac{30}{1} = 3.937.5 \text{ λίτρα σε καθεμιά}$$

$$5. \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$270 : 1\frac{5}{10} = 270 : \frac{15}{10} = 270 \cdot \frac{10}{15} = \frac{2.700}{15} = 180 \text{ λίτρα}$$

$$180 : \frac{5}{9} = 180 \cdot \frac{9}{5} = \frac{1.620}{5} = 324 \text{ λίτρα χωράει}$$

B₇ Προβλήματα τεσσάρων πράξεων

Α' ομάδα

$$1. \frac{13}{13} - \frac{7}{13} = \frac{6}{13}$$

$$150 : \frac{6}{13} = 150 \cdot \frac{13}{6} = \frac{1.950}{6} = 325 \text{ μαθητές}$$

$$2. 9\frac{1}{4} - 36 = \frac{37}{4} - 36 = \frac{1.332}{4} = 333 \text{ κιλά μέλι}$$

$$333 - 18 = 315 \text{ κιλά μέλι}$$

$$315 : 1\frac{3}{4} = \frac{315}{1} : \frac{7}{4} = \frac{315}{1} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1.260}{7} = 180 \text{ δοχεία}$$

$$3. \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$80 : \frac{5}{12} = 80 \cdot \frac{12}{5} = \frac{960}{5} = 192 \text{ €}$$

$$4. \frac{4}{7} + \frac{3}{21} = \frac{12}{21} + \frac{3}{21} = \frac{15}{21}$$

$$\frac{21}{21} - \frac{15}{21} = \frac{6}{21}$$

$$30 : \frac{6}{21} = 30 \cdot \frac{21}{6} = 105 \text{ € είχα}$$

$$5. \frac{4}{10} - \frac{150}{1.000} = \frac{400}{1.000} - \frac{150}{1.000} = \frac{250}{1.000} = \frac{1}{4} \text{ κιλά}$$

- $24 \cdot \frac{1}{4} = 6$ κουτιά το κάθε κιβώτιο
 $85 \cdot 6 = 510$ κιλά το καθαρό βάρος
 6. $14.850 \cdot \frac{3}{5} = 8.910$ οι Ευρωπαίοι
 $8.910 \cdot \frac{5}{9} = 4.950$ οι Αμερικανοί
 $14.850 - (8.910 + 4.950) = 14.850 - 13.860 = 990$ οι Ασιάτες
 7. $8\frac{1}{5} + 6\frac{1}{2} + 7 = 8\frac{2}{10} + 6\frac{5}{10} + 7 = 21\frac{7}{10}$ τόνους
 $260 \frac{4}{10} : 21 \frac{7}{10} = \frac{2.604}{10} : \frac{217}{10} = \frac{2.604}{10} \cdot \frac{10}{217} = 12$ δρομολόγια
 8. $220 \cdot 1.000 = 220.000$ κιλά αγόρασε
 $220.000 : 3\frac{4}{6} = 220.000 : \frac{22}{6} = 220.000 \cdot \frac{6}{22} = 60.000$ λίτρα χυμό
 $60.000 : 1\frac{1}{2} = 60.000 : \frac{3}{2} = 60.000 \cdot \frac{2}{3} = 40.000$ φιάλες
 9. $2.400 \cdot \frac{5}{8} = 1.500$ λίτρα πούλησε
 $2.400 - 1.500 = 900$ λίτρα έμειναν
 $900 \cdot \frac{1}{4} = 225$ λίτρα κράτησε
 $900 - 225 = 675$ λίτρα έμειναν
 $675 : 135 = 5$ βαρέλια χρησιμοποίησε
 10. $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$
 $\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$
 $6 \cdot 400 = 2.400$ € οι δόσεις
 $2.400 : \frac{1}{8} = 2.400 \cdot \frac{8}{1} = 19.200$ € η αξία του αυτοκινήτου
 11. Α' τρόπος
 $18\frac{3}{4} \cdot 6\frac{5}{6} = \frac{75}{4} \cdot \frac{41}{6} = \frac{3.075}{24} = 128\frac{3}{24} = 128\frac{1}{8}$ μίλια
 $22\frac{2}{3} \cdot 6\frac{5}{6} = \frac{68}{3} \cdot \frac{41}{6} = \frac{2.788}{18} = 154\frac{16}{18} = 154\frac{8}{9}$ μίλια
 $154\frac{8}{9} - 128\frac{1}{8} = 154\frac{64}{72} - 128\frac{9}{72} = 26\frac{55}{72}$ μίλια
 β' τρόπος
 $22\frac{2}{3} - 18\frac{3}{4} = \frac{68}{3} - \frac{75}{4} = \frac{272}{12} - \frac{225}{12} = \frac{47}{12} = 3\frac{11}{12}$
 $3\frac{11}{12} \cdot 6\frac{5}{6} = \frac{47}{12} \cdot \frac{41}{6} = \frac{1.927}{72} = 26\frac{55}{72}$ μίλια
 12. $60\frac{1}{4} - \frac{1}{15} = 60\frac{11}{60}$
 $(60\frac{1}{4} + 60\frac{11}{60}) \cdot \frac{1}{2} = 60\frac{13}{60}$
 $60\frac{15}{60} + 60\frac{11}{60} + 60\frac{13}{60} = 180\frac{39}{60}$ κιλά
 13. $2\frac{3}{4} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{15}{20} - 1\frac{16}{20} = 1\frac{35}{20} - 1\frac{16}{20} = \frac{19}{20}$ κιλά
 $2\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{11}{4} \cdot 7 = \frac{77}{4}$ κιλά για τις πόρτες
 $\frac{19}{20} \cdot 9 = \frac{171}{20} = 8\frac{11}{20}$ κιλά για τα παράθυρα
 $\frac{77}{4} + \frac{171}{20} = \frac{385}{20} + \frac{171}{20} = \frac{556}{20} = 27\frac{16}{20}$ κιλά μπογιά ή $27\frac{4}{5}$ κιλά μπογιά
 14. $5 \cdot 6 = 30$ μέτρα χαλκοσωλήνας
 $4 \cdot 2\frac{5}{6} = 4 \cdot \frac{17}{6} = \frac{68}{6} = 11\frac{1}{3}$ μέτρα
 $3 \cdot 3\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{13}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$ μέτρα
 $11\frac{1}{3} + 9\frac{3}{4} = 11\frac{4}{12} + 9\frac{9}{12} = 20\frac{13}{12} = 21\frac{1}{12}$ μέτρα
 $30 - 21\frac{1}{12} = 29\frac{12}{12} - 21\frac{1}{12} = 8\frac{11}{12}$ μέτρα έμειναν

Β' ομάδα

1. $225 - 75 = 150$ €
 $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{7}{12}$
 $150 : \frac{5}{12} = 150 \cdot \frac{12}{5} = 360$ € είχε στην αρχή
 2. Επειδή το κέρδος είναι το της αξίας αγοράς, η τιμή αγοράζήταν και η τιμή πώλησης.
 $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ δηλαδή τα 80 € που πουλήθηκαν
 $80 : \frac{5}{4} = 80 \cdot \frac{4}{5} = \frac{320}{5} = 64$ € η τιμή αγοράς
 3. $58\frac{1}{20} - 43\frac{1}{5} = 58\frac{1}{20} - 43\frac{4}{20} = 57\frac{21}{20} - 43\frac{4}{20} = 14\frac{17}{20}$
 $14\frac{17}{20} : 8\frac{1}{4} = \frac{297}{20} : \frac{33}{4} = \frac{297}{20} \cdot \frac{4}{33} = \frac{1.188}{660} = 1,8$ € το κιλό
 4. $1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25}$ σελίδες θα είχαν
 $\frac{23}{25} : 2 = \frac{23}{50}$ σελίδες το καθένα
 $950 \cdot \frac{23}{50} = 437$ σελίδες το ένα
 $950 - 437 = 513$ σελίδες το άλλο
 5. $\frac{1}{15} \cdot 60 = 4$ λεπτά
 $4 : \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ λεπτά τη μια σελίδα
 $6\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{20}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{80}{15} = 5\frac{1}{3}$ λεπτά
 $6\frac{2}{3} \cdot 15\frac{3}{4} = \frac{20}{3} \cdot \frac{63}{4} = \frac{1.260}{12} = 105$ λεπτά ή $1\frac{3}{4}$ ώρες
 6. $\frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$
 $\frac{13}{12} - \frac{12}{12} = \frac{1}{12}$
 $4\frac{5}{10} : \frac{1}{12} = \frac{45}{10} \cdot \frac{12}{1} = 54$ € έχω
 $54 \cdot \frac{5}{6} = \frac{270}{6} = 45$ € αξίζει το μαγιό
 $54 \cdot \frac{1}{4} = \frac{54}{4} = 13\frac{5}{10}$ € αξίζει η αντηλιακή κρέμα
 7. $1,5 \cdot 6 = 9$ €
 $9 : \frac{2}{15} = 9 \cdot \frac{15}{2} = \frac{135}{2} = 67\frac{1}{2}$ €
 $67\frac{1}{2} - 9 = 58\frac{1}{2}$ € περίσσεψαν

$$8. \frac{10}{10} - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{6}{10} - \frac{4}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$10 : \frac{1}{5} = 10 \cdot \frac{5}{1} = 50 \text{ €}$$

$$9. 640 : 8 = 80 \text{ € ο ι δύο}$$

$$\frac{9}{9} + \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$$

$$80 : \frac{16}{9} = 80 \cdot \frac{9}{16} = 45 \text{ € ο πατέρας}$$

$$80 - 45 = 35 \text{ € ο γιος}$$

10. Επειδή το κέρδος είναι η τιμή αγοράς είναι άρα

$$\frac{9}{9} + \frac{2}{9} = \frac{11}{9} \text{ η τιμή πώλησης}$$

$$770 : \frac{11}{9} = 770 \cdot \frac{9}{11} = 630 \text{ € την αγόρασε}$$

$$11. \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{28}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{9}{28} = \frac{12}{28} + \frac{9}{28} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{28}{28} - \frac{21}{28} = \frac{7}{28}$$

$$56 : \frac{7}{28} = 56 \cdot \frac{28}{7} = 224 \text{ € έκανε το παιχνίδι}$$

$$224 \cdot \frac{3}{7} = 96 \text{ € είχε ο ένας}$$

$$96 \cdot \frac{3}{4} = 72 \text{ € είχε ο άλλος}$$

$$12. \frac{7}{28} - \frac{3}{14} = \frac{7}{28} - \frac{6}{28} = \frac{1}{28}$$

$$2 \frac{3}{5} : \frac{1}{28} = \frac{13}{5} : \frac{1}{28} = \frac{13}{5} \cdot \frac{28}{1} = 72 \frac{8}{10} \text{ € είχε}$$

$$72 \frac{8}{10} \cdot \frac{3}{14} = \frac{728}{10} \cdot \frac{3}{14} = \frac{2.184}{140} = 15 \frac{6}{10} \text{ € κάστιζε το βιβλίο}$$

$$15 \frac{6}{10} + 2 \frac{3}{5} = 15 \frac{6}{10} + 2 \frac{6}{10} = 17 \frac{12}{10} = 18 \frac{2}{10} = 18 \frac{1}{5} \text{ €}$$

κόστιζε η μπάλια

Γ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ

Γ₁' Προβλήματα πρόσθεσης

1. 2025 έτη 2 μήνες 10 μέρες
2. 16 ώρες 4' 40''
3. 17 χμ. 710 μ.
4. 18 τόνοι 170 κιλά

5. 26 στρ. 100 τμ. και τα δύο
6. 41 μ. 9 δ. 6 εκ. σύρμα
7. 12 κιλά 250 γραμμάρια

Γ₂' Προβλήματα αφαίρεσης

1. 6 ώρ. 37' 53''
2. 4' 52''
3. 84 κιλά 730 γραμμάρια
4. 22 τόνους 504 κιλά
5. 5 έτη 7 μήνες 13 ημέρες

6. 3 έτη 9 μήνες 26 ημέρες μεγαλύτερος ο πατέρας από τη γυναίκα του
- 30 έτη 5 μήνες 25 ημέρες μεγαλύτερος ο πατέρας από την κόρη του
- 26 έτη 7 μήνες 29 ημέρες μεγαλύτερη η μητέρα από την κόρη της

Γ₃' Προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης

1. 5 χρόνια 5 μήνες 18 ημέρες
2. 30 μέτρα 7 δέκατα 2 εκατοστά
3. 106 κιλά 100 γραμμάρια
4. 1 τ.μ. 79 τ.δ. 24 τ.εκ. 42 τ.χιλ. 17 τ.δεκ. 68 τ.εκ. 12 τ.χιλ.

5. 3 στρ. 600 τ.μ
6. 14. 40' σταμάτησε 7 ώρες εργάστηκε

Δ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ

1. Για 9 σακάκια χρειάζονται 36 μέτρα
Για 1 σακάκι « 36 : 9 = 4 μέτρα
Για 15 σακάκια « 15 · 4 = 60 μέτρα
2. Τα 40 κιλά ακαβούρδιστο καφέ έχουν φύρα 8 κιλά
Το 1 κιλό « « 8 : 40 = 0,2 κιλά
Τα 25 κιλά « « 25 · 0,2 = 5 κιλά
3. Σε 3 $\frac{1}{3}$ ώρες κλαδεύει 20 δέντρα
Σε 1 ώρα « 20 : 3 $\frac{1}{3}$ = 20 $\frac{3}{10}$ = 6 δέντρα την ώρα
Σε 8 ώρες « 6 · 8 = 48 δέντρα
Άρα θα τελειώσει σε 576 : 48 = 12 ημέρες
4. Τα 5 τούβλα ζυγίζουν 3 $\frac{1}{4}$ κιλά
Το 1 τούβλο ζυγίζει 3 $\frac{1}{4}$: 5 = 0,65 κιλά
Τα 1.756 τούβλα ζυγίζουν 0,65 · 1.756 = 1.141,4 κιλά

5. Με τα $\frac{5}{12}$ του τυριού περνά $\frac{1}{3}$ του μήνα
Με το $\frac{1}{12}$ « « $\frac{1}{3} : 5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ του μήνα
Με τα $\frac{12}{12}$ « « 12 · $\frac{1}{15} = \frac{12}{15}$ του μήνα ή $\frac{12}{15} \cdot 30 = 24$ ημέρες
6. Σε 2 $\frac{2}{5}$ ώρες καταναλώνει 6 κιλοβάτ
Σε 1 ώρα « 6 : 2 $\frac{2}{5}$ = 2,5 κιλοβάτ
Σε 6 $\frac{1}{4}$ ώρες « 2,5 · 6 $\frac{1}{4}$ = 15,625 κιλοβάτ
(15,625 - 6) · 0,2 = 1,925 € ή 1,93 €
7. $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
Τα $\frac{2}{5}$ του ποσού είναι 5.000 €

- Το $\frac{1}{5}$ « « είναι $5.000 : 2 = 2.500$ €
- Τα $\frac{5}{5}$ « « είναι $2.500 \cdot 5 = 12.500$ €
8. $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$
- Τα $\frac{5}{9}$ των υπαλλήλων είναι 15 άτομα
- Το $\frac{1}{9}$ « « « $15 : 5 = 3$ άτομα
- Τα $\frac{9}{9}$ « « « $3 \cdot 9 = 27$ άτομα συνολικά
- $27 - 15 = 12$ άτομα πήραν άδεια

Β' ομάδα

1. $\frac{2}{8} + \frac{1}{6} = \frac{6}{24} + \frac{4}{24} = \frac{10}{24}$ των κατοίκων
είναι άντρες και γυναίκες
 $\frac{24}{24} - \frac{10}{24} = \frac{14}{24}$ είναι παιδιά
- Τα $\frac{14}{24}$ των κατοίκων είναι 70 άτομα
- Το $\frac{1}{24}$ « $70 : 14 = 5$ άτομα
- Τα $\frac{24}{24}$ « $24 \cdot 5 = 120$ άτομα
2. α' τρόπος
- Τα $\frac{3}{5}$ λίτρα βενζίνη αξίζουν 0,45 €
- Το $\frac{1}{5}$ « « $0,45 : 3 = 0,15$ €
- Τα $\frac{5}{5}$ « « $5 \cdot 0,15 = 0,75$ €
- Το 1 λίτρο ή $\frac{15}{15}$ αξίζουν 0,75 €
- Το $\frac{1}{5}$ « $0,75 : 15 = 0,05$ €
- Τα $\frac{11}{15}$ « $11 \cdot 0,05 = 0,55$ €
- β' τρόπος
- Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα $\frac{3}{5}, \frac{11}{15} \rightarrow \frac{9}{15}, \frac{11}{15}$
- Τα $\frac{9}{15}$ λίτρα βενζίνη αξίζουν 0,45 €
- Το $\frac{1}{15}$ « « « $0,45 : 9 = 0,05$ €
- Τα $\frac{11}{15}$ « « « $0,05 \cdot 11 = 0,55$ €
3. Επειδή η αξία της ζώνης είναι $\frac{1}{4}$ της αξίας των παπουτσιών,
- $\frac{1}{4} + \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$ η αξία και των δύο ειδών μαζί.
- Τα $\frac{5}{4}$ έχουν αξία 105 €
- Το $\frac{1}{4}$ έχει « $105 : 5 = 21$ €
- Τα $\frac{4}{4}$ έχουν « $4 \cdot 21 = 84$ €
4. Τα $\frac{2}{3}$ του ύψους είναι 18 μέτρα
- Το $\frac{1}{3}$ « « « $18 : 2 = 9$ μέτρα
- Τα $\frac{3}{3}$ « « « $3 \cdot 9 = 27$ μέτρα
- Τα $\frac{4}{9}$ « « « $27 \cdot \frac{4}{9} = 12$ μέτρα το πεύκο
5. $\frac{5}{5}$ η τιμή του πυροσβεστήρα + $\frac{2}{5}$ του φακού = $\frac{7}{5}$
- Τα $\frac{7}{5}$ της τιμής 21 €
- Το $\frac{1}{5}$ « « $21 : 7 = 3$
- Τα $\frac{2}{5}$ « « $3 \cdot 2 = 6$ € κοστίζει ο φακός
- Τα $\frac{5}{5}$ « « $5 \cdot 3 = 15$ € κοστίζει ο πυροσβεστήρας
- ή $21 : \frac{7}{5} = 21 \cdot \frac{5}{7} = \frac{105}{7} = 15$ € κοστίζει ο πυροσβεστήρας
6. Σε 14 λεπτά παρέχει 84 λίτρα
Σε 1 « « « $84 : 14 = 6$ λίτρα νερό
Σε 48 λεπτά παρέχει $6 \cdot 48 = 288$ λίτρα νερό
Σε 1,7 ώρες $(1,7 \cdot 60) = 102$ λεπτά
 $6 \cdot 102 = 612$ λίτρα νερό
 $2.520 : 6 = 420$
 $420 : 60 = 7$ ώρες
ή $6 \cdot 60 = 360$ λίτρα την ώρα
 $2.520 : 360 = 7$ ώρες
7. Βοηθητική πράξη : Μετατρέπουμε τα ετερόνομα κλάσματα
- $\frac{2}{5}$ και $\frac{3}{4}$ σε ομώνυμα: $\frac{2}{5}, \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8}{20}, \frac{15}{20}$
- Τα $\frac{8}{20}$ του κιλού γαρίδες κάνουν 24 €
- Το $\frac{1}{20}$ « « « κάνει $24 : 8 = 3$ €
- Τα $\frac{15}{20}$ « « « κάνουν $3 \cdot 15 = 45$ €
- Τα $\frac{20}{20}$ « « « « $3 \cdot 20 = 60$ €

Ε' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ**Α' ομάδα**

1. $27,35 + 31,05 + 21,57 = 79,97$ μέτρα αγόρασε
 $410,25 + (410,25 - 22,12) + (410,25 + 236,85) =$
 $1.445,48$ € πλήρωσε συνολικά
2. $95,5 + 12,5 = 108$ € η φόρμα
 $95,5 - 7,8 = 87,7$ τα παπούτσια
 $108 + 87,7 = 195,7$ € και $195,7 - 95,2 = 100,5$ €
3. $5.250 : (250 \cdot 2,4) \cdot 7 = 1,25$ € πουλάει το κιλό
4. $198,5 \cdot 4,20 = 833,70$ € εισπράχθηκαν
 $385 - 198,5 = 186,50$ κιλά έμειναν
 $1.650,57 - 833,70 = 816,87$ € πρέπει να εισπραχθούν
 $816,87 : 186,50 = 4,38$ € πρέπει να πουληθεί το υπόλοιπο
5. α' τρόπος

- 17.605 : 1,4 = 12.575 αυτοκίνητα πέρασαν το Σάββατο
 17.605 – 8.379 = 9.226 € εισπράχθηκαν την Κυριακή
 9.226 : 1,4 = 6.590 αυτοκίνητα πέρασαν την Κυριακή
 11.575 + 6.590 = 19.165 αυτοκίνητα πέρασαν το Σαββατοκύριακο
- β' τρόπος**
 (17.605 – 8.379) + 17.605 = 26.831 € εισπράχθηκαν το Σαββατοκύριακο
 26.831 : 1,4 = 19.165 αυτοκίνητα πέρασαν
6. $(6 \cdot 0,8) + (3 \cdot 2) + 3 = 13,8$ € πλήρωσε η κ. Αναστασία

Β' ομάδα

- $0,4 \cdot (15 : 12) = 0,5$ € έκαναν το κιλό οι πατάτες
 $(75 \cdot 0,4) + (75 \cdot 0,5) = 67,5$ € πλήρωσε συνολικά
- $4,8 \cdot 4,5 = 21,6$ € έκανε ο καφές
 $4,8 \cdot 3 = 14,4$ κιλά ήταν η ζάχαρη
 $(38,88 - 21,6) : 14,4 = 1,2$ € αγόρασε το κιλό τη ζάχαρη
 $604,8 - 38,88 = 565,92$ € ήταν το κέρδος του
 $604,8 : 336 = 1,8$ € πουλούσε τον καφέ
- $63,75 + [(63,75 - 22,12) + (63,75 + 26,8)] = 232,55$ €
 $250 - 232,55 = 17,45$ €
 Όχι, γιατί της περίσσεψαν λιγότερα απ' όσο κόστιζε η ζώνη.
- $25 \cdot 6 = 150$ μ. ύφανε η α'
 $(25 - 5) \cdot (6 - 2) = 80$ μ. ύφανε η β'
 $150 - 80 = 70$ μ. λιγότερα ύφανε η β'
 $490 : 70 = 7$ € πληρώθηκαν για κάθε μέτρο
- $7 : 5 = 1,4$ € η πώληση της μιας σοκολάτας
 $15 \cdot 18 = 270$ ήταν οι σοκολάτες
 $19,8 : 18 = 1,1$ € η αγορά της κάθε σοκολάτας
 $1,4 - 1,1 = 0,3$ € το κέρδος από καθεμία
 $0,3 \cdot 270 = 81$ € το κέρδος απ' όλες

- $(1,2 \cdot 4) + (1,5 \cdot 3) + (1,4 \cdot 2) = 12,1$ € πλήρωσε η κ. Δέσποινα
 $13,8 - 12,1 = 1,7$ € περισσότερα πλήρωσε η κ. Αναστασία
7. $(4.800 \cdot 0,09) = 432$ €
 $4.800 - 1.400 = 3.400$ λίτρα
 $\cdot 0,07 = 238$ € κέρδισε από το πετρέλαιο
 $238 + 432 = 670$ € κέρδισε συνολικά
 $670 : 2 = 335$ λίτρα ορυκτέλαιο αγόρασε
8. $44,4 - (5,8 \cdot 6) = 9,6$ € πλήρωσε για τη ζάχαρη
 $9,6 : (6 \cdot 2) = 0,8$ € έκανε το κιλό
9. $(2,5 \cdot 16) + (1,5 \cdot 24) = 76$ € εισέπραξε από αχλάδια και μήλα
 $2,4 \cdot 16 = 38,4$ € έδωσε για τα κολοκυθάκια
 $(76 - 38,4) : 2,35 = 16$ κιλά μελιτζάνες αγόρασε

- $(25 \cdot 6) \cdot 1,6 = 240$ λίτρα γάλα παίρνει από τα πρόβατα
 $25 \cdot 15 = 375$ λίτρα γάλα παίρνει από τις αγελάδες
 $240 \cdot 0,5 = 120$ € εισπράττει από το προβατίσιο γάλα
 $262,5 - 120 = 142,5$ € εισπράττει από το αγελαδινό
 $142,5 : 375 = 0,38$ € πουλά το λίτρο το αγελαδινό γάλα
- $(250 \cdot 1,4) + (340 \cdot 0,7) = 588$ € εισέπραξε
 $17 \cdot 7 = 119$ κιλά λάδι αγόρασε
 $(588 - 231) : 119 = 3$ € αγόρασε το κιλό το λάδι
- $(15 \cdot 12) = 180$ σοκολάτες
 $4,8 : 3 = 1,6$ € πουλούσε τη μία
 $72 : 180 = 0,4$ € το κέρδος από καθεμιά
 $1,6 - 0,4 = 1,2$ € η αγορά
- $12,04 + (12,04 \cdot 4) = 60,2$ € είχαν μαζί
 $60,2 - (12,5 \cdot 4) = 10,2$ € έδωσαν για τα τετράδια
 $10,2 : 6 = 1,7$ € το κάθε τετράδιο

ΣΤ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΙΣΩΣΕΩΝ**Α' ομάδα**

- $24 + \chi = 43 \rightarrow \chi = 43 - 24 \rightarrow \chi = 19$ χρονών
- $297 - \chi = 205 \rightarrow \chi = 297 - 205 \rightarrow \chi = 92$ χλμ μεγαλύτερος
- $\chi + 28 = 276 \rightarrow \chi = 276 - 28 \rightarrow \chi = 248$ μαθητές
- $\chi + (72 + 105 + 260) = 500 \rightarrow \chi + 437 = 500 \rightarrow \chi = 500 - 437 \rightarrow \chi = 63$ € αγόρασε την μπλουζά
- $4 \cdot \chi + 3 \cdot \chi = 560 \rightarrow 7 \cdot \chi = 560 \rightarrow \chi = 560 : 7 \rightarrow \chi = 80$ €
- $\chi + 9 \cdot \chi = 16 \rightarrow 10 \cdot \chi = 16 \rightarrow \chi = 16 : 10 \rightarrow \chi = 1,6$ € το τετράδιο $1,6 \cdot 9 = 14,4$ € το βιβλίο
- $\chi - (16,4 + 7,8) = 25,4 \rightarrow \chi - 24,2 = 25,4 \rightarrow \chi = 25,4 + 24,2 \rightarrow \chi = 49,6$ €
- $75 \cdot \chi = 135 \rightarrow \chi = 135 : 75 \rightarrow \chi = 1,8$ €
- $180 - 90 = 90^\circ \rightarrow \chi + 5 \cdot \chi = 90 \rightarrow 6 \cdot \chi = 90 \rightarrow \chi = 90 : 6 \rightarrow \chi = 15^\circ$ η μία οξεία $5 \cdot 15 = 75^\circ$ η άλλη
- $\chi + 4 \cdot \chi = 1.350 \rightarrow 5 \cdot \chi = 1.350 \rightarrow \chi = 1.350 : 5 \rightarrow \chi = 270$ δαμασκηνιές το ένα $4 \cdot 270 = 1.080$ το άλλο
- $45 : \chi = 6 \rightarrow \chi = 45 : 6 \rightarrow \chi = 7,5$ € το ζευγάρι
- $\chi - \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{10}\right) = \frac{7}{10} \rightarrow \chi - \frac{10}{10} = \frac{7}{10} \rightarrow \chi = \frac{7}{10} + \frac{10}{10} \rightarrow \chi = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10}$ κιλά
- $\chi + (2 \cdot 45 + 6) = 208 \rightarrow \chi + 96 = 208 \rightarrow \chi = 208 - 96 \rightarrow \chi = 112$

Β' ομάδα

- $\chi + 2 \cdot \chi + 4 \cdot \chi = 182 \rightarrow 7 \cdot \chi = 182 \rightarrow \chi = 182 : 7 \rightarrow \chi = 26$ €
- $\chi + 5 \cdot \chi = 95 + 190 \rightarrow 6 \cdot \chi = 285 \rightarrow \chi = 285 : 6 \rightarrow \chi = 47,5$ €
- Επειδή η βάση είναι ίση με το μισό της καθεμιάς από τις δύο άλλες ίσες πλευρές, η περίμετρος ισούται με 5 φορές το μήκος της βάσης.
 Αν χ η βάση, $2 \cdot \chi + 2 \cdot \chi$ τα μήκη των άλλων ίσων πλευρών και:
 $\chi + 2 \cdot \chi + 2 \cdot \chi = 121,5 \rightarrow 5 \cdot \chi = 121,5 \rightarrow \chi = 121,5 : 5 \rightarrow \chi = 24,3$ εκατοστά η βάση $24,3 \cdot 2 = 48,6$ εκ. η καθεμιά από τις ίσες πλευρές του
- Το μήκος του ορθογωνίου είναι τριπλάσιο από το πλάτος, άρα αν χ το πλάτος, $3 \cdot \chi$ το μήκος και αναλογικά $\chi + 3 \cdot \chi + \chi + 3 \cdot \chi$ τα μήκη όλων των πλευρών.
 $\chi + 3 \cdot \chi + \chi + 3 \cdot \chi = 373,6 \rightarrow 8 \cdot \chi = 373,6 \rightarrow \chi = 373,6 : 8 \rightarrow \chi = 46,7$ μ. το πλάτος $3 \cdot 46,7 = 140,1$ μ. το μήκος

5. $3\chi + 25 = 151 \rightarrow 3\cdot\chi = 151 - 25 \rightarrow 3\cdot\chi = 126 \rightarrow \chi = 126 : 3 \rightarrow \chi = 42$ συμμετοχές
 6. Αν $\alpha = \chi$, τότε $\beta = 2\cdot\chi$ και $\gamma = 3 \cdot 3\cdot\chi = 6\cdot\chi$
 $\chi + 2\cdot\chi + 6\cdot\chi = 486 \rightarrow 9\cdot\chi = 486 \rightarrow \chi = 486 : 9 \rightarrow \chi = 54$ φωτογραφίες το α' $2 \cdot 54 = 108$ το β' και $6 \cdot 54 = 324$ το γ'
 7. $4\cdot\chi - 3,6 = 4,4 \rightarrow 4\cdot\chi = 4,4 + 3,6 \rightarrow 4\cdot\chi = 8 \rightarrow \chi = 8 : 4 \rightarrow \chi = 2$ € η αξία κάθε κέρματος

Z' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

Z₁ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

1.

Ποσά	Τιμές	
Ύψος σε μέτρα	7,2	χ
Σκιά σε μέτρα	2	8,5

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{7,2}{2} = \frac{x}{8,5} \rightarrow 2\cdot\chi = 8,5 \cdot 7,2 \rightarrow 2\cdot\chi = 61,2 \rightarrow$$

$$\chi = 61,2 : 2 \rightarrow \chi = 30,6 \text{ μέτρα το ύψος του κυπαρισσιού}$$

2.

Ποσά	Τιμές	
Πραγματική απόσταση σε μ.	140	χ
Απόσταση πάνω στο χάρτη σε εκ	17,5	12

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{140}{17,5} = \frac{x}{12} \rightarrow 17,5\cdot\chi = 140 \cdot 12 \rightarrow 17,5\cdot\chi = 1.680 \rightarrow \chi = 1.680 : 17,5 \rightarrow \chi = 96$$

χλμ. η πραγματική απόσταση

3.

Ποσά	Τιμές	
Διάμετρος κυκλικού δίσκου	16,5	χ
Μήκος κυκλικού δίσκου	51,81	24,806

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{16,5}{51,81} = \frac{x}{24,806} \rightarrow 51,81\cdot\chi = 16,5 \cdot 24,806 \rightarrow 51,81\cdot\chi = 409,299 \rightarrow$$

$$\chi = 409,299 : 51,81 \rightarrow \chi = 7,9 \text{ μέτρα η διάμετρος του κυκλικού δίσκου}$$

4.

Ποσά	Τιμές	
Χρόνος σε λεπτά	18	95
Λίτρα	630	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{18}{630} = \frac{95}{x} \rightarrow 18\cdot\chi = 630 \cdot 95 \rightarrow 18\cdot\chi = 59.850 \rightarrow \chi = 59.850 : 18 \rightarrow \chi = 3.325 \text{ λίτρα νερό}$$

5.

Ποσά	Τιμές	
Χρόνος σε ώρες	$3\frac{1}{5}$	χ
Απόσταση σε χλμ.	240	405

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$3\frac{1}{5} = \frac{x}{240} \rightarrow 240\cdot\chi = 405 \cdot 3\frac{1}{5} \rightarrow 240\cdot\chi = 1.296 \rightarrow$$

$$\chi = 1.296 : 240 \rightarrow \chi = 5,4 \text{ ώρες}$$

6. Βοηθητικές πράξεις: $95 \text{ χλμ.} = 95.000 \text{ μ.}$

1 ώρα = 3.600 δευτερόλεπτα

1 λεπτό 48 δευτερ. = 108 δευτερόλεπτα

Ποσά	Τιμές	
Απόσταση σε μέτρα	95.000	χ
Χρόνος σε δευτερόλεπτα	3.600	108

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{95.000}{3.600} = \frac{x}{108} \rightarrow 3.600\cdot\chi = 108 \cdot 95.000 \rightarrow 3.600\cdot\chi = 10.260.000 \rightarrow$$

$$\chi = 10.260.000 : 3.600 \rightarrow \chi = 2.850 \text{ μέτρα}$$

7. Βοηθητικές πράξεις: $6 \cdot 15 = 90$ κιλά φράουλες πούλησε την α' εβδομάδα $9 \cdot 14 = 126$ κιλά πούλησε τη β' εβδομάδα

Ποσά	Τιμές	
Κιλά φράουλες	90	126
Ευρώ	162	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{90}{162} = \frac{126}{x} \rightarrow 90\cdot\chi = 126 \cdot 162 \rightarrow 90\cdot\chi = 20.412 \rightarrow \chi = 20.412 : 90 \rightarrow \chi = 226,8 \text{ €}$$

8. Βοηθητικές πράξεις: $42 \cdot 30 = 1.260$ αυγά πούλησε χθες $38 \cdot 30 = 1.140$ αυγά πούλησε σήμερα

Τα ποσά είναι ανάλογα

Ποσά	Τιμές	
Αυγά	1.260	1.140
Ευρώ	176,4	χ

$$\frac{1.260}{176,4} = \frac{1.140}{x} \rightarrow 1.260\cdot\chi = 176,4 \cdot 1.140 \rightarrow 1.260\cdot\chi = 201.096 \rightarrow \chi = 201.096 : 1.260 \rightarrow \chi = 159,6$$

€

9. Βοηθητικές πράξεις: $6 \cdot 8 = 48$ ώρες $924 - 336 = 588$ σελίδες το υπόλοιπο βιβλίο

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	48	χ
Σελίδες	336	588

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{48}{336} = \frac{x}{588} \rightarrow 336\cdot\chi = 48 \cdot 588 \rightarrow 336\cdot\chi = 28.224 \rightarrow \chi = 28.224 : 336 \rightarrow \chi = 84 \text{ ώρες}$$

$$84 : 7 = 12 \text{ ημέρες}$$

10. Βοηθητικές πράξεις: $4 \cdot 6 \cdot 15 = 360$ ώρες
 $7 \cdot 8 \cdot 20 = 1.120$ ώρες

Ποσά	Τιμές	
Ώρες λειτουργίας	360	1.120
Λίτρα πετρέλαιο	450	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{360}{450} = \frac{1.120}{\chi} \rightarrow 360 \cdot \chi = 450 \cdot 1.120 \rightarrow 360 \cdot \chi = 504.000 \rightarrow \chi = 504.000 : 360 \rightarrow$$

$$\chi = 1.400 \text{ λίτρα πετρέλαιο}$$

11.

Ποσά	Τιμές	
Βάρος ψημένου αρνιού	$\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{4}$
Αξία ψημένου κρέατος	7,5	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{\frac{3}{8}}{7,5} = \frac{3\frac{1}{4}}{\chi} \rightarrow \frac{3}{8} \cdot \chi = 7,5 \cdot 3\frac{1}{4} \rightarrow \frac{3}{8} \cdot \chi = 24,375 \rightarrow \chi = 24,375 : \frac{3}{8} \rightarrow$$

$$\chi = 24,375 \cdot \frac{8}{3} \rightarrow \chi = 65 \text{ €}$$

Z₂ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

1. Βοηθητικές πράξεις: $18 - 12 = 6$ ημέρες
 $3 - 1 = 2$ εκσκαφείς

Πίνακας τιμών

Ποσά	Τιμές	
Εκσκαφείς	3	2
Ημέρες	6	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$2 \cdot \chi = 3 \cdot 6 \rightarrow 2 \cdot \chi = 18 \rightarrow \chi = 18 : 2 \rightarrow \chi = 9 \text{ ημέρες}$$

Σε $12 + 9 = 21$ ημέρες θα τελειώσει

2. Πίνακας τιμών

Ποσά	Τιμές	
Βρύσες	8	χ
Ώρες	15	10

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$10 \cdot \chi = 15 \cdot 8 \rightarrow 10 \cdot \chi = 120 \rightarrow \chi = 120 : 10 \rightarrow \chi = 12 \text{ βρύσες}$$

3. Βοηθητική πράξη: $5 + 3 = 8$ εργάτες

Πίνακας τιμών

Ποσά	Τιμές	
Εργάτες	5	8
Ημέρες	12	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$8 \cdot \chi = 5 \cdot 12 \rightarrow 8 \cdot \chi = 60 \rightarrow \chi = 60 : 8 \rightarrow \chi = 7,5 \text{ ημέρες}$$

4. Βοηθητική πράξη: $80 - 20 = 60$ χλμ. την ώρα

Πίνακας τιμών

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	7	χ
Χλμ.	80	60

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$60 \cdot \chi = 7 \cdot 80 \rightarrow 60 \cdot \chi = 560 \rightarrow \chi = 560 : 60 \rightarrow \chi = 9\frac{1}{3} \text{ ώρες}$$

5. Βοηθητική πράξη: $18 \cdot 5 = 90$ πρόβατα

Ποσά	Τιμές	
Πρόβατα	60	90
Ημέρες	24	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$90 \cdot \chi = 60 \cdot 24 \rightarrow 90 \cdot \chi = 1.440 \rightarrow \chi = 1.440 : 90 \rightarrow \chi = 16 \text{ ημέρες}$$

6.

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	7,5	6
Απόσταση σε χλμ.	76	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$6 \cdot \chi = 7,5 \cdot 76 \rightarrow 6 \cdot \chi = 570 \rightarrow \chi = 570 : 6 \rightarrow \chi = 95 \text{ χλμ.}$$

7. Βοηθητικές πράξεις: $30 \cdot 6 = 189$ ώρες
 $30 - 5 = 25$ ημέρες
 $25 \cdot 8 = 200$ ώρες

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	180	200
Εργάτες	20	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$200 \cdot \chi = 20 \cdot 180 \rightarrow 200 \cdot \chi = 3.600 \rightarrow \chi = 3.600 : 200 \rightarrow \chi = 18 \text{ εργάτες}$$

$20 - 18 = 2$ εργάτες θα προσληφθούν

8. Βοηθητικές πράξεις: $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$ εργάτες και $18 + 6 = 24$ εργάτες

1 μήνας = 30 ημέρες και $30 + 20 = 50$ ημέρες

Ποσά	Τιμές	
Εργάτες	18	24
Ημέρες	50	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$24 \cdot \chi = 18 \cdot 50 \rightarrow 24 \cdot \chi = 900 \rightarrow \chi = 900 : 24 \rightarrow \chi = 37\frac{1}{2} \text{ ημέρες}$$

9. Βοηθητικές πράξεις: $E_1 = 1,2 \cdot 0,12 = 0,144$ τ.μ.
 $E_2 = 0,8 \cdot 0,15 = 0,12$ τ.μ.

Ποσά	Τιμές	
Τετραγ. μέτρα	0,144	0,12
Σανίδες	240	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα
 $0,12 \cdot \chi = 0,144 \cdot 240 \rightarrow 0,12 \cdot \chi = 34,56 \rightarrow \chi = 34,56 : 0,12 \rightarrow \chi = 288$ σανίδες

Z₃ Ποσά ανάλογα και αντίστροφα

Α' ομάδα

1.

Ποσά	Τιμές	
Μέτρα ύφασμα	45	252
Πουκάμισα	30	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{45}{30} = \frac{252}{\chi} \rightarrow 45 \cdot \chi = 30 \cdot 252 \rightarrow 45 \cdot \chi = 1.560 \rightarrow \chi = 1.560 : 45 \rightarrow \chi = 168 \text{ πουκάμισα}$$

2. Βοηθητικές πράξεις: $150 \cdot \left(\frac{5}{5} - \frac{2}{5}\right) = 150 \cdot \frac{3}{5} = \frac{450}{5} = 90$ στρατιώτες έμειναν 2 μήνες 15 ημέρες = 75 ημέρες

Ποσά	Τιμές	
Στρατιώτες	150	90
Ημέρες	75	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$90 \cdot \chi = 150 \cdot 75 \rightarrow 90 \cdot \chi = 11.250 \rightarrow \chi = 11.250 : 90 \rightarrow \chi = 125 \text{ ημέρες ή 4 μήνες και 5 ημέρες}$$

3.

Ποσά	Τιμές	
Ημέρες	7	6
Ώρες	8	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$6 \cdot \chi = 7 \cdot 8 \rightarrow 6 \cdot \chi = 56 \rightarrow \chi = 56 : 6 \rightarrow \chi = 9 \frac{1}{3} \text{ ώρες}$$

$$9 \frac{1}{3} - 8 = 1 \frac{1}{3} \text{ ώρες} \qquad 1 \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3} \text{ ώρες}$$

4. Βοηθητικές πράξεις: $6 \cdot 6 = 36$ ώρες

$$9 \cdot 5 \frac{1}{3} = 9 \cdot \frac{16}{3} = 48 \text{ ώρες}$$

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	36	48
Ημέρες	4	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$48 \cdot \chi = 36 \cdot 4 \rightarrow 48 \cdot \chi = 144 \rightarrow \chi = 144 : 48 \rightarrow \chi = 3 \text{ ημέρες}$$

5. Βοηθητικές πράξεις: $10 \cdot 7 = 70$ ώρες

$$10 + 4 = 14 \text{ τεχνίτες}$$

$$14 \cdot 8 = 112 \text{ ώρες}$$

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	70	112
Ημέρες	8	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$112 \cdot \chi = 8 \cdot 70 \rightarrow 112 \cdot \chi = 560 \rightarrow \chi = 560 : 112 \rightarrow \chi = 5 \text{ ημέρες}$$

6.

Ποσά	Τιμές	
Ταχύτητα του ήχου σε δευτερ.	1	χ
Απόσταση σε μέτρα	340	6.460

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{1}{340} = \frac{\chi}{6.460} \rightarrow 340 \cdot \chi = 6.460 \rightarrow \chi = 6.460 : 340 \rightarrow \chi = 19 \text{ δευτερ.}$$

Ποσά	Τιμές	
Ταχύτητα του ήχου σε δευτερ.	1	6
Απόσταση σε μέτρα	340	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{1}{340} = \frac{6}{\chi} \rightarrow 1 \cdot \chi = 6 \cdot 340 \rightarrow \chi = 2.040 \text{ μέτρα}$$

Β' ομάδα

1. Βοηθητική πράξη: $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

Ποσά	Τιμές	
Εργάτες	10	χ
Έργο	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{4}$

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{10}{\frac{3}{4}} = \frac{\chi}{\frac{9}{4}} \rightarrow \chi \cdot \frac{3}{4} = 10 \cdot \frac{9}{4} \rightarrow \chi \cdot \frac{3}{4} = \frac{90}{4} \rightarrow \chi = \frac{90}{4} : \frac{3}{4} \rightarrow \chi = \frac{90}{4} \cdot \frac{4}{3} \rightarrow$$

$$\chi = 30 \text{ εργάτες}$$

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$15 \cdot \chi = 30 \cdot 12 \rightarrow 15 \cdot \chi = 360 \rightarrow \chi = 360 : 15 \rightarrow \chi = 24 \text{ εργάτες}$$

Ποσά	Τιμές	
Εργάτες	30	χ
Ημέρες	12	15

2. Βοηθητικές πράξεις: 1 ώρα 20 λεπτά = 80 λεπτά

$$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$800 + 100 = 900$$

Ποσά	Τιμές	
Απόσταση	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$
Χρόνος σε λεπτά	80	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{80}{\chi} \rightarrow \frac{5}{8} \cdot \chi = 80 \cdot \frac{3}{8} \rightarrow \chi = (80 \cdot \frac{3}{8}) : \frac{5}{8} \quad \chi = \frac{240}{8} \cdot \frac{8}{5} = 48 \text{ λεπτά}$$

Ποσά	Τιμές	
Χρόνος σε λεπτά	48	χ
Ταχύτητα σε χλμ.	800	900

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$900 \cdot \chi = 48 \cdot 800 \rightarrow 900 \cdot \chi = 38.400 \rightarrow \chi = 38.400 : 900 \rightarrow \chi = 42 \frac{2}{3} \text{ λεπτά}$$

3. Βοηθητικές πράξεις: $180 + 20 = 200$ παιδιά $15 + 1,875 = 16,875$ κιλά

Ποσά	Τιμές	
Αριθμός παιδιών	180	200
Ημέρες	25	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$200 \cdot \chi = 180 \cdot 26 \rightarrow 200 \cdot \chi = 4.500 \rightarrow \chi = 4.500 : 200 \rightarrow \chi = 22,5 \text{ ημέρες}$$

Ποσά	Τιμές	
Αριθμός ημερών	22,5	χ
Κιλά	15	16,875

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$16,875 \cdot \chi = 15 \cdot 22,5 \rightarrow 16,875 \cdot \chi = 337,5 \rightarrow \chi = 337,5 : 16,875 \rightarrow \chi = 20 \text{ ημέρες}$$

4. Βοηθητικές πράξεις: 2 ώρες και 15 λεπτά = 135 λεπτά

$$25 \cdot 3 = 75 \text{ λίτρα το λεπτό}$$

Ποσά	Τιμές	
Λίτρα νερό	25	75
Χρόνος σε λεπτά	135	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$75 \cdot \chi = 25 \cdot 135 \rightarrow 75 \cdot \chi = 3.375 \rightarrow \chi = 3.375 : 75 \rightarrow \chi = 45 \text{ λεπτά}$$

Σε ένα λεπτό η παροχή και των δύο είναι $25 + 75 = 100$ λίτρα νερό

Ποσά	Τιμές	
Λίτρα νερό	25	100
Χρόνος σε λεπτά	135	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$100 \cdot \chi = 25 \cdot 135 \rightarrow 100 \cdot \chi = 3.375 \rightarrow \chi = 3.375 : 100 \rightarrow \chi = 33,75 \text{ λεπτά}$$

5. Βοηθητικές πράξεις: $6 \cdot 70 = 420$ χλμ.

Τα $\frac{3}{5}$ της απόστασης είναι 420 χλμ.

Το $\frac{1}{5}$ της απόστασης είναι $420 : 3 = 140$ χλμ.

Τα $\frac{2}{5}$ της απόστασης είναι $2 \cdot 140 = 280$ χλμ.

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	1	χ
Χιλιόμετρα	80	280

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{1}{80} = \frac{\chi}{280} \rightarrow 80 \cdot \chi = 280 \rightarrow \chi = 280 : 80 \rightarrow \chi = 3,5 \text{ ώρες}$$

6. Βοηθητικές πράξεις: $3 \frac{3}{4} - \frac{15}{60} = 3 \frac{45}{60} - \frac{15}{60} = 3 \frac{30}{60}$ ώρες ή 210 λεπτά

$$3 \frac{3}{4} \text{ ώρες} = 225 \text{ λεπτά}$$

Ποσά	Τιμές	
Ώρες	225	210
Χιλιόμετρα	84	χ

Τα ποσά είναι αντίστροφα

$$210 \cdot \chi = 84 \cdot 225 \rightarrow 210 \cdot \chi = 18.900 \rightarrow \chi = 18.900 : 210 \rightarrow \chi = 90 \text{ χλμ. την ώρα}$$

7.

Ποσά	Τιμές	
Λίτρα γάλα	42	770
Κιλά τυρί	18	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{42}{18} = \frac{770}{\chi} \rightarrow 42 \cdot \chi = 18 \cdot 770 \rightarrow 42 \cdot \chi = 13.860 \rightarrow \chi = 13.860 : 42 \rightarrow \chi = 330 \text{ κιλά νοπό τυρί}$$

Ποσά	Τιμές	
Κιλά νοπό τυρί	30	330
Κιλά αλατισμένο τυρί	6	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{30}{6} = \frac{330}{\chi} \rightarrow 30 \cdot \chi = 6 \cdot 330 \rightarrow 30 \cdot \chi = 1.980 : 30 \rightarrow \chi = 66 \text{ κιλά φύρα}$$

$$330 - 66 = 264 \text{ κιλά αλατισμένο τυρί}$$

8.

Ποσά	Τιμές	
Αγελάδες	5	χ
Προβατίνες	60	120

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{5}{60} = \frac{\chi}{120} \rightarrow 60 \cdot \chi = 5 \cdot 120 \rightarrow 60 \cdot \chi = 600 \rightarrow \chi = 600 : 60 \rightarrow \chi = 10 \text{ αγελάδες}$$

$$18 + 10 = 28 \text{ αγελάδες}$$

Ποσά	Τιμές	
Αγελάδες	1	28
Λίτρα γάλα	16	χ

$$\frac{1}{16} = \frac{28}{x} \rightarrow 1 \cdot \chi = 28 \cdot 16 \rightarrow \chi = 448 \text{ λίτρα γάλα}$$

9.

Ποσά	Τιμές	
Κιλά σιτάρι	120	640
Κιλά αλεύρι	96	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{120}{96} = \frac{640}{x} \rightarrow 120 \cdot \chi = 96 \cdot 640 \rightarrow 120 \cdot \chi = 61.440 \rightarrow \chi = 61.440 : 120 \rightarrow \chi = 512 \text{ κιλά αλεύρι}$$

Ποσά	Τιμές	
Κιλά αλεύρι	40	512
Κιλά ψωμί	48	χ

Τα ποσά είναι ανάλογα

$$\frac{40}{48} = \frac{512}{x} \rightarrow 40 \cdot \chi = 48 \cdot 512 \rightarrow 40 \cdot \chi = 24.576 \rightarrow \chi = 24.576 : 40 \rightarrow \chi = 614,4 \text{ κιλά ψωμί}$$

Η' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

1. $\alpha' \cdot 8 \cdot 15 = 120 \quad \beta' \cdot 5 \cdot 20 = 100 \quad \gamma' \cdot 12 \cdot 10 = 120$

$\alpha + \beta + \gamma = 120 + 100 + 120 = 340$

$\frac{580}{340} = \frac{\alpha}{120} = \frac{\beta}{100} = \frac{\gamma}{120}$

$\frac{580}{340} = \frac{\alpha}{120} \rightarrow 340 \cdot \alpha = 580 \cdot 120 \rightarrow 40 \cdot \alpha = 69.600 \rightarrow \alpha = 204,71 \text{ €}$

$\frac{580}{340} = \frac{\beta}{100} \rightarrow 340 \cdot \beta = 580 \cdot 100 \rightarrow 340 \cdot \beta = 58.000 \rightarrow \beta = 170,58 \text{ €}$

$\gamma = 580 - (204,71 + 170,58) = 580 - 375,29 = 204,71 \text{ €}$

2. $3 + 4 + 5 = 12$

Ο α' πήρε $\frac{3}{12}$, ο β' $\frac{4}{12}$ και ο γ' $\frac{5}{12}$ του ποσού

$\frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$ λιγότερα πήρε ο α' από το β'. Άρα $\frac{1}{12} = 4.500 \text{ €}$

Όλη η κληρονομιά ήταν $4.500 \cdot 12 = 54.000 \text{ €}$

Το κάθε μερίδιο ήταν:

$\frac{54.000}{12} = \frac{\alpha}{3} = \frac{\beta}{4} = \frac{\gamma}{5}$

$\frac{54.000}{12} = \frac{\alpha}{3} \rightarrow 4.500 = \frac{\alpha}{3} \rightarrow \alpha = 13.500 \text{ €}$

$\frac{54.000}{12} = \frac{\beta}{4} \rightarrow 4.500 = \frac{\beta}{4} \rightarrow \beta = 18.000 \text{ €}$

$\gamma = 54.000 - (13.500 + 18.000) = 54.000 - 31.500 = 22.500 \text{ €}$

3. Α' 64 εργάτες + (3 μηχανικούς · 3) = 73 εργάτες

Β' 64 + 16 = 80 εργάτες

Γ' (80 - 28) + (5 μηχανικούς · 3) = 67 εργάτες

$72 + 80 + 67 = 220$

Σε κάθε εταιρεία αναλογούν:

$\frac{308.000}{220} = \frac{\alpha}{73} = \frac{\beta}{80} = \frac{\gamma}{67}$

$\frac{308.000}{220} = \frac{\alpha}{73} \rightarrow 1.400 = \frac{\alpha}{73} \rightarrow \alpha = 102.200 \text{ €}$

$\frac{308.000}{220} = \frac{\beta}{80} \rightarrow 1.400 = \frac{\beta}{80} \rightarrow \beta = 112.000 \text{ €}$

$\gamma = 308.000 - (102.200 + 112.000) = 308.000 - 212.200 = 93.800 \text{ €}$

4. $3 + 5 + 6 = 15$

$\frac{270}{15} = \frac{\alpha}{4} = \frac{\beta}{5} = \frac{\gamma}{6}$

$\frac{270}{15} = \frac{\alpha}{4} \rightarrow 18 = \frac{\alpha}{4} \rightarrow \alpha = 4 \cdot 18 \rightarrow \alpha = 72 \text{ €}$

$18 = \frac{\beta}{5} \rightarrow \beta = 5 \cdot 18 \rightarrow \beta = 90 \text{ €}$

$270 - (72 + 90) = 108 \text{ € η } \gamma'$

5. $220 + 280 + 300 = 800 \text{ € πήραν}$

$\frac{800}{160} = \frac{220}{\alpha} = \frac{280}{\beta} = \frac{300}{\gamma}$

$\frac{800}{160} = \frac{220}{\alpha} \rightarrow 5 = \frac{220}{\alpha} \rightarrow 5 \cdot \alpha = 220 \rightarrow \alpha = 220 : 5 \rightarrow \alpha = 44 \text{ ώρες}$

$5 = \frac{280}{\beta} \rightarrow 5 \cdot \beta = 280 \rightarrow \beta = 280 : 5 \rightarrow \beta = 56 \text{ ώρες}$

$160 - (44 + 56) = 60 \text{ ώρες}$

6. $9 + 4 + 2 = 15$

$\frac{180}{15} = \frac{\chi}{9} = \frac{\psi}{4} = \frac{\omega}{2}$

$\frac{180}{15} = \frac{\chi}{9} \rightarrow 15 \cdot \chi = 180 \cdot 9 \rightarrow 15 \cdot \chi = 1.620 \rightarrow$

$\chi = 1.620 : 15 \rightarrow \chi = 108 \text{ κιλά χαλκό}$

$\frac{180}{15} = \frac{\psi}{4} \rightarrow 15 \cdot \psi = 4 \cdot 180 \rightarrow 15 \cdot \psi = 720 \rightarrow$

$\psi = 720 : 15 \rightarrow \psi = 48 \text{ κιλά ψευδάργυρο}$

$180 - (108 + 48) = 24 \text{ κιλά κασσίτερο}$

7. $24 + 30 + 36 = 90 \text{ στρέμματα}$

$57 \cdot 50 = 2.850 \text{ κιλά λίπασμα αγόρασε}$

$\frac{90}{2.850} = \frac{24}{\alpha_1} = \frac{30}{\alpha_2} = \frac{36}{\alpha_3}$

$\frac{90}{2.850} = \frac{24}{\alpha_1} \rightarrow 90 \cdot \alpha_1 = 24 \cdot 2.850 \rightarrow 90 \cdot \alpha_1 = 68.400$

$\rightarrow \alpha_1 = 68.400 : 90 = 760 \text{ κιλά λίπασμα έριξε στο α' χωράφι}$

$\frac{90}{2.850} = \frac{30}{\alpha_2} \rightarrow \alpha_2 \cdot 90 = 2.850 \cdot 30 \rightarrow \alpha_2 = 85.500 : 90$

$\rightarrow \alpha_2 = 950 \text{ κιλά έριξε στο δεύτερο χωράφι}$

$2.850 - (760 + 950) = 1.140 \text{ κιλά στο τρίτο}$

8. $8.500 + 9.000 + 10.000 = 27.500 \text{ €}$

$\frac{27.500}{4.400} = \frac{8.500}{\alpha} \rightarrow 27.000 \cdot \alpha = 4.400 \cdot 8.500 \rightarrow$

$27.500 \cdot \alpha = 37.400.000 \rightarrow \alpha = 37.400.000 : 27.500$

$\rightarrow \alpha = 1.360 \text{ €}$

$\frac{27.500}{4.400} = \frac{9.000}{\beta} \rightarrow 27.500 \cdot \beta = 9.000 \cdot 4.400 \rightarrow$

$27.500 \cdot \beta = 3.960.000 \rightarrow \beta = 3.960.000 : 27.500$

$\rightarrow \beta = 1.440 \text{ €}$

$4.400 - (1.360 + 1.440) = 1.600 \text{ € ο } \gamma'$

9. Α = 45 · 30 = 1.350

Β = 30 · 40 = 1.200

$1.350 + 1.200 = 2.550 \text{ ημέρες}$

$\frac{510}{2.550} = \frac{\alpha}{1.350} = \frac{\beta}{1.200}$

$\frac{510}{2.550} = \frac{\alpha}{1.350} \rightarrow 2.550 \cdot \alpha = 510 \cdot 1.350 \rightarrow$

$2.550 \cdot \alpha = 688.500 \rightarrow \alpha = 688.500 : 2.550 \rightarrow \alpha = 270 \text{ €}$

- 510 - 270 = 240 € ο β'
 10. 24 · 4 = 96 πρόβατα ισοδυναμούν οι 24 αγελάδες
 18 · 4 = 72 πρόβατα ισοδυναμούν οι 18 αγελάδες
 Ο α' είχε 96 + 74 = 170 πρόβατα
 Ο β' είχε 72 + 68 = 140 πρόβατα
 Ο α' 170 · 35 = 5.950 πρόβατα
 Ο β' 140 · 50 = 7.000 πρόβατα
 7.000 + 5.950 = 12.950 πρόβατα

$$\frac{1.036}{12.950} = \frac{\alpha}{5.950} = \frac{\beta}{7.000}$$

$$\frac{1.036}{12.950} = \frac{\alpha}{5.950} \rightarrow 12.950 \cdot \alpha = 1.036 \cdot 5.950 \rightarrow$$

$$12.950 \cdot \alpha = 6.164.200 \rightarrow \alpha = 476 \text{ € ο α'}$$

$$1.036 - 476 = 560 \text{ € ο β'}$$

11. Α = 7 · 6 = 42 ώρες

Β = 8 · 7 = 56 ώρες

Γ = 5 · 9 = 45 ώρες

Δ = 6 · 8 = 48 ώρες

42 + 56 + 45 + 48 = 191 ώρες συνολικά

$$\frac{1146}{191} = \frac{\alpha}{42} = \frac{\beta}{56} = \frac{\gamma}{45} = \frac{\delta}{48}$$

$$\frac{1.146}{191} = \frac{\alpha}{42} \rightarrow \alpha = \frac{1.146}{191} \cdot 42 \rightarrow \alpha = 252 \text{ €}$$

$$6 = \beta = 6 \cdot 56 \rightarrow \beta = 336 \text{ €}$$

$$6 = \frac{\gamma}{45} \rightarrow \gamma = 6 \cdot 45 \rightarrow \gamma = 270 \text{ €}$$

$$6 = \frac{\delta}{48} \rightarrow \delta = 6 \cdot 48 \rightarrow \delta = 288 \text{ €}$$

12. 3.600 : 0,25 = 14.400 κιλά από το α'

$$\frac{8}{14.400} = \frac{10}{\beta} = \frac{12}{\gamma}$$

$$\frac{8}{14.400} = \frac{10}{\beta} \rightarrow 8 \cdot \beta = 14.400 \cdot 10 \rightarrow$$

$$8 \cdot \beta = 144.000 \rightarrow \beta = 144.000 : 8 \rightarrow \beta = 18.000 \text{ κιλά}$$

$$\frac{8}{14.400} = \frac{12}{\gamma} \rightarrow 8 \cdot \gamma = 12 \cdot 14.400 \rightarrow$$

$$8 \cdot \gamma = 172.800 \rightarrow \gamma = 172.800 : 8 \rightarrow \gamma = 21.600 \text{ κιλά}$$

13. α' τρόπος

Α = 3 ώρες

Β = 3 + $\frac{1}{5}$ = 3 $\frac{1}{5}$ ώρες

$$\Gamma = (3 + 3\frac{1}{5}) : 2 = 6\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{31}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{31}{10} = 3\frac{1}{10} \text{ ώρες}$$

$$2 + 3\frac{1}{5} + 3\frac{1}{10} = 3 + \frac{2}{10} + 3\frac{1}{10} = 9\frac{3}{10} \text{ ώρες κινήθηκαν συνολικά}$$

$$\frac{930}{\frac{93}{10}} = \frac{\alpha}{3} = \frac{\beta}{3\frac{1}{5}} = \frac{\gamma}{3\frac{1}{10}}$$

$$\frac{930}{\frac{93}{10}} = \frac{\alpha}{3} \rightarrow \frac{9.300}{93} = \frac{\alpha}{3} \rightarrow 100 = \frac{\alpha}{3} \rightarrow \alpha = 300 \text{ χλμ.}$$

$$100 = \frac{\beta}{3\frac{1}{5}} \rightarrow \beta = 100 \cdot \frac{16}{5} = 320 \text{ χλμ.}$$

$$930 - (300 + 320) = 310 \text{ χλμ.}$$

β' τρόπος

$$3 \cdot 6 = 180$$

$$\frac{1}{5} \text{ της ώρας} = 12 \text{ λεπτά}$$

$$180 + 12 = 192 \text{ λεπτά}$$

$$(180 + 192) : 2 = 186 \text{ λεπτά}$$

$$180 + 192 + 186 = 558 \text{ λεπτά}$$

$$\frac{930}{558} = \frac{\chi}{180} = \frac{\psi}{192} = \frac{\omega}{186}$$

$$\chi = 300 \text{ χλμ. } \psi = 320 \text{ χλμ. } \omega = 310 \text{ χλμ.}$$

14. 3 + 4 + 2 = 9

$$\frac{63.000}{9} = \frac{\alpha}{3} = \frac{\beta}{4} = \frac{\gamma}{2}$$

$$\frac{63.000}{9} = \frac{\alpha}{3} \rightarrow 7.000 = \frac{\alpha}{3} \rightarrow \alpha = 21.000 \text{ €}$$

$$\frac{63.000}{9} = \frac{\beta}{4} \rightarrow 7.000 = \frac{\beta}{4} \rightarrow \beta = 28.000 \text{ €}$$

$$\gamma = 63.000 - (21.000 + 28.000) = 63.000 - 49.000 = 14.000 \text{ €}$$

15. 2 + 3 + 1 = 6

$$\frac{240.000}{6} = \frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{3} = \frac{\gamma}{1}$$

$$\frac{240.000}{6} = \frac{\alpha}{2} \rightarrow 40.000 = \frac{\alpha}{2} \rightarrow \alpha = 80.000 \text{ €}$$

$$\frac{240.000}{6} = \frac{\beta}{3} \rightarrow 40.000 = \frac{\beta}{3} \rightarrow \beta = 120.000 \text{ €}$$

$$\gamma = 240.000 - (80.000 + 120.000) = 240.000 - 200.000 = 40.000 \text{ €}$$

Θ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

Θ₁ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΠΟΣΟ

1. Βοηθητική πράξη : 100 + 16 = 116 €

Ποσά	Τιμές	
Περσινή παραγωγή	100	16.500
Φετινή παραγωγή	116	χ

$$\frac{100}{116} = \frac{16.500}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 116 \cdot 16.500$$

$$100 \cdot \chi = 1914000 \rightarrow \chi = 1914000 : 100$$

$$\chi = 19.140 \text{ κιλά βαμβάκι}$$

2. Βοηθητική πράξη : 100 - 6 = 94

Ποσά	Τιμές	
Περσινόι μαθητές	100	350
Φετινοί μαθητές	94	χ

$$\frac{100}{94} = \frac{350}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 94 \cdot 350 \rightarrow 100 \cdot \chi = 32.900$$

$$\chi = 32.900 : 100 \rightarrow \chi = 329 \text{ μαθητές}$$

3. Βοηθητική πράξη : 100 + 35 = 135 €

Ποσά	Τιμές	
Τιμή Αγοράς	100	140
Τιμή πώλησης	135	χ

$$\frac{100}{135} = \frac{140}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 140 \cdot 135 \rightarrow 100 \cdot \chi = 18.900$$

$$\chi = 18.900 : 100 \rightarrow \chi = 189 \text{ €}$$

Συνολικά εισέπραξε 189·35=6.615 €

4.

Ποσά	Τιμές	
Μαθητές	100	315
Κορίτσια	60	χ

$$\frac{100}{60} = \frac{315}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 60 \cdot 315 \rightarrow 100 \cdot \chi = 18.900 \rightarrow \chi = 18.900 : 100 \rightarrow \chi = 189$$

κορίτσια

$$315 - 189 = 126 \text{ αγόρια}$$

5. Βοηθητική πράξη : $64 \cdot 6,5 = 416$ € η αγορά

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	416
Κέρδος	25	χ

$$\frac{100}{25} = \frac{416}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 25 \cdot 416 \rightarrow 100 \cdot \chi = 10.400 \rightarrow \chi = 10.400 : 100 \rightarrow \chi = 104 \text{ €}$$

το κέρδος

6.

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	280
Τιμή πώλησης	45	χ

$$\frac{100}{45} = \frac{280}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 45 \cdot 280 \rightarrow 100 \cdot \chi = 12.600$$

$$\chi = 12.600 : 100 \rightarrow \chi = 126 \text{ €}$$

$$280 - 126 = 154 \text{ € πουλήθηκε}$$

Θ₂ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΑΡΧΙΚΟ ΠΟΣΟ

1

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	Χ
Ζημία	30	63

$$\frac{100}{30} = \frac{x}{63} \rightarrow 30 \cdot \chi = 63 \cdot 100 \rightarrow 30 \cdot \chi = 6.300 \rightarrow \chi = 6.300 : 30 \rightarrow \chi = 210 \text{ €}$$

$$210 - 63 = 147 \text{ € πουλήθηκε}$$

2. Βοηθητική πράξη : $100 - 85 = 15$ λίτρα κρασί

Ποσά	Τιμές	
Παραγωγή κρασιού	100	χ
Κρασί που πούλησε	15	330

$$\frac{100}{15} = \frac{x}{330} \rightarrow 15 \cdot \chi = 330 \cdot 100 \rightarrow 15 \cdot \chi = 33.000$$

$$\chi = 33.000 : 15 \rightarrow \chi = 2.200 \text{ λίτρα κρασί}$$

3.

Ποσά	Τιμές	
Εισπράξεις από παραγγελίες	100	χ
Ποσοστό	18	64,8

$$\frac{100}{18} = \frac{x}{64,8} \rightarrow 18 \cdot \chi = 64,8 \cdot 100$$

$$18 \cdot \chi = 6.480 \rightarrow \chi = 6.480 : 18 \rightarrow \chi = 360 \text{ € οι εισπράξεις}$$

4. Βοηθητική πράξη : $100 - 22 = 78$ €

Ποσά	Τιμές	
Ακαθάριστος μισθός	100	χ
Καθαρός μισθός	78	1.170

$$\frac{100}{78} = \frac{x}{1.170} \rightarrow 78 \cdot \chi = 1.170 \cdot 100 \rightarrow 78 \cdot \chi = 117.000 \rightarrow \chi = 117.000 : 78$$

$$\chi = 1.500 \text{ €}$$

5.

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό ποσό	100	χ
Αυξημένο ποσό	106	1.219

$$\frac{100}{106} = \frac{x}{1.219} \rightarrow 106 \cdot \chi = 1.219 \cdot 100 \rightarrow 106 \cdot \chi = 121.900 \rightarrow \chi = 121.900 : 106$$

$$\chi = 1.150 \text{ €}$$

6.

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	χ
Κέρδος	36	108

$$\frac{100}{36} = \frac{x}{108} \rightarrow 36 \cdot \chi = 100 \cdot 108 \rightarrow 36 \cdot \chi = 10.800 \rightarrow \chi = 10.800 : 36$$

$$\chi = 300 \text{ €}$$

Θ₃ ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΣΤΑ %

1. Βοηθητική πράξη: $70 - 50 = 20$ € το κέρδος

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	50	100
Κέρδος	20	χ

$$\frac{50}{20} = \frac{100}{x} \rightarrow 50 \cdot x = 20 \cdot 100 \rightarrow 50 \cdot x = 2.000 \rightarrow x = 2.000 : 50 \rightarrow x = 40\% \text{ το κέρδος}$$

2. Βοηθητική πράξη: $297 - 77 = 220$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	220	100
Κέρδος	77	χ

$$\frac{220}{77} = \frac{100}{x} \rightarrow 220 \cdot x = 77 \cdot 100 \rightarrow 220 \cdot x = 7.700 \rightarrow x = 7.700 : 220 \rightarrow x = 35\%$$

3. Βοηθητική πράξη: $190 + 60 = 250$ € η τιμή αγοράς

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	250	100
ζημιά	60	χ

$$\frac{250}{60} = \frac{100}{x} \rightarrow 250 \cdot x = 100 \cdot 60 \rightarrow 250 \cdot x = 16.000 \rightarrow x = 16.000 : 250 \rightarrow x = 24\%$$

4. Βοηθητική πράξη: $360 - 240 = 120$ €

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	360	100
ζημιά	120	χ

$$\frac{360}{120} = \frac{100}{x} \rightarrow 360 \cdot x = 120 \cdot 100 \rightarrow 360 \cdot x = 12.000 \rightarrow x = 12.000 : 360 \rightarrow x = 33\frac{1}{3}\%$$

5. Βοηθητική πράξη : $88 - 66 = 22$ € η έκπτωση

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό Ποσοστό	88	100
Έκπτωση	22	χ

$$\frac{88}{22} = \frac{100}{x} \rightarrow 88 \cdot \chi = 22 \cdot 100 \rightarrow 88 \cdot \chi = 2.200 \rightarrow \chi = 2.200 : 88 \rightarrow \chi = 25\%$$

6. Βοηθητική πράξη : $42 - 12 = 30$ ευρώ το κόστος

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	30	100
Ποσοστό	12	χ

$$\frac{30}{12} = \frac{100}{x} \rightarrow 30 \cdot \chi = 12 \cdot 100 \rightarrow 30 \cdot \chi = 1.200 \rightarrow \chi = 1.200 : 30 \rightarrow \chi = 40\%$$

Θ₄ ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

Α' ομάδα

1. α' τρόπος (αναγωγή στη μονάδα)

Τα $\frac{100}{100}$ του μισθού είναι 1.200 ευρώ

Το $\frac{1}{100}$ του μισθού είναι $1.200 : 100 = 12$ ευρώ

Τα $\frac{4}{100}$ του μισθού είναι $4 \cdot 12 = 48$ ευρώ

β' τρόπος

$$4\% = \frac{4}{100} = 0,04$$

$$0,04 \cdot 1.200 = 48 \text{ €}$$

γ' τρόπος

Ποσά	Τιμές	
Μισθός	100	1.200
Αύξηση	4	χ

$$\frac{100}{4} = \frac{1.200}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 1.200 \cdot 4 \rightarrow$$

$$100 \cdot \chi = 4.800 \rightarrow \chi = 4.800 : 100 \rightarrow \chi = 48 \text{ € η αύξηση}$$

2. Βοηθητική πράξη : $100 + 30 = 130$ € η τιμή πώλησης

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	χ
Τιμή πώλησης	130	78

$$\frac{100}{130} = \frac{x}{78} \rightarrow 130 \cdot \chi = 100 \cdot 78 \rightarrow 130 \cdot \chi = 7.800$$

$$\chi = 7.800 : 130 \rightarrow \chi = 60 \text{ € η τιμή πώλησης}$$

3. Βοηθητική πράξη : $100 - 4 = 96$

Ποσά	Τιμές	
Αριθμός εργατών πριν τη συνταξιοδότηση	100	χ
Αριθμός εργατών μετά τη συνταξιοδότηση	96	240

$$\frac{100}{96} = \frac{x}{240} \rightarrow 96 \cdot \chi = 240 \cdot 100 \rightarrow$$

$$96 \cdot \chi = 24.000 \rightarrow \chi = 24.000 : 96 \rightarrow \chi = 250 \text{ εργάτες}$$

4. Βοηθητική πράξη : $100 - 40 = 60 \text{ €}$

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό πόσο	100	χ
Ζημία	60	42

$$\frac{100}{60} = \frac{x}{42} \rightarrow 60 \cdot \chi = 100 \cdot 42 \rightarrow 60 \cdot \chi = 4.200$$

$$\chi = 4.200 : 60 \rightarrow \chi = 70 \text{ € η τιμή αγοράς}$$

5. Βοηθητική πράξη : $100 - 30 = 70$

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό πόσο	100	χ
Έκπτωση	70	56

$$\frac{100}{70} = \frac{x}{56} \rightarrow 70 \cdot \chi = 56 \cdot 100 \rightarrow 70 \cdot \chi = 5.600$$

$$\chi = 5.600 : 70 \rightarrow \chi = 80 \text{ €}$$

6.

Ποσά	Τιμές	
Αξία πριν την έκπτωση	100	84
Έκπτωση	25	χ

$$\frac{100}{25} = \frac{84}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 25 \cdot 84 \rightarrow 100 \cdot \chi = 2.100$$

$$\chi = 2.100 : 100 \rightarrow \chi = 21 \text{ €}$$

7. Βοηθητικές πράξεις :

$$150 \cdot 0,5 = 75 \text{ €}$$

$$80 \cdot 0,85 = 68 \text{ €}$$

$$\text{Συνολικά έδωσε } 75 + 68 = 143 \text{ €}$$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	143
Κέρδος	28	χ

$$\frac{100}{28} = \frac{143}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 28 \cdot 143 \rightarrow 100 \cdot \chi = 4.004$$

$$\chi = 4.004 : 100 \rightarrow \chi = 40,04 \text{ € το κέρδος}$$

8.

Ποσά	Τιμές	
Αρχικός πληθυσμός	100	250
Μείωση	14	χ

$$\frac{100}{14} = \frac{250}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 14 \cdot 250 \rightarrow 100 \cdot \chi = 3.500$$

$$\chi = 3.500 : 100 \rightarrow \chi = 35 \text{ κάτοικοι λιγότεροι}$$

$$250 - 35 = 215 \text{ κάτοικοι}$$

9. Βοηθητικές πράξεις : $E_{\text{σαλονιού}} = 12 \cdot 7,5 = 90 \text{ τμ.}$

Ποσά	Τιμές	
Επιφάνεια σαλονιού	100	90
Επιφάνεια χαλιού	80	χ

$$\frac{100}{80} = \frac{90}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 90 \cdot 80 \rightarrow 100 \cdot \chi = 7.200 \rightarrow \chi = 7.200 : 100 \rightarrow \chi = 72 \text{ τμ.}$$

10. Βοηθητική πράξη : $114 + 36 = 150$

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό Ποσό	150	100
Ποσοστό	36	χ

$$\frac{150}{36} = \frac{100}{x} \rightarrow 150 \cdot \chi = 36 \cdot 100 \rightarrow 150 \cdot \chi = 3.600 \rightarrow \chi = 3.600 : 150 \rightarrow \chi = 24 \%$$

11. Βοηθητική πράξη : $5 \cdot 15 \% = 75 \%$

$$100 - 75 = 25$$

Ποσά	Τιμές	
Αρχικό ποσό	100	χ
Χρήματα που έμειναν	25	4

$$\frac{100}{25} = \frac{x}{4} \rightarrow 25 \cdot \chi = 4 \cdot 100 \rightarrow 25 \cdot \chi = 400 \rightarrow \chi = 400 : 25 \rightarrow \chi = 16 \text{ €}$$

12. Βοηθητική πράξη : $100 - 35 = 65 \text{ €}$ η πώληση

Ποσά	Τιμές	
Ζημία	35	χ
Τιμή πώλησης	60	100

$$\frac{35}{60} = \frac{x}{100} \rightarrow 60 \cdot \chi = 35 \cdot 100 \rightarrow 60 \cdot \chi = 3.500 \rightarrow \chi = 3.500 : 60 \rightarrow \chi = 58 \frac{1}{3} \%$$

13. Βοηθητική πράξη : $100 - 6 = 94$

Ποσά	Τιμές	
Βάρος δίσκου	100	760
Βάρος ασημιού	94	χ

$$\frac{100}{94} = \frac{760}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 94 \cdot 760 \rightarrow 100 \cdot \chi = 71.440 \rightarrow \chi = 71.440 : 100 \rightarrow \chi = 714,4 \text{ γραμμάρια}$$

14.

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	150
Ζημία	36	χ

$$\frac{100}{36} = \frac{150}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 36 \cdot 150 \rightarrow 100 \cdot \chi = 5.400 \rightarrow \chi = 5.400 : 100 \rightarrow \chi = 54 \text{ € η ζημία}$$

Πουλήθηκε $150 - 54 = 96 \text{ €}$

15. Βοηθητικές πράξεις: $45 \cdot 1,6 = 72 \text{ €}$ η αγορά

$100,8 - 72 = 28,8 \text{ €}$ το κέρδος

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	72	100
Κέρδος	28,8	χ

$$\frac{72}{28,8} = \frac{100}{x} \rightarrow 72 \cdot x = 100 \cdot 28,8 \rightarrow 72 \cdot x = 2.880 \rightarrow x = 2.880 : 72 \rightarrow x = 40\%$$

Β' ομάδα

1.

Ποσά	Τιμές	
Κιλά γάλα	100	800
Κιλά νοπό τυρί	40	χ

$$\frac{100}{40} = \frac{800}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 40 \cdot 800 \rightarrow 100 \cdot \chi = 32.000$$

$$\chi = 32.000 : 100 \rightarrow \chi = 320 \text{ κιλά νοπό τυρί}$$

$$100 - 18 = 82$$

Ποσά	Τιμές	
Κιλά νοπό τυρί	100	320
Κιλά αλατισμένο τυρί	82	χ

$$\frac{100}{82} = \frac{320}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 82 \cdot 320 \rightarrow 100 \cdot \chi = 26.240 \rightarrow \chi = 26.240 : 100 \rightarrow \chi = 262,4 \text{ κιλά τυρί}$$

2. Βοηθητική πράξη : $100 + 18 = 118$

Ποσά	Τιμές		
Αξία ειδών Φ.Π.Α.	100	60	135
Αξία ειδών	118	χ	ψ

$$\frac{100}{118} = \frac{60}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 60 \cdot 118 \rightarrow 100 \cdot \chi = 7.080 \rightarrow \chi = 7.080 : 100 \rightarrow \chi = 70,8 \text{ € το ραδιόφωνο}$$

$$\frac{100}{118} = \frac{135}{\psi} \rightarrow 100 \cdot \psi = 135 \cdot 118 \rightarrow 100 \cdot \psi = 15.930 \rightarrow \psi = 15.930 : 100 \rightarrow \psi = 159,3 \text{ € η φωτογραφική μηχανή}$$

3. Βοηθητική πράξη : $100 + 18 = 118$

Ποσά	Τιμές		
Αξία ποδηλάτ Φ.Π.Α.	100	200	280
Αξία ποδηλάτ Φ.Π.Α.	118	x	ψ

$$\frac{100}{118} = \frac{200}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 118 \cdot 200 \rightarrow 100 \cdot \chi = 23.600 \rightarrow \chi = 23.600 : 100 \rightarrow \chi = 236 \text{ €}$$

$$\frac{100}{118} = \frac{280}{\psi} \rightarrow 100 \cdot \psi = 118 \cdot 280 \rightarrow 100 \cdot \psi = 33.040 \rightarrow \psi = 33.040 : 100 \rightarrow \psi = 330,4 \text{ €}$$

$$\psi = 330,4 \text{ €}$$

Από τα δύο ποδήλατα εισέπραξε $236 + 330,4 = 566,4 \text{ €}$

4. Βοηθητική πράξη : $E = \mu \cdot \pi = 10 \cdot 7,5 = 75 \text{ τμ.}$

Ποσά	Τιμές	
Επιφάνεια αίθουσας	100	χ
Επιφάνεια μοκέτας	60	75

$$\frac{100}{60} = \frac{x}{75} \rightarrow 60 \cdot \chi = 75 \cdot 100 \rightarrow 60 \cdot \chi = 7.500 \rightarrow \chi = 7.500 : 60 \rightarrow \chi = 125 \text{ τμ.}$$

5. Βοηθητική πράξη : $100 - 8 = 92$

Ποσά	Τιμές	
Κόστος	100	χ
Ζημία	92	115

$$\frac{100}{92} = \frac{x}{115} \rightarrow 92 \cdot \chi = 115 \cdot 100 \rightarrow 92 \cdot \chi = 11.500 \rightarrow \chi = 11.500 : 92 \rightarrow \chi = 125 \text{ € το κόστος}$$

Ποσά	Τιμές	
Κόστος	100	125
Κέρδος	125	χ

$$\frac{100}{125} = \frac{125}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 125 \cdot 125 \rightarrow 100 \cdot \chi = 15.625 \rightarrow \chi = 15.625 : 100 \rightarrow \chi = 156,25 \text{ €}$$

6. Βοηθητική πράξη : $3\% - 2,2\% = 0,8\%$

Ποσά	Τιμές	
Πληθυσμός	100	χ
Αύξηση	0,8	950

$$\frac{100}{0,8} = \frac{x}{950} \rightarrow 0,8 \cdot \chi = 950 \cdot 100 \rightarrow 0,8 \cdot \chi = 95.000 \rightarrow \chi = 95.000 : 0,8 \rightarrow$$

$$\chi = 118.750 \text{ κάτοικοι}$$

7. Βοηθητικές πράξεις: $44\% + 38\% = 82\%$ ροδακινιές και βερυκοκιές
 $100\% - 82\% = 18\%$ οι ροδιές

Ποσά	Τιμές	
Επιφάνεια σε στρέμματα	100	χ
Ποσοστό	18	9

$$\frac{100}{18} = \frac{x}{9} \rightarrow 18 \cdot x = 9 \cdot 100 \rightarrow 18 \cdot x = 900 \rightarrow x = 900 : 18 \rightarrow x = 50 \text{ στρ.}$$

8. Βοηθητικές πράξεις :

$$1400 \cdot 0,6 = 1.440 \text{ € θα εισπράξει από τις βρώσιμες ελιές}$$

$$2.400 : 5 = 480 \text{ λίτρα λάδι}$$

$$100 - 10 = 90 \text{ λίτρα λάδι}$$

Ποσά	Τιμές	
Λίτρα	100	480
Λάδι		
Ποσοστό	90	χ

$$\frac{100}{90} = \frac{480}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 90 \cdot 480 \rightarrow 100 \cdot \chi = 43.200 \rightarrow \chi = 43.200 : 100 \rightarrow \chi = 432 \text{ λίτρα λάδι}$$

$$432 \cdot 3,2 = 1.382,4 \text{ €}$$

9. Βοηθητική πράξη : $100 + 35 = 135 \text{ €}$ η τιμή πώλησης

Ποσά	Τιμές	
Κόστος	100	χ
Τιμή πώλησης	135	148,5

$$\frac{100}{135} = \frac{x}{148,5} \rightarrow 135 \cdot \chi = 148,5 \cdot 100 \rightarrow 135 \cdot \chi = 14.850 \rightarrow \chi = 14.850 : 135 \rightarrow$$

$$\chi = 110 \text{ € το κόστος}$$

$$120 - 110 = 10 \text{ € κέρδος}$$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή πώλησης	110	100
Ποσοστό κέρδους	10	χ

$$\frac{110}{10} = \frac{100}{x} \rightarrow 110 \cdot \chi = 10 \cdot 100 \rightarrow 110 \cdot \chi = 1.000 \rightarrow \chi = 1.000 : 110 \rightarrow$$

$$\chi = 9\% \text{ περίπου}$$

10. Βοηθητική πράξη : $100 - 15 = 85$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	χ
Τιμή πώλησης	85	952

$$\frac{100}{85} = \frac{x}{952} \rightarrow 85 \cdot \chi = 952 \cdot 100 \rightarrow 85 \cdot \chi = 95.200 \rightarrow \chi = 95.200 : 85 \rightarrow$$

$$\chi = 1.120 \text{ € η τιμή αγοράς}$$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	1.120
Τιμή πώλησης	124	χ

$$\frac{100}{124} = \frac{1.120}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 124 \cdot 1.120 \rightarrow 100 \cdot \chi = 138.800 \rightarrow \chi = 138.800 : 100$$

$$\chi = 1.388,8 \text{ € έπρεπε να πουληθεί}$$

11. Βοηθητική πράξη : Αν το καθαρό βάρος είναι 100 κιλά το απόβιο είναι 8, άρα το μεικτό βάρος είναι $100 + 8 = 108$ κιλά

Ποσά	Τιμές	
Απόβιο	8	χ
Μεικτό βάρος	108	324

$$\frac{8}{108} = \frac{x}{324} \rightarrow 108 \cdot \chi = 8 \cdot 324 \rightarrow 108 \cdot \chi = 2.592 \rightarrow \chi = 2.592 : 108 \rightarrow \chi = 24 \text{ κιλά}$$

12. Στα 100 κιλά τα 15 είναι το απόβιο, άρα το καθαρό βάρος είναι $100 - 15 = 85$ κιλά
 Πίνακας τιμών

Ποσά	Τιμές	
Απόβαρο	15	χ
Καθαρό βάρος	85	386

$$\frac{15}{85} = \frac{x}{386} \rightarrow 85 \cdot \chi = 15 \cdot 386 \rightarrow 85 \cdot \chi = 5.790 \rightarrow \chi = 5.790 : 85 \rightarrow \chi = 68 \frac{10}{85}$$

13.

Ποσά	Τιμές	
Μαθητές γυμνασίου	100	280
Μαθητές λυκείου	75	χ

$$\frac{100}{75} = \frac{280}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 75 \cdot 280 \rightarrow 100 \cdot \chi = 21.000 \rightarrow \chi = 21.000 : 100 \rightarrow \chi = 210 \text{ μαθητές στο λύκειο}$$

Ποσά	Τιμές	
Μαθητές Λυκείου	100	210
Φοιτητές	70	χ

$$\frac{100}{70} = \frac{210}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 70 \cdot 210 \rightarrow 100 \cdot \chi = 14.700 \rightarrow \chi = 14.700 : 100 \rightarrow \chi = 147 \text{ φοιτητές}$$

14. $1200 \cdot 0,25 = 300$ € η αγορά
 $300 + 40 = 340$ € το συνολικό κόστος
 $1.200 - 248 = 952$ κιλά
 $100 + 40 = 140$ η τιμή πώλησης

Ποσά	Τιμές	
Κόστος	100	340
Τιμή πώλησης	140	χ

$$\frac{100}{140} = \frac{340}{x} \rightarrow 100 \cdot \chi = 140 \cdot 340 \rightarrow 100 \cdot \chi = 47.600 \rightarrow \chi = 47.600 : 100 \rightarrow \chi = 476$$

$$476 : 952 = 0,5 \text{ €}$$

15. Βοηθητική πράξη: 100 € πώληση - 15 € κέρδος = 85 € η αγορά

Ποσά	Τιμές	
Τιμή πώλησης	100	18
Τιμή αγοράς	85	χ

$$\frac{100}{85} = \frac{18}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 18 \cdot 85 \rightarrow 100 \cdot x = 1.530 \rightarrow x = 1.530 : 100 \rightarrow x = 15,3$$

Ποσά	Τιμές	
Τιμή αγοράς	100	15,3
Κέρδος	30	χ

$$\frac{100}{30} = \frac{15,3}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 30 \cdot 15,3 \rightarrow 100 \cdot x = 459 \rightarrow x = 459 : 100 \rightarrow x = 4,59 \text{ € το κέρδος}$$

Γ' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

Α' ομάδα

1. α) $\frac{5}{100}$ ή $0,05 \cdot 8.000 = 400$ €

β) $0,05 \cdot 8.000 = 400$ € ο ετήσιος τόκος

$400 : 12 = 33 \frac{1}{3}$ € ο μηνιαίος τόκος

$7 \cdot 33 \frac{1}{3} = 233 \frac{1}{3}$ ο τόκος των 7 μηνών

γ) $0,05 \cdot 8.000 = 400$ € ο ετήσιος τόκος

$400 : 360 = 1,11$ € ο ημερήσιος τόκος

$1,11 \cdot 72 = 80$ € ο τόκος των 72 ημερών

2. 9 μήνες και 16 ημέρες = 286 ημέρες

$0,05 \cdot 16.000 = 800$ € ο ετήσιος τόκος

$800 : 360 = 2,22$ € ο ημερήσιος τόκος

$2,22 \cdot 286 = 634,92$ € ο συνολικός τόκος

$16.000 + 634,92 = 16.634,92$ € το νέο κεφάλαιο

3. $T = K \cdot E = 45.000 \cdot 0,07 = 3.150$ € ο ετήσιος τόκος

$3.150 : 12 = 262,5$ ο μηνιαίος τόκος

$262,5 \cdot 8 = 2.100$ €

ή

$8 \cdot 30 = 240$ ημέρες

$3.150 : 360 = 8,75$ € ο ημερήσιος τόκος

$8,75 \cdot 240 = 2.100$ €

4. $22.500 \cdot \frac{3}{10} = 6.750$

$T = K \cdot E = 6.750 \cdot 0,1 = 675$ € ο ετήσιος τόκος

$675 : 12 = 56,25$ € ο μηνιαίος τόκος

$56,25 \cdot 9 = 506,25$ €

$+ 506,25 = 7.256,25$ €

$22.500 - 6.750 = 15.750$

$15.750 + 7.256,25 = 23.006,25$ € κόστισε το αυτοκίνητο

5. 42 τόνοι = 42.000 κιλά $\cdot 0,60 = 25.200$ €

$\frac{4}{10} \cdot 25.200 = 10.080$ € πλήρωσε

$25.200 - 10.080 = 15.120$ € τόκισε

$0,025 \cdot 15.120 = 378$ € ο ετήσιος τόκος

$378 : 12 = 31,50$ € ο μηνιαίος τόκος

4. $31,50 = 189$ € θα εισπράξει

6. $640 \cdot 12 = 7.680$ € θα εισπράττει το χρόνο από το διαμέρισμα

$0,025 \cdot 345.000 = 8.625$ € ο ετήσιος τόκος

Άρα τον συμφέρει να τοκίσει το ποσό.

7. $0,03 \cdot 18.500 = 555$ € ο ετήσιος τόκος

$18.500 + 555 = 19.055$ € θα έχει στο τέλος του χρόνου

Άρα τον συμφέρει να το πουλήσει με δόσεις.

8. $24.000 \cdot \frac{2}{5} = 9.600$ € πήρε άτοκα

$24.000 - 9.600 = 14.400$ € το υπόλοιπο ποσό

$T = K \cdot E = 14.400 \cdot 0,09 = 1.296$ € ο ετήσιος τόκος

$24.000 + 1.296 = 25.296$ € θα επιστρέψει

9. $0,035 \cdot 25.000 = 875$ € ο τόκος του πρώτου έτους

$25.000 + 875 = 25.875$ € το νέο κεφάλαιο

$0,035 \cdot 25.875 = 905,625$ € ο τόκος του δεύτερου έτους

$25.875 + 905,625 = 26.780,63$ € το νέο κεφάλαιο

$0,035 \cdot 26.780,63 = 937,32$ € ο τόκος του τρίτου έτους

$26.780,63 + 937,32 = 27.717,95$ € το τελικό κεφάλαιο

Β' ομάδα

1.

2.003	14	44
2.004 έτη	3 μήνες	14 ημέρες
- 2.003	10	24

4 μήνες 20 ημέρες

$T = K \cdot E = 20.000 \cdot 0,08 = 1.600$ € ο ετήσιος τόκος
 $(4 \cdot 30) + 20 = 120 + 20 = 140$ ημέρες
 $1.600 : 360 = 4,44$ € ο ημερήσιος τόκος
 $4,44 \cdot 140 = 621,6$ € ο συνολικός τόκος
 $20.000 + 621,6 = 20.621,6$ € θα πληρώσει
στις 14 Μαρτίου 2004

2. $0,094 \cdot 24.500 = 2.303$ € ο τόκος του α' έτους
 $2.303 + 24.500 = 26.803$ € το νέο κεφάλαιο
 $26.803 \cdot 0,094 = 2.519,48$ € ο τόκος του β' έτους
 $26.803 + 2.519,48 = 29.322,48$ € το νέο κεφάλαιο
 $29.322,48 \cdot 0,094 = 2.756,31$ € ο τόκος του γ' έτους
 $(2.756,31 : 12) \cdot 9 = 2.067,23$ € ο τόκος των 9 μηνών
 $29.322,48 + 2.067,23 = 31.389,71$ € θα πληρώσει
στο τέλος του δανεισμού

3. $\frac{5}{8} \cdot 850.000 = 531.250$ € το ένα κεφάλαιο

$850.000 - 531.250 = 318.750$ € το β' κεφάλαιο
 $0,045 \cdot 531.250 = 23.906,25$ € ο ετήσιος τόκ. α' κεφαλαίου
 $23.906,25 : 360 = 66,41$ € ο ημερήσιος τόκος
 $66,41 \cdot 45 = 2.988,45$ € ο τόκος του α' κεφαλαίου
 $0,03 \cdot 318.750 = 9.562,50$ € ο τόκος του β' κεφαλαίου

4. $4 \cdot 160 = 640$ € από τα χαλιά
 $6 \cdot 95 = 570$ € από τα κιλίμια
 $640 + 570 = 1.210$ € εισέπραξε συνολικά
 $\frac{3}{5} \cdot 1210 = 726$ € το πρώτο κεφάλαιο

$1.210 - 726 = 484$ € το δεύτερο κεφάλαιο

$0,025 \cdot 726 = 18,15$ € ο ετήσιος τόκος

$18,15 : 12 = 1,51$ € ο μηνιαίος τόκος

$9 \cdot 1,51 = 13,59$ € ο τόκος του πρώτου κεφαλαίου

$0,02 \cdot 484 = 9,68$ € ο ετήσιος τόκος

$9,68 : 12 = 0,80$ € ο μηνιαίος τόκος

$6 \cdot 0,80 = 4,80$ € ο τόκος του δεύτερου κεφαλαίου

$1.210 + (13,59 + 4,80) = 1.228,39$ € θα πάρει

συνολικά

5. $300 \cdot 5 = 1.500$ € η αξία του πιάνου
 $300 + 1.500 = 1.800$ € η αξία ποδηλάτου και πιάνου
 $T_1 = K_1 \cdot E = 1.700 \cdot 0,07 = 119$ € ο ετήσιος τόκος
 $119 : 2 = 59,5$ € ο εξαμηνιαίος τόκος
 $1.700 + 59,5 = 1.757,5$ € στο τέλος του α' εξαμήνου
 $T_2 = K_2 \cdot E = 1.759,5 \cdot 0,07 = 123,17$ € ο ετήσιος τόκος
 $123,17 : 2 = 61,58$ € ο εξαμηνιαίος τόκος
 $1.759,5 + 61,58 = 1.821,08$ € στο τέλος του β' εξαμήνου
 $1.821,08 - 1.800 = 21,08$ € θα του περισσέψουν

6. $160.000 \cdot \frac{3}{8} = 60.000$ €

$T_1 = K_1 \cdot E = 60.000 \cdot 0,06 = 3.600$ € ο τόκος του πρώτου έτους
 $60.000 + 3.600 = 63.600$ €

$T_2 = K_2 \cdot E = 63.600 \cdot 0,06 = 3.816$ €
 $63.600 + 3.816 = 67.416$ €

$T_3 = K_3 \cdot E = 67.416 \cdot 0,06 = 4.044,96$ €
 $67.416 + 4.044,96 = 71.460,96$ €

$160.000 - 60.000 = 100.000$ €

$100.000 + 71.460,96 = 171.460,96$ € το κόστος του διαμερίσματος

7. $5.400 \cdot \frac{2}{5} = 2.160$ €

$T = K \cdot E = 2.160 \cdot 0,08 = 172,8$ €

$2.160 + 172,8 = 2.332,8$ €

$T = K \cdot E = 2.332,8 \cdot 0,08 = 186,62$ € ο ετήσιος τόκος

$(4 \cdot 30) + 20 = 120 + 20 = 140$ ημέρες

$186,62 : 360 = 0,52$ € ο ημερήσιος τόκος

$0,52 \cdot 140 = 72,58$ €

$2.332,8 + 72,58 = 2.405,38$ €

$5.400 - 2.160 = 3.240$

$3.240 + 2.405,38 = 5.645,38$ € κόστισαν τα έπιπλα

8. $32.000 \cdot \frac{3}{5} = 19.200$ €

$32.000 - 19.200 = 12.800$ €

$T_1 = K_1 \cdot E = 19.200 \cdot 0,04 = 768$ € ο ετήσιος τόκος

$768 : 2 = 384$ € ο εξαμηνιαίος τόκος $19.200 + 384 = 19.584$ €

$T_2 = K_2 \cdot E = 19.584 \cdot 0,04 = 783,36$ € ο ετήσιος τόκος

$783,36 : 2 = 391,68$ € ο εξαμηνιαίος τόκος

$19.584 + 391,68 = 19.975,68$ €

$T_3 = K_3 \cdot E = 19.975,68 \cdot 0,04 = 799,03$ € ο ετήσιος τόκος

$799,03 : 2 = 399,51$ € ο εξαμηνιαίος τόκος

$19.975,68 + 399,51 = 20.375,19$ €

$20.375,19 - 19.200 = 1.175,19$ €

$T_1' = K_1' \cdot E' = 12.800 \cdot 0,05 = 640$ € ο ετήσιος τόκος

$12.800 + 640 = 13.440$ €

$T_2' = K_2' \cdot E' = 13.440 \cdot 0,05 = 672$ € ο ετήσιος τόκος

$672 : 2 = 336$ €

$13.440 + 336 = 13.776$ €

$13.776 - 12.800 = 976$ €

$1.175,19 + 976 = 2.151,17$ € ο συνολικός τόκος

9. $T_1 = K_1 \cdot E = 36.000 \cdot 0,06 = 2.160$ € ο ετήσιος τόκος

$2.160 : 2 = 1.080$ € ο εξαμηνιαίος τόκος

$36.000 + 1.080 = 37.080$ € το νέο κεφάλαιο

$T_2 = K_2 \cdot E = 37.080 \cdot 0,06 = 2.224,8$ € ο ετήσιος τόκος

$2.224,8 : 2 = 1.112,4$ € ο εξαμηνιαίος τόκος

$37.080 + 1.112,4 = 38.192,4$ € το νέο κεφάλαιο

$T_3 = K_3 \cdot E = 38.192,4 \cdot 0,06 = 2.291,54$ € ο ετήσιος τόκος

$2.291,54 : 2 = 1.145,77$ € ο εξαμηνιαίος τόκος

$38.192,4 + 1.145,77 = 39.337,77$ €

$$39.337,77 + 5.662,23 = 45.000 \text{ € η αξία του οικοπέδου}$$

ΙΑ' ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΙΑ₁' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ

1α. $\Pi_{\text{τετρ.}} = 4 \cdot \alpha = 4 \cdot 4,5 = 18 \text{ μέτρα}$

1β. $\Pi_{\text{ορθ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) = 2 \cdot (16 + 12) = 2 \cdot 28 = 56 \text{ μέτρα}$

1γ. $\Pi = 3 \cdot \alpha = 3 \cdot 24,5 = 73,5 \text{ μέτρα}$

1δ. $\Pi = 2 \cdot 29,5 + 38 = 59 + 38 = 97 \text{ μέτρα}$

1ε. $\Pi = 19 + 24 + 17 = 60 \text{ μέτρα}$

1στ. $\Pi = 4 \cdot 7,6 = 30,4 \text{ μέτρα}$

1ζ. $\Pi = 2 \cdot \alpha \cdot \pi = 2 \cdot 5,8 \cdot 3,14 = 36,424 \text{ μέτρα}$

1η. $\Pi = 45 + 36 + 79 = 160 \text{ μέτρα}$

1θ. $\Pi = 5 \cdot 5,4 = 27 \text{ μέτρα}$

1ι. $\Pi = 46,2 \cdot 2 = 92,4 \text{ μέτρα}$

2α. $72 : 2 = 36 \text{ μέτρα η πλευρά}$

2β. $70 : 4 = 17,5 \text{ μέτρα η πλευρά}$

3α. $63 \cdot \frac{4}{3} = 84 \text{ μέτρα το μήκος}$

$$\Pi = 2 \cdot (84 + 63) = 294 \text{ μέτρα}$$

3β. $85 \cdot \frac{3}{5} = 51 \text{ μέτρα το πλάτος}$

$$\Pi = 2 \cdot (85 + 51) = 272 \text{ μέτρα}$$

3γ. $2,4 \cdot 18 = 43,2 \text{ μέτρα το μήκος}$

$$\Pi = 2 \cdot (43,2 + 18) = 122,4 \text{ μέτρα}$$

3δ. $3 \cdot 12,5 = 37,5 \text{ μέτρα το μήκος}$

$$\Pi = 2 \cdot (37,5 + 12,5) = 100 \text{ μέτρα}$$

4α. 1^{ος} τρόπος : μήκος + πλάτος = ημιπερίμετρος

$$42 : 2 = 21 \text{ μέτρα η ημιπερίμετρος}$$

$$19 : 3 = 7 \text{ μέτρα το πλάτος και } 2 \cdot 7 = 14 \text{ μέτρα το μήκος}$$

2^{ος} τρόπος : Επειδή το πλάτος είναι ίσο με το μισό του μήκους,

το μήκος είναι ίσο με δύο πλάτη,

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \mu = 2\pi + 2\pi + \pi + \pi = 6 \text{ πλάτη}$$

$$42 : 6 = 7 \text{ μέτρα το πλάτος και } 7 \cdot 2 = 14 \text{ μέτρα το μήκος}$$

4β. Επειδή $\mu = 3 \cdot \pi$, $3 \cdot \pi + 3 \cdot \pi + \pi + \pi = 8 \cdot \pi$

$$72 : 8 = 9 \text{ εκατοστά το πλάτος και } 4 \cdot 3 = 27 \text{ εκατοστά}$$

το μήκος

4γ. Επειδή $\mu = \frac{3}{2} \cdot \pi$, το πλάτος είναι $\frac{2}{2}$, άρα

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$64 : 5 = 12,8 \text{ μέτρα τα πλάτη } 12,8 : 2 = 6,4 \text{ μέτρα το πλάτος}$$

$$12,8 : \frac{3}{2} = 19,2 \text{ μέτρα το μήκος}$$

4δ. Επειδή το πλάτος είναι $\frac{3}{5}$ του μήκους, το μήκος είναι $\frac{5}{5}$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{16}{5} \text{ η περίμετρος}$$

$$80 : \frac{16}{5} = 25 \text{ μέτρα το μήκος και } 25 \cdot \frac{3}{5} = 15 \text{ μ. το πλάτος}$$

$$\acute{\eta} \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5} \text{ η ημιπερίμετρος } 80 : 2 = 40 \text{ μέτρα}$$

$$40 : \frac{8}{5} = 25 \text{ μέτρα το μήκος και } 25 \cdot \frac{3}{5} = 15 \text{ μέτρα το πλάτος}$$

4ε. Επειδή το πλάτος είναι $\frac{5}{8}$ του μήκους, το μήκος είναι $\frac{8}{8}$,

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \frac{8}{8} + \frac{5}{8} = \frac{13}{8} \text{ η ημιπερίμετρος } 26 : \frac{13}{8} = 16 \text{ μέτρα το μήκος}$$

$$\text{και } 16 \cdot \frac{5}{8} = 10 \text{ μέτρα το πλάτος}$$

4στ. $54 - 32 = 22 \text{ μέτρα τα δύο πλάτη}$

$$22 : 2 = 11 \text{ μέτρα το πλάτος}$$

4ζ. $14 \cdot 2 = 28 \text{ εκατοστά τα δύο πλάτη}$

$$(90 - 28) : 2 = 31 \text{ εκατοστά τομήκος}$$

4η. $45 \cdot \frac{1}{5} = 9 \text{ μέτρα το πλάτος}$

$$9 \cdot 2 = 18 \text{ μέτρα τα δύο πλάτη}$$

$$(45 - 18) : 2 = 13,5 \text{ μέτρα το μήκος}$$

4θ. Επειδή το μήκος είναι $\frac{8}{5}$ του πλάτους, το πλάτος είναι $\frac{5}{5}$.

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \frac{8}{5} + \frac{8}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} = \frac{26}{5}$$

$$52 : \frac{26}{5} = 10 \text{ μέτρα το πλάτος και } 10 \cdot \frac{8}{5} = 16 \text{ μέτρα το μήκος}$$

4ι. Επειδή τα δύο πλάτη είναι ίσα με τα $\frac{5}{4}$ του μήκους,

$$\text{το μήκος είναι } \frac{4}{4},$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{5}{4} = \frac{13}{4}$$

$$78 : \frac{13}{4} = 78 \cdot \frac{4}{13} = 24 \text{ μέτρα το μήκος και } 30 : 2 = 15 \text{ μέτρα το}$$

πλάτος

5. $56 - 18 = 38 \text{ εκατοστά και οι δύο ίσες πλευρές του}$

$$38 : 2 = 19 \text{ εκατοστά η καθεμία}$$

6. $48 \cdot 2 = 96 \text{ εκ. οι δύο ίσες πλευρές του}$

$$134 - 96 = 38 \text{ εκ. η βάση}$$

7. $27 + 21 = 48 \text{ μ. οι μη παράλληλες πλευρές}$

$$48 \cdot \frac{2}{3} = 32 \text{ μ. η μικρή βάση}$$

$$48 \cdot \frac{5}{6} = 40 \text{ μ. η μεγάλη βάση}$$

$$48 + 32 + 40 = 120 \text{ μ. η περίμετρος}$$

8. $4 \cdot 26 = 104 \text{ εκ. η περίμετρος του ρόμβου}$

$$104 : 3 = 34 \frac{2}{3} \text{ εκ. η πλευρά του ισοπλεύρου τριγώνου}$$

9. $27 \cdot 2 = 54 \text{ μ. τα δύο πλάτη}$

$$(142 - 54) : 2 = 44 \text{ μ το μήκος}$$

$$44 \cdot \frac{3}{4} = 33 \text{ μ. το μήκος της πλευράς του τετραγώνου}$$

$$\text{Π}_{\text{τετρ.}} = 4 \cdot 33 = 132 \text{ μ.}$$

10. $210 \cdot \frac{3}{5} = 126 \text{ μ. το πλάτος}$

$$\text{Π} = 2 \cdot (210 + 126) = 672 \text{ μ.}$$

$$672 : 3 = 224 \text{ δέντρα φυτεύτηκαν}$$

11. $42 + 42 = 84 \text{ εκ. μικρότερο το πλάτος}$

$$(400 - 84) : 4 = 79 \text{ εκ. το πλάτος}$$

$$79 + 42 = 121 \text{ εκ. το μήκος}$$

12. $2,355 : 3,14 = 0,75 \text{ μ. η διάμετρος}$

$$0,75 : 2 = 0,375 \text{ μ. η ακτίνα}$$

13. $45 \cdot 1,4 = 63 \text{ εκ. η μικρή βάση}$

$$57 \cdot 1,4 = 79,8 \text{ εκ η μεγάλη βάση}$$

$$54 + 57 + 63 + 79,8 = 244,8 \text{ εκ η περίμετρος}$$

14. $\text{Π} = 4 \cdot \alpha = 4 \cdot 18,7 = 74,80 \text{ μ. Δε θα φτάσει.}$

$$\text{Χρειαζόμαστε ακόμη } 74,80 - 73 = 1,80 \text{ μ.}$$

15. $\text{Π} = 2 \cdot (38 + 23) = 2 \cdot 61 = 122 \text{ μ.}$

$$122 \cdot 4 = 488 \text{ μ. έτρεξαν}$$

16. $36 : 2 = 18 \text{ μ. το πλάτος}$

$$\text{Π} = 2 \cdot (36 + 18) = 2 \cdot 54 = 108 \text{ μ.}$$

$$108 \cdot 3 = 324 \text{ μ. σύρμα θα χρησιμοποιήσουμε}$$

$$324 \cdot 0,80 = 259,20 \text{ € θα πληρώσουμε}$$

ΙΑ₂ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΜΒΑΛΟΥ

1. $\text{Π} = 4 \cdot \alpha = 4 \cdot 6,2 = 24,8 \text{ μ.}$

$$E = \alpha \cdot \alpha = 6,2 \cdot 6,2 = 38,44 \text{ τ.μ.}$$

2. $46 : 4 = 11,5 \text{ δέκατα η πλευρά}$

$$E = \alpha \cdot \alpha = 11,5 \cdot 11,5 = 132,25 \text{ τ.μ.}$$

3. $35,6 : 2 = 17,8 \text{ εκ. η πλευρά}$

$$E = \alpha \cdot \alpha = 17,8 \cdot 17,8 = 316,84 \text{ τ.εκ.}$$

4. $E_{\text{ορθ}} = \mu \cdot \pi = 120 \cdot 84 = 10.080 \text{ τ.μ.}$

$$10.080 : 1.000 = 10,08 \text{ στρέμματα}$$

$$15.120 : 10,08 = 1.500 \text{ € το στρέμμα}$$

5. $56 \cdot \frac{9}{14} = 36 \text{ μ. το ύψος. } 56 \cdot \frac{5}{7} = 40 \text{ μ. η μικρή βάση}$

$$E_{\text{τραπεζ.}} = \frac{(B + \beta)\nu}{2} = \frac{(56 + 40) \cdot 36}{2} = 1.728 \text{ τ.μ.}$$

6. $E_1 = \frac{(B + \beta)\nu}{2} = \frac{(120 + 65) \cdot 86}{2} = 7.955 \text{ τ.μ.}$

$$E_2 = \frac{(175 + 120) \cdot 86}{2} = 12.685 \text{ τ.μ.}$$

7. $K = \delta \cdot \pi = 12 \cdot 2 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ μ.}$

$$16 \cdot 75,36 = 1.205,76 \text{ μ.}$$

$$E = \alpha^2 \cdot \pi = 12^2 \cdot 3,14 = 452,16 \text{ τ.μ.}$$

8. $4,29 \cdot 1.000 = 4.290 \text{ τ.μ.}$

$$4.290 : 78 = 55 \text{ μ. το πλάτος}$$

$$2 \cdot (78 + 55) = 266 \text{ μ. η περίμετρος}$$

9. $25 \cdot \frac{3}{5} = 15 \text{ μ. το πλάτος}$

$$E_{\text{ορθ.}} = \mu \cdot \pi = 25 \cdot 15 = 375 \text{ τ.μ.}$$

ΙΑ₃ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΜΒΑΛΟΥ ΣΤΕΡΕΩΝ

1. $E_{\text{πυρ.επιφ.}} = 4 \cdot \alpha^2 = 4 \cdot 0,8^2 = 2,56 \text{ τ.μ.}$

$$E_{\text{βάσ.}} = 2 \cdot \alpha^2 = 2 \cdot 0,8^2 = 1,28 \text{ τ.μ.}$$

2. $21,6 : 12 = 1,8 \text{ μ. η ακμή}$

$$E_{\text{ολ.επιφ.}} = 6 \cdot \alpha^2 = 6 \cdot 1,8^2 = 19,44 \text{ τ.μ.}$$

3. $E_{\text{ολ.επιφ.}} = 6 \cdot \alpha^2 = 6 \cdot 1,6^2 = 15,36 \text{ τ.μ.}$

$$E_{\text{τρυγ.}} = \frac{\beta \cdot \nu}{2} \rightarrow 375 = 30 \cdot \nu : 2 \rightarrow 375 = 15 \cdot \nu \rightarrow$$

$$\nu = 375 : 15 \rightarrow \nu = 25 \text{ μ.}$$

10. $K = 2 \cdot \alpha \cdot \pi = 2 \cdot 5 \cdot 3,14 = 31,4 \text{ μ.}$

$$31,4 : 20 = 1,57 \text{ μ. το ένα από το άλλο}$$

11. $E_{\text{τετρ.}} = \alpha \cdot \alpha = 7 \cdot 7 = 49 \text{ τ.εκ.}$

$$E_{\text{κ.δίσκ.}} = \alpha^2 \cdot \pi = 3,5^2 \cdot 3,14 = 38,465 \text{ τ.εκ.}$$

$$38,465 : 2 = 19,2325 \text{ τ.εκ.}$$

$$49 - 19,2325 = 29,7675 \text{ τ.εκ.}$$

12. $\delta = K : \pi = 47,1 : 3,14 = 15 \text{ εκ.}$

$$\alpha = \delta : 2 = 15 : 2 = 7,5 \text{ εκ.}$$

$$7,5 - 2,5 = 5 \text{ εκ.}$$

$$\delta = 2 \cdot \alpha = 5 \cdot 2 = 10 \text{ εκ.}$$

$$E_{\text{μεγ.κυκλ.δίσκ.}} = \alpha^2 \cdot \pi = 7,5^2 \cdot 3,14 = 176,625 \text{ τ.εκ.}$$

$$E_{\text{μικρ.κυκλ.δίσκ.}} = 5^2 \cdot 3,14 = 78,5 \text{ τ. εκ.}$$

$$E_{\text{κυκλ.δίσκ.}} = 176,625 - 78,5 = 98,125 \text{ τ.εκ.}$$

13. $E_{\text{τετρ.}} = \alpha \cdot \alpha = 60 \cdot 60 = 3.600 \text{ τ. εκ.}$

$$E_{\text{ορθ.}} = \mu \cdot \pi = 10 \cdot 7,5 = 75 \text{ τ.εκ.}$$

$$3.600 : 75 = 48 \text{ κομμάτια}$$

14. $20 : 4 = 5 \text{ μ. η πλευρά του τετραγώνου}$

$$E_{\text{ορθ.}} = \mu \cdot \pi = 15 \cdot 9 = 135 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\text{τετρ.}} = \alpha \cdot \alpha = 5 \cdot 5 = 25 \text{ τ. μ.}$$

$$E_{\text{τρυγ.}} = \frac{\beta \cdot \nu}{2} = \frac{8,5}{2} = 20 \text{ τ.μ.}$$

$$135 - (25 + 20) = 135 - 45 = 90 \text{ τ.μ. το γρασίδι}$$

$$E_{\text{σαν}} = \mu \cdot \pi = 0,4 \cdot 0,08 = 0,032 \text{ τ.μ.}$$

$$15,36 : 0,032 = 480 \text{ σανιδάκια}$$

4. $E_{\text{πυρ.επιφ.}} = \text{Π}_{\beta} \cdot \nu = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu = 2 \cdot (8 + 5,4) \cdot 3,5 = 93,8 \text{ τ.μ.}$

$$E_{2\text{βάσ.}} = (\mu \cdot \pi) \cdot 2 = (8 \cdot 5,4) \cdot 2 = 86,4 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\text{ολ.}} = E_{\text{πυρ.επιφ.}} + E_{2\text{βάσ.}} = 93,8 + 86,4 = 180,2 \text{ τ.μ.}$$

$$5. E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu = 2 \cdot (5 + 3,8) \cdot 2,9 = 51,04 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\text{ορ.}} = \mu \cdot \pi = 5 \cdot 3,8 = 19 \text{ τ.μ.}$$

$$(51,04 + 19) : 6 = 11,6 \text{ κιλά περίπου}$$

6. $2,4 \cdot 4 = 9,6 \text{ μ. όλα τα μήκη}$
 $1,8 \cdot 4 = 7,2 \text{ μ. όλα τα πλάτη}$
 $9,6 + 7,2 = 16,8 \text{ μ.}$
 $21,6 - 16,8 = 4,8 \text{ μ. τα ύψη}$
 $4,8 : 4 = 1,2 \text{ μ. το ύψος}$
 $E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu = 2 \cdot (2,4 + 1,8) \cdot 1,2 = 10,08 \text{ τ.μ.}$
 $E_{2\beta} = 2 \cdot (\mu \cdot \pi) = 2 \cdot (2,4 \cdot 1,8) = 8,64 \text{ τ.μ.}$
 $E_{\text{ολ. επιφ.}} = 10,08 + 8,64 = 18,72 \text{ τ.μ.}$

$$7. E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu = 2 \cdot (45 + 30) \cdot 2,8 = 420 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\beta\alpha\sigma.} = \mu \cdot \pi = 45 \cdot 30 = 1.350 \text{ τ.μ}$$

$$420 + 1.350 = 1.770 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\text{ορθ.}} = \mu \cdot \pi = 0,24 \cdot 0,15 = 0,036 \text{ τ.μ.}$$

$$1.170 : 0,036 = 49.167 \text{ πλακάκια}$$

$$8. \delta = 2 \cdot \alpha = 2 \cdot 6 = 12 \text{ εκ. ή } 0,12 \text{ μ.}$$

$$E_{\text{παρ. επιφ.}} = \delta \cdot \pi \cdot \nu = 0,12 \cdot 3,14 \cdot 0,25 = 0,0942 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{2\beta\alpha\sigma.} = 2 \cdot \alpha^2 \cdot \pi = 2 \cdot 0,06^2 \cdot 3,14 = 0,022608 \text{ τ.μ.}$$

$$E_{\text{ολικ.}} = 0,0942 + 0,022608 = 0,116808 \text{ τ.μ.}$$

1α₃ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΓΚΟΥ

1. $76 : 4 = 19 \text{ εκ. η ακμή}$
 $O = \alpha^3 = 19^3 = 6.859 \text{ κ.εκ.}$
 $6.859 : 1.000 = 6,859 \text{ κ.δεκ. ή λίτρα}$

2. $O_{\text{χαρτ.}} = \alpha^3 = 50^3 = 125.000 \text{ κ.εκ.}$
 $O_{\text{κουτ.}} = \alpha^3 = 10^3 = 1.000 \text{ κ.εκ.}$
 $125.000 : 1.000 = 125 \text{ κουτιά κιμωλίες}$

3. $O_{\text{χαρτ.}} = \alpha^3 = 70^3 = 343.000 \text{ κ.εκ.}$
 $O_{\text{κουτ.}} = \mu \cdot \pi \cdot \nu = 14 \cdot 10 \cdot 5 = 700 \text{ κ.εκ.}$
 $343.000 : 700 = 490 \text{ κουτιά με βάσεις}$

4. $25,6 : 4 = 6,4 \text{ μ. η πλευρά}$
 $E_{\text{πλευρ.}} = 5 \cdot \alpha^2 = 5 \cdot 6,4^2 = 204,8 \text{ τ.μ.}$
 $125 : 5 = 25 \text{ τ.μ. με ένα κιλό μπιγιά}$
 $204,8 : 25 = 8,192 \text{ κιλά μπιγιά}$

5. $E_{\text{παρ. επιφ.}} = 4 \cdot \alpha^2 = 4 \cdot 8^2 = 256 \text{ τ.μ.}$
 $E_{\text{τσμ.}} = \mu \cdot \pi = 0,38 \cdot 0,18 = 0,0684 \text{ τ.μ.}$
 $256 : 0,0684 = 3.742,6 \text{ ή } 3.743 \text{ τσιμεντόλιθοι}$
 $3.743 \cdot 0,4 = 1.497,2 \text{ €}$

6. $E_{2\beta} = 2 \cdot (\mu \cdot \pi) = 2 \cdot (1,8 \cdot 0,6) = 2,16 \text{ τ.μ.}$
 $9,84 - 2,16 = 7,68 \text{ τ.μ. το E της παράπλευρης επιφάνειας}$
 $E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu \rightarrow 7,68 = 2 \cdot (1,8 + 0,6) \cdot \nu \rightarrow$
 $7,68 = 4,8 \cdot \nu \rightarrow \nu = 7,68 : 4,8 \rightarrow \nu = 1,6 \text{ μ.}$

7. $5,652 : 3,14 = 1,8 \text{ μ. η διάμετρος}$
 $\alpha = \delta : 2 = 1,8 : 2 = 0,9 \text{ μ.}$
 $O = \alpha^2 \cdot \pi \cdot \nu = 0,9^2 \cdot 3,14 \cdot 12,5 = 31,7925 \text{ κ.μ.}$

$$31,7925 \cdot 1.000 = 31.792,5 \text{ λίτρα νερό}$$

8. $O_{\text{κουτ.}} = \alpha^3 = 8^3 = 512 \text{ κ.εκ.}$
 $\alpha = \delta : 2 = 1,2 : 2 = 0,6 \text{ εκ.}$
 $O_{\text{κιμ.}} = \alpha^2 \cdot \pi \cdot \nu = 0,6^2 \cdot 3,14 \cdot 8 = 9,0432 \text{ κ.εκ.}$
 $512 : 9,0432 = 56 \text{ κιμωλίες}$

9. $K = \delta \cdot \pi \rightarrow \delta = \kappa : \pi \rightarrow \delta = 125,6 : 3,14 = 40 \text{ εκ.}$
 $\alpha = \delta : 2 = 40 : 2 = 20 \text{ εκ.}$
 $O = \alpha^2 \cdot \pi \cdot \nu = 20^2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 62.800 \text{ κ.εκ.}$
 $62.800 \cdot \frac{5}{6} = 52.333 \frac{1}{3} \text{ κ.εκ.}$

10. $E_{\text{παρ. επιφ.}} = 2 \cdot (\mu + \pi) \cdot \nu = 2 \cdot (2 + 1,6) \cdot 0,8 = 5,76 \text{ τ.μ.}$
 $E_{2\beta} = 2 \cdot (\mu \cdot \pi) = 2 \cdot (2 \cdot 1,6) = 6,4 \text{ τ.μ.}$
 $E_{\text{ολ. επιφ.}} = 5,76 + 6,4 = 12,16 \text{ τ.μ.}$
 $O = \mu \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot 1,6 \cdot 0,8 = 2,56 \text{ κ.μ.}$
 $2,56 \cdot 1.000 = 2.560 \text{ λίτρα}$
 $0,8 \cdot 100 = 80 \text{ εκ.}$
 $2.560 : 80 = 32 \text{ λίτρα το κάθε εκατοστό}$
 $1.920 : 32 = 60 \text{ εκ. το ύψος του νερού}$

11. $O = \mu \cdot \pi \cdot \nu = 3,5 \cdot 3 \cdot 1,5 = 15,75 \text{ κ.μ.}$
 $15,75 \cdot 1.000 = 15.750 \text{ λίτρα}$
 $15.750 : 126 = 125 \text{ λίτρα νερό}$

12. $O = \mu \cdot \pi \cdot \nu = 15 \cdot 10 \cdot 4 = 600 \text{ κ.μ.}$
 $O_{\text{φορτ.}} = \mu \cdot \pi \cdot \nu = 6 \cdot 2,8 \cdot 1,5 = 25,2 \text{ κ.μ.}$
 $600 : 25,2 = 24 \text{ δρομολόγια}$